

Manuskript zur Vorlesung

**ENERGIEÜBERTRAGUNG UND NETZREGELUNG
(EÜN)**

von

Prof. Dr.-Ing. Thomas Leibfried

SS 2017

Vorwort

Anstatt eines eigenen Vorwortes möchte ich auf das Vorwort von Professor Fischer zur Vorlesung "Werkstoffe der Elektrotechnik" an der Universität Dortmund von 1977 zurückgreifen:

Der Ingenieursberuf ist der edelste Beruf, den es gibt. Der Ingenieur (von ingenium = schöpferischer Geist), als Inbegriff des homo faber, baut die Zivilisation auf diesem Planeten und verbessert die Lebensbedingungen des Menschen. Die Naturwissenschaften sind, anders als z.B. die Jurisprudenz oder die Theologie, "akkumulativ", d.h. jeder Fortschritt, den sie erarbeiten, geht in das kollektive Menschheitswissen unverlierbar ein und befruchtet weiteren Fortschritt. Der tätige Ingenieur braucht also nie über den Sinn seines Lebens nachzugrübeln, er ist das nützlichste Glied der Gesellschaft, auch wenn die Gesellschaft dies oft nicht zugibt.

Nur in diesem Bewußtsein kann man die Härte unseres Berufes durchstehe. Denn der Ingenieur muß ja das gesamte, von seinen Vorgängern erarbeitete Wissen seines Faches, als sein Rüstzeug, kennen, muß zwanzig Jahre seines Lebens in seine Berufsvorbereitung investieren. Während dieser Zeit amüsieren sich die anderen. Außerdem muß der Ingenieur eine breite Übersicht über alle menschlichen Wissensgebiete (einschließlich Psychologie, Soziologie, Management, Volkswirtschaft, etc) besitzen, sonst geht er im Wettbewerb unter. Das erfordert lebenslanges Lernen, insbesondere auch deshalb, weil sich heute das wissenschaftlich-technische Wissen der Menschheit alle zehn Jahre verdoppelt, d.h. wenn Sie zehn Jahre nach Beendigung ihres Studiums kein Buch mehr anrühren, sind Sie hoffnungslos veraltet. Sie müssen also das Lernen zur Lebensgewohnheit machen! Alles, was Sie im Monat mindestens zehn mal tun, wird zur Gewohnheit, geht also ohne Willensanstrengung vor sich, sagen die Psychologen. Bauen Sie also ein System von gesunden, positiven Gewohnheiten auf! Kein erfolgreicher Ingenieur sitzt täglich stundenlang vor dem Fernseher, spielt Skat, trinkt, hat Frauen, das ist in dem Beruf nicht drin. Unser Beruf erfordert also ein gewisses Maß an Askese. Der Ingenieur weiß, daß er seinen Lebensbeitrag innerhalb von etwa dreißig Berufsjahren leisten will, daß jede unnütze Stunde verloren ist, und daß er zur Erreichung seines Lebensziels ein wohlgeplantes, effizientes Leben, in all seinen Aspekten, führen muß. Wem das zu hart ist, der möge sich rechtzeitig anders orientieren.

Nachdem Sie also die wichtigste Entscheidung ihres Lebens, die Berufswahl, getroffen haben, denken Sie daran, daß die zweitwichtigste Entscheidung in ihrem Leben die Gattenwahl ist. Während die meisten Frauen im Leben des Mannes die Nr 1 sein wollen, geht beim richtigen Ingenieur die Arbeit vor allem anderen. Die ideale Ingenieursfrau versteht das, ist treusorgend und anspruchslos und gibt ihrem hart-arbeitenden Mann seelischen Beistand. Schon mancher begabte Ingenieur ist von seiner selbstsüchtigen Frau ruiniert worden. Treffen Sie daher Ihre Entscheidung erst nach Prüfung auch dieser Aspekte.

Als Belohnung winkt dem Tüchtigen die unbeschreibliche Freude, die man empfindet, wenn man eine schwere Arbeit wohlgetan hat, wenn man etwas Bleibendes geschaffen hat, der Entwicklung vorangeholfen hat.

In diesem Sinne bitte ich, die Vorlesung ~~"Werkstoffe der Elektrotechnik"~~ zu verstehen. Wir sind keine Penne. Der Lehrstoff ist interessant. Arbeiten Sie aktiv, aus eigenem Antrieb mit, wir helfen Ihnen!

EÜN!

Dem ist eigentlich nichts mehr hinzuzufügen, außer dass man heute natürlich alle Aussagen sinngemäß auf Ingenieurinnen ausdehnen würde.

Inhaltsverzeichnis

1	Energieübertragung im Drehstromnetz	5
1.1	Energieübertragung über Leitungen	5
1.1.1	Wirk- und Blindleistung im Erzeuger- und Verbraucherzählpeilsystem	5
1.1.2	Speisung in ein starres Netz über eine lange Leitung	6
1.1.3	Energiefernübertragung im Hoch- und Höchstspannungsnetz	8
1.1.4	Einspeisung in ein Netz und Speisung eines Verbrauchers über eine kurze Leitung	14
1.2	Mathematische Behandlung von Drehstromsystemen	16
1.2.1	Allgemeines Drehstromsystem	16
1.2.2	Diagonalisierung der Systemmatrizen	18
1.2.3	$\alpha\beta 0$ -Komponenten	22
1.2.4	dq0-Komponenten	22
1.2.4.1	Herleitung der Park-Transformation	22
1.2.4.2	Bedeutung verschiedener Vorfaktoren bei der Park-Transformation	24
1.3	Stabilität von Energieübertragungssystemen	25
1.3.1	Klassifizierung der verschiedenen Arten von Stabilität	25
1.3.2	Statische Stabilität	26
1.3.2.1	Stationärer Betrieb	26
1.3.2.2	Kleine sprunghafte Abweichungen: einfaches Modell	29
1.3.2.3	Kleine sprunghafte Abweichungen: Heffron-Phillips-Modell	33
1.3.2.4	Power System Stabilizer (PSS)	36
1.3.3	Transiente Stabilität	41
1.3.3.1	Vereinfachte Beschreibung von Betriebsmitteln	41
1.3.3.2	Transiente Stabilität am Beispiel der 3-poligen Kurzunterbrechung	41
1.3.3.3	Der Flächensatz zur Bewertung der Systemstabilität	43
1.3.3.4	Transiente Stabilität am Beispiel eines 3-poligen Netzkurzschlusses	46
1.3.4	Spannungsstabilität	51
1.4	Steigerung der Kapazität der Energieübertragung	51
2	Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ)	54
2.1	Eigenschaften der HGÜ-Technik	54
2.2	Netzgeführte Stromrichter für HGÜ-Anlagen (HVDC classic)	56
2.2.1	Drehstrombrückenschaltung	56
2.2.1.1	Ausgangsspannung $U_{d1\alpha}$ bei idealer Kommutierung des Stromes	56
2.2.1.2	Spannungen und Ströme bei endlicher Kommutierungsdauer	61
2.2.1.3	Gleichstromseitiges Ersatzschaltbild	67
2.2.1.4	Statische elektrische Eigenschaften von Thyristoren	69
2.2.1.5	Der Wechselrichterbetrieb und seine Grenzen	69

2.2.1.6	Gleichrichter- und Wechselrichterbetrieb	72
2.2.2	12-pulsige Stromrichtergruppe	73
2.2.2.1	Schaltung des 12-pulsigen HGÜ-Stromrichters	73
2.2.2.2	Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung	75
2.2.2.3	Oberschwingungen in den netzseitigen Leiterströmen	80
2.2.2.4	Wechselanteile in den gleichgerichteten Größen	85
2.2.2.5	Dimensionierung der Glättungsdrosseln	89
2.2.3	Ausführungen von HGÜ-Anlagen	90
2.2.3.1	Kurzkupplung, Seekabelverbindung, Fernübertragung	90
2.2.3.2	Mono- und bipolare Schaltung	91
2.2.4	Konzept zur Regelung einer HGÜ-Übertragungsstrecke	93
2.2.4.1	Steuerwinkel der Gleich- und Wechselrichterstation	93
2.2.4.2	Vereinfachtes Modell einer bipolaren HVDC-Energieübertragungsstrecke	94
2.2.4.3	Regelung der HVDC-Energieübertragungsstrecke	95
2.2.5	Basic Design einer bipolaren HVDC-Übertragungsstrecke	99
2.2.5.1	Anlagendaten	99
2.2.5.2	Berechnung der elektrischen Daten	100
2.2.5.3	Analyse der Regelung der HVDC-Übertragungsstrecke	102
2.2.6	AC- und DC-Filter	105
2.2.6.1	AC Filter	105
2.2.6.2	DC-Filter	109
2.2.6.3	Aufbau moderner Thyristoren für HGÜ-Anlagen	109
2.2.7	Glättungsdrossel und Stromrichtertransformatoren	111
2.2.7.1	Stromrichtertransformatoren	111
2.2.7.2	Glättungsdrosseln	113
2.2.8	Aufbau der Stromrichterstation	114
2.3	Selbstgeführte Stromrichter für HGÜ-Anlagen (HVDC Plus, HVDC Light)	115
2.3.1	2-Level-Umrichter	115
2.3.1.1	Schaltung	115
2.3.1.2	Steuerverfahren am Beispiel des 2-Level-Umrichters	116
2.3.2	3-Level-Umrichter	124
2.3.3	Modularer Multi-Level-Umrichter (MMC)	125
2.3.3.1	Grundlegende Struktur	125
2.3.3.2	Strategie zur Steuerung des MMC: Direkte Modulation	128
2.3.3.3	Betrieb des MMC bei sinusförmigen Ausgangsspannungen und -strömen	132
2.3.3.4	Dimensionierung des MMC	135
2.3.3.5	Balancing der Kondensatorspannungen (Voltage Balancing)	138
2.3.3.6	Erstes Projekt auf Basis der MMC-Technologie (Siemens AG)	139
2.3.4	Weitere HVDC-Umrichter-Topologien	139
2.3.4.1	MMC in Vollbrückenschaltung	139
2.3.4.2	Clamp-double Submodule	143
2.3.4.3	Kaskadierte 2-Level-Umrichter (ABB)	143
2.3.4.4	Hybrid-Umrichter (ALSTOM)	144
2.4	Grenzdaten heutiger Leistungshalbleiter für HGÜ-Anwendungen	146

3 Flexible AC Transmission Systems (FACTS)	147
3.1 Aufgabe von FACTS	147
3.2 Arten und Eigenschaften von FACTS-Anlagen	149
3.2.1 Parallel geschaltete FACTS	150
3.2.1.1 TCR, TSR – Thyristor-Controlled and Thyristor-Switched Reactor	150
3.2.1.2 FC-TCR – Fixed Capacitor Thyristor Controlled Reactor	152
3.2.1.3 TSC – Thyristor-Switched Capacitor	154
3.2.1.4 TSC-TCR	155
3.2.1.5 STATCOM – Static Synchronous Compensator	157
3.2.2 Seriengeschaltete FACTS	159
3.2.2.1 Steuerung des Leistungsflusses durch seriengeschaltete FACTS	159
3.2.2.2 TSSC – Thyristor-Switched Series Capacitor	160
3.2.2.3 TCSC – Thyristor-Controlled Series Capacitor	161
3.2.2.4 Strombegrenzung mit dem SCCL – Short Circuit Current Limiter	176
3.2.3 Universelle FACTS – in kombinierter Serien-/Parallelschaltung	177
3.2.3.1 UPFC – Unified Power Flow Controller	177
3.2.3.2 HGÜ-B2B (Back-to-Back)	180
4 Netzregelung	182
4.1 Prinzip der Frequenz- und Spannungsregelung im Drehstromnetz	182
4.1.1 Ursachen von Frequenz- und Spannungsschwankungen	182
4.1.2 Entkopplung von Frequenz- und Spannungsregelung	183
4.2 Regelungstechnische Modellierung des Energieübertragungsnetzes	184
4.2.1 Linearisierung und Normierung	184
4.2.2 Modellierung von thermischen Kraftwerken	185
4.2.3 Modellierung von Wasserkraftwerken (Pumpspeicherwerke)	190
4.2.4 Modellierung des elektrischen Energienetzes	194
4.3 Frequenzregelung	196
4.3.1 Betrachtung eines Inselnetzes	196
4.3.1.1 Primärregelung	196
4.3.1.2 Sekundärregelung	200
4.3.2 Frequenzregelung im Verbundnetz	202
4.3.2.1 Regelungstechnische Modellierung einer Verbundleitung	202
4.3.2.2 Das Verbundnetz mit Primärregelung	205
4.3.2.3 Das Verbundnetz mit Primär- und Sekundärregelung	209
4.3.2.4 Tertiärregelung	212
4.3.2.5 Frequenzregelung im ENTSO-E-Verbundnetz	213
4.4 Spannungsregelung	215
5 Literatur	220

Anhang:	221
6 Dynamisches Modell von Synchrongeneratoren	221
6.1 Elektrisches Modell	221
6.1.1 Magnetische Flüsse in Stator-, Dämpfer- und Erregerwicklungen	221
6.1.2 Spannungsgleichungen	226
6.1.3 Anwendung der dq0-Transformation	226
6.1.4 Beschreibung des Synchrongenerators im pu-System	229
6.1.5 Ersatzschaltbilder für die d- und q-Achse	236
6.2 Mechanische Dynamik von Synchrongeneratoren	240
6.3 Modell 9. Ordnung der Synchronmaschine	243
6.4 Anschluss eines Synchrongenerators an ein starres Netz	246
6.5 Dynamische Simulation eines Synchrongenerators - Beispiel	250
6.5.1 Daten eines 705-MVA-Synchrongenerators	250
6.5.2 Berechnung eines Ausgleichsvorgangs	251
6.6 Heffron-Phillips-Modell für Stabilitätsuntersuchungen	253
6.6.1 Allgemeiner Ansatz zur Linearisierung	253
6.6.2 Entwicklung des Heffron-Philipps-Modells	253
6.6.3 Heffron-Philipps-Modell bei variabler Leitungsimpedanz	262
6.6.4 Modellparameter für einen 705-MVA-Synchrongenerator	265
6.7 Modellierung der Synchronmaschine im transienten und subtransienten Bereich	266
6.7.1 Beschreibung der Synchronmaschine durch Operatoren	266
6.7.2 Synchronmaschine im subtransienten und transienten Zustand	271
6.8 Stationärer Betrieb des Synchrongenerators	273
6.8.1 Längs- und Querreaktanz bei Schenkel- und Vollpolgenerator	276
6.8.2 Leistung und Drehmoment von Synchrongeneratoren	277

1 Energieübertragung im Drehstromnetz

1.1 Energieübertragung über Leitungen

1.1.1 Wirk- und Blindleistung im Erzeuger- und Verbraucherzählpeilsystem

Zur Verdeutlichung der Vorzeichenkonvention von Wirk- und Blindleistung im Erzeugerzählpeilsystem (EZS) und Verbraucherzählpeilsystem (VZS) sei beispielhaft eine ohmsch-induktive und eine ohmsch-kapazitive Impedanz betrachtet (**Bild 1.1**). Beim Verbraucherzählpeilsystem sind Strom und Spannung gegensinnig gepfeilt, beim Erzeugerzählpeilsystem sind sie gleichsinnig gepfeilt. In Schaltungen mit Quellen und Verbrauchern werden beide Zählpeilsysteme gleichzeitig eingesetzt.

Im VZS ist die Wirkleistung einer ohmschen Impedanz stets positiv, während sie im EZS stets negativ ist (**Bild 1.1**). Die Blindleistungsaufnahme (VZS) einer Induktivität ist positiv, die einer Kapazität ist negativ (**Bild 1.1a**). Entsprechend gilt umgekehrt, dass die Blindleistungsabgabe (EZS) einer Induktivität negativ und die einer Kapazität positiv ist (**Bild 1.1b**). Generell sind die Vorzeichen im EZS gegenüber denen im VZS bei allen Größen genau umgekehrt.

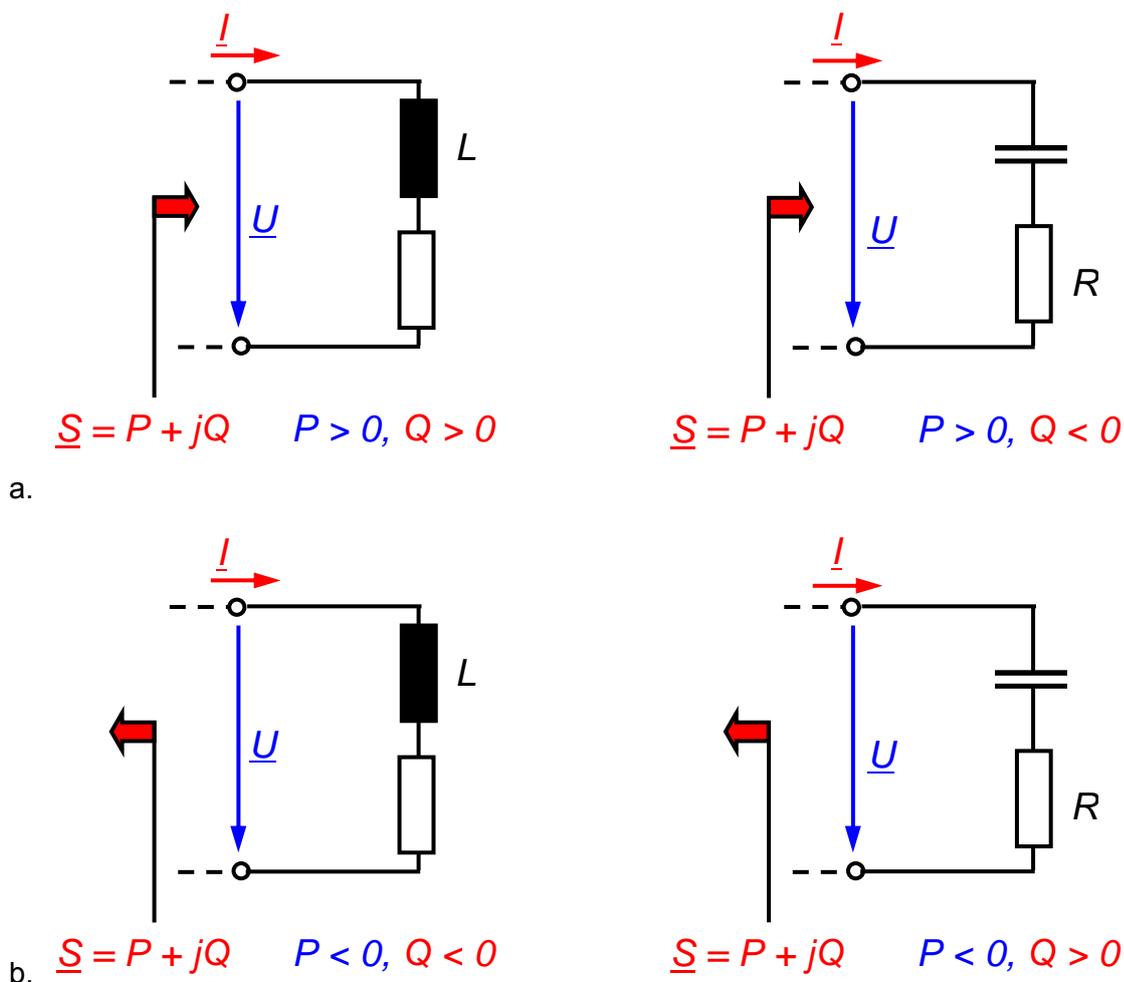


Bild 1.1 Vorzeichenkonvention von Wirk- und Blindleistung von ohmsch-induktiven und ohmsch-kapazitiven Impedanzen im
 a. Verbraucherzählpeilsystem (VZS)
 b. Erzeugerzählpeilsystem (EZS)

Dies bedeutet: eine Induktivität nimmt induktive (positive) Blindleistung vom Netz auf und gibt kapazitive (negative) Blindleistung an das Netz ab. Eine Kapazität nimmt kapazitive (negative) Blindleistung vom Netz auf und gibt induktive (positive) Blindleistung an das Netz ab .

Man kann noch weiter in Lasten und Quellen differenzieren, dadurch ergibt zusammengefasst die folgende Tabelle (**Bild 1.2**).

Last / Quelle	VZS	EZS
induktive Last	+P, +Q	-P, -Q
kapazitive Last	+P, -Q	-P, +Q
induktive Quelle	-P, -Q	+P, +Q
kapazitive Quelle	-P, +Q	+P, -Q

Bild 1.2 Vorzeichenkonvention von Wirk- und Blindleistung bei induktiven und kapazitiven Quellen und Lasten

1.1.2 Speisung in ein starres Netz über eine lange Leitung

Zunächst soll die Energieübertragung von einem einzelnen Synchrongenerator in ein starres Teilnetz über einen Transformator und eine elektrisch lange Leitung betrachtet werden. In **Bild 1.3** ist der speisende Generator durch eine Spannungsquelle symbolisiert. Die Reaktanz X setzt sich aus der synchronen Reaktanz X_d des Synchrongenerators und der Kurzschlußreaktanz X_T des Transformators zusammen. Für den Fall $X_T = 0$ läßt sich die direkte Einspeisung eines Generators in ein starres Netz über eine elektrisch lange Leitung berechnen:

$$X = \begin{cases} X_d + X_T & \text{Generator und Transformator} \\ X_d & \text{nur Generator} \end{cases} \quad (1.1)$$

Eine elektrisch lange Leitung muß durch die Leitungsgleichungen beschrieben werden. Der Einfachheit wegen wird eine verlustlose Leitung der Länge ℓ angenommen, die Leitungsgleichungen lauten mit den in **Bild 1.3a** eingetragenen Klemmengrößen:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1Y} &= \underline{U}_{2Y} \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + jZ_0 \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + j \frac{\underline{U}_{2Y}}{Z_0} \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

mit

$$\underline{U}_{1Y} = \frac{U_1}{\sqrt{3}}, \quad \underline{U}_{2Y} = \frac{U_2}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad 2\pi \frac{\ell}{\lambda} = \beta_0 \cdot \ell = \omega \sqrt{L' \cdot C'} \cdot \ell$$

Gemäß **Bild 1.3a** gilt weiterhin

$$\begin{aligned}\underline{U}_{PY} &= \underline{U}_{1Y} + j X \cdot \underline{I}_1 \\ &= \underline{U}_{1Y} + j X \cdot \left(\underline{I}_2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) + j \frac{\underline{U}_{2Y}}{Z_0} \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) \right),\end{aligned}\quad (1.3)$$

woraus sich durch Einsetzen des Stromes \underline{I}_2 aus Gleichung (1.2)

$$\begin{aligned}\underline{U}_{PY} &= \underline{U}_{1Y} + j X \cdot \underline{I}_1 \\ &= \underline{U}_{1Y} + j X \cdot \left(\frac{\underline{U}_{1Y} - \underline{U}_{2Y} \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}{j Z_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)} \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) + j \frac{\underline{U}_{2Y}}{Z_0} \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) \right)\end{aligned}\quad (1.4)$$

ergibt. Diese Gleichung stellt eine Beziehung zwischen den Spannungen \underline{U}_P , \underline{U}_1 und \underline{U}_2 her.

Aufgelöst nach \underline{U}_{1Y} ergibt sich:

$$\underline{U}_{1Y} = \frac{\underline{U}_{PY} \cdot Z_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) + \underline{U}_{2Y} \cdot X}{Z_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) + X \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}.\quad (1.5)$$

Damit lässt sich die in das Netz eingespeiste Scheinleistung \underline{S}_2 bestimmen:

$$\begin{aligned}\underline{S}_2 &= 3 \cdot \underline{U}_{2Y} \cdot \underline{I}_{2Y}^* = 3 \cdot \underline{U}_{2Y} \cdot \left(\frac{\underline{U}_{1Y} - \underline{U}_{2Y} \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}{j Z_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)} \right)^* \\ &= \frac{j 3 \underline{U}_{PY}^* \cdot \underline{U}_{2Y} + j 3 \underline{U}_{2Y}^2 \frac{X}{Z_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}}{Z_0 \cdot \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) + X \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)} - j \frac{3 \underline{U}_{2Y}^2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}{Z_0 \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}.\end{aligned}\quad (1.6)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man einen Zeiger in die reelle Achse legen. Legt man den Zeiger \underline{U}_{2Y} in die reelle Achse, so ergibt sich aus der ersten Leitungsgleichung gemäß (1.2) und dem angenommenen induktiven Strom \underline{I}_2 eine Phasendrehung des Zeigers \underline{U}_{1Y} in mathematisch positiver Richtung, also gegen den Uhrzeigersinn. Damit erhält man für die Zeiger \underline{U}_{1Y} und \underline{U}_{2Y} (**Bild 1.3b**):

$$\underline{U}_{2Y} = U_{2Y} \quad \underline{U}_{1Y} = U_{1Y} \cdot e^{j\vartheta_L} = U_{1Y} \cdot (\cos \vartheta_L + j \sin \vartheta_L) \quad (1.7)$$

Aus der zweiten Leitungsgleichung gemäß (1.2) geht hervor, dass der Strom \underline{I}_1 bei einem induktiven Strom \underline{I}_2 und der Spannung \underline{U}_{2Y} in der reellen Achse (d. h. $\underline{U}_{2Y} = U_{2Y}$) in mathematisch positiver Richtung gegenüber \underline{I}_2 gedreht ist. Aus Gleichung (1.4) geht hervor, dass die komplexe Polradspannung \underline{U}_{PY} um einen bestimmten Winkel weiter in mathematisch positive Richtung gedreht ist, als \underline{U}_{1Y} .

Damit erhält man:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{2Y} &= U_{2Y} \\ \underline{U}_{PY} &= U_{PY} \cdot e^{j\vartheta} = U_{PY} \cdot e^{j(\vartheta_L + \vartheta_G)} = U_{PY} \cdot (\cos \vartheta + j \sin \vartheta)\end{aligned}\quad (1.8)$$

Damit und mit der Verwendung von Leiterspannungen anstatt der Sternspannungen vereinfacht sich obige Gleichung zu

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 \quad \text{mit}$$

$$\begin{aligned}P_2 &= \frac{U_P \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + X_d \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin(\vartheta) \\ Q_2 &= \frac{U_P \cdot U_2 \cdot \cos(\vartheta) + U_2^2 \left(\frac{X_d}{Z_0} \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) - \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) \right)}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + X_d \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}\end{aligned}\quad (1.9)$$

Für die durch die Spannungsquelle \underline{U}_P eingespeisten Leistung erhält man analog zu der vorigen Berechnung

$$\begin{aligned}\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 \quad \text{mit} \quad P_1 &= \frac{U_P \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + X_d \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin(\vartheta) \\ Q_1 &= \frac{U_P^2 \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) - U_P \cdot U_2 \cdot \cos(\vartheta)}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + X_d \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}\end{aligned}\quad (1.10)$$

Die von der Quelle \underline{U}_P eingespeiste Wirkleistung P_1 und die ins Netz abgegebene Wirkleistung P_2 sind identisch, da ja sowohl Leitung als auch der Generator als verlustfrei angenommen wurden.

1.1.3 Energiefernübertragung im Hoch- und Höchstspannungsnetz

Aus den Gleichungen (1.9) und (1.10) lassen sich die Beziehungen ableiten, die für eine Energieübertragung von einem Teilnetz N1 in ein Teilnetz N2 gelten (**Bild 1.3a**). Für den Spezialfall

$$X_d = 0 \quad \text{und} \quad \underline{U}_P = \underline{U}_1 \quad (1.11)$$

erhält man aus (1.9) und (1.10) für von Teilnetz N1 gelieferte Scheinleistung \underline{S}_1 und die von Teilnetz N2 aufgenommene Scheinleistung \underline{S}_2

$$\begin{aligned}\underline{S}_1 &= P_1 + jQ_1 \\ &= \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin(\vartheta) + j \frac{U_1^2 \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) - U_1 \cdot U_2 \cdot \cos(\vartheta)}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\underline{S}_2 &= P_2 + jQ_2 \\ &= \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin(\vartheta) + j \frac{U_1 \cdot U_2 \cdot \cos(\vartheta) - U_2^2 \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}\end{aligned}$$

Die Leitung wurde als verlustfrei angesetzt, daher ist - wie zu erwarten - die Wirkleistung P_1 , die in die Leitung hineinfließt, identisch mit der Wirkleistung P_2 , die aus der Leitung in das Netz N2 fließt.

Hinsichtlich der Blindleistung ergibt sich eine Differenz

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \frac{2U_1 \cdot U_2 \cdot \cos \vartheta - (U_1^2 + U_2^2) \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}{Z_0 \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \quad (1.13)$$

In einem sehr „starr“ Energieübertragungsnetz sind die Effektivwerte der Spannungen auf beiden Seiten der Leitung üblicherweise sehr ähnlich. Für den Spezialfall $U_1 = U_2 = U$ folgt für die Blind- und Wirkleistungen:

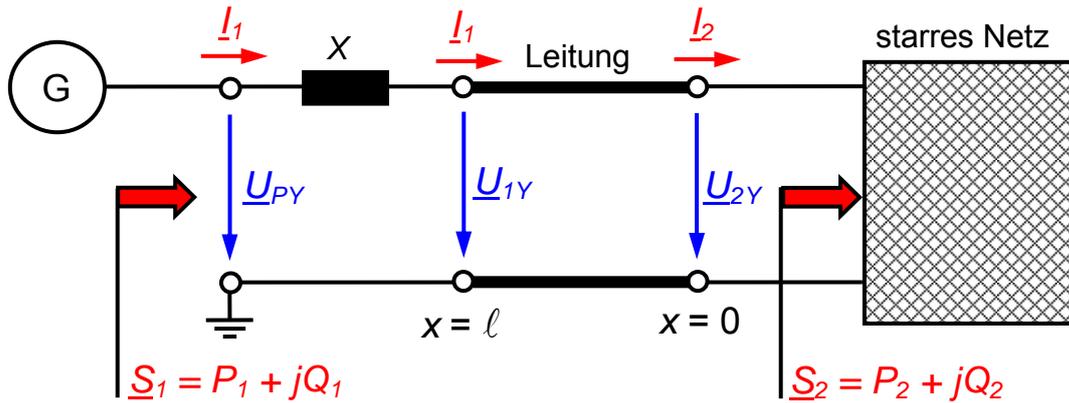
$$\begin{aligned}P_1 = P_2 &= \frac{U^2}{Z_0 \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin \vartheta \\ Q_1 &= \frac{U^2 \cdot \left[\cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) - \cos \vartheta \right]}{Z_0 \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \quad Q_2 = -Q_1 = \frac{U^2 \cdot \left[\cos \vartheta - \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) \right]}{Z_0 \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})}\end{aligned} \quad (1.14)$$

Aus Gleichung (1.14) ergeben sich eine Reihe von Konsequenzen für die Energieübertragung:

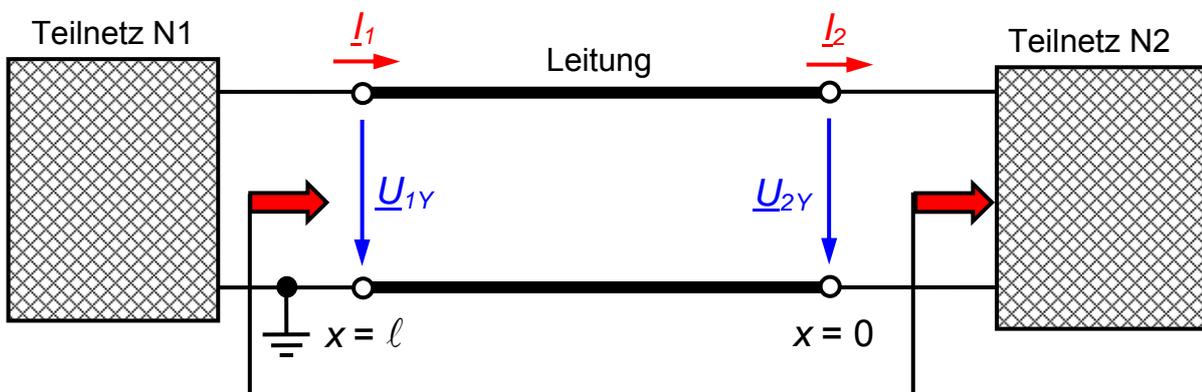
1) Die maximal übertragbare Wirkleistung

Die maximal übertragbare Wirkleistung ist

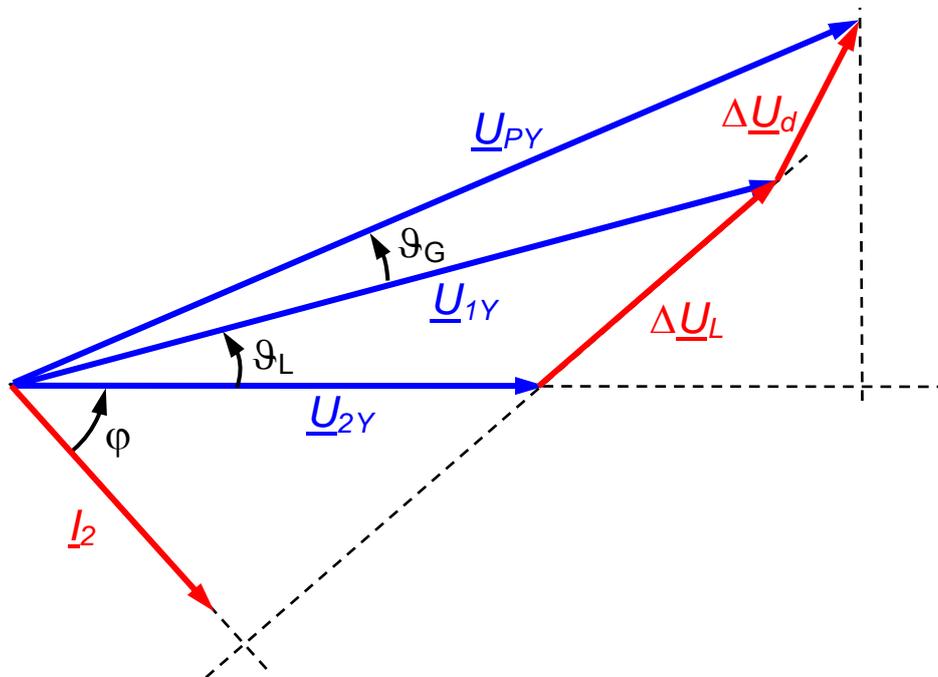
$$P_{\max} = \frac{U^2}{Z_0 \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin \vartheta \Bigg|_{\vartheta = \frac{\pi}{2}} = \frac{U^2}{Z_0 \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \quad (1.15)$$



a.



b.



c.

Bild 1.3 Speisung elektrischer Energie in ein starres Netz über eine Leitung
 a. durch einen Synchrongenerator (vereinfachtes Ersatzschaltbild)
 b. von einem weiteren Netz (Teilnetz 1) als speisendes Netz
 c. zugehöriges Zeigerdiagramm

Die Übertragungskapazität einer Leitung kann also auf zwei Arten erhöht werden:

- Erhöhung der Übertragungsspannung
- Reduktion des Wellenwiderstandes, d. h. der Betriebsreaktanz, z. B. durch den Einsatz von Bündelleitern.

Der Leitungswinkel ϑ bestimmt die Richtung des Energieflusses. Ist ϑ positiv, d. h. \underline{U}_1 eilt der Spannung \underline{U}_2 vor, dann fließt die Leistung von 1 nach 2 ($P_{12} > 0$); falls ϑ negativ ist, ist der Energiefluß umgekehrt ($P_{12} < 0$).

Wird die Belastung am Ende der Leitung größer als P_{max} , so „kippt“ die Leitung; das System wird instabil. Um das Energieübertragungssystem *statisch stabil* zu halten („*Statische Stabilität*“ siehe nächstes Kapitel) muß die Phasendrehung zwischen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 auf Werte von

$$\vartheta < \frac{\pi}{2} \quad (1.16)$$

begrenzt werden. Dadurch wird allerdings die übertragbare Wirkleistung abermals deutlich abgesenkt.

2) Kopplung von übertragener Wirk- und Blindleistung

Aus Gleichung (1.12) folgt weiter

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_2}{P_0} = \cdot \sin \vartheta \quad \frac{Q_2}{P_0} = \cos \vartheta - \frac{U_2}{U_1} \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) \quad (1.17)$$

mit $P_0 = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_0 \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}$

Bild 1.4 zeigt die in das Netz 2 übertragene Wirkleistung P_2 und die Blindleistung Q_2 für verschiedene Leitungslängen in Abhängigkeit des Leitungswinkels ϑ . Klar erkennbar ist noch einmal der fixe Zusammenhang zwischen P_2 und Q_2 bei einem bestimmten Leitungswinkel ϑ_0 ($=30^\circ$ in **Bild 1.4**).

Für die Übertragung induktiver Blindleistung ($Q_2 > 0$) muß gelten

$$\cos \vartheta \geq \frac{U_2}{U_1} \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) \quad \text{oder} \quad \vartheta \leq \arccos \left[\frac{U_2}{U_1} \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right) \right] \quad (1.18)$$

Kapazitive Blindleistung wird also nur bei kurzen Leitungen jenseits eines bestimmten Leitungswinkels ϑ übertragen. Bei längeren oder sehr langen Leitungen kann kapazitive Blindleistung nur jenseits von sehr großen Leitungswinkeln übertragen werden. Große Leitungswinkel vermeidet man jedoch aus Stabilitätsgründen. Anders ausgedrückt: *Die Möglichkeit zur Übertragung kapazitiver Blindleistung über eine längere Leitung ist sehr eingeschränkt.*

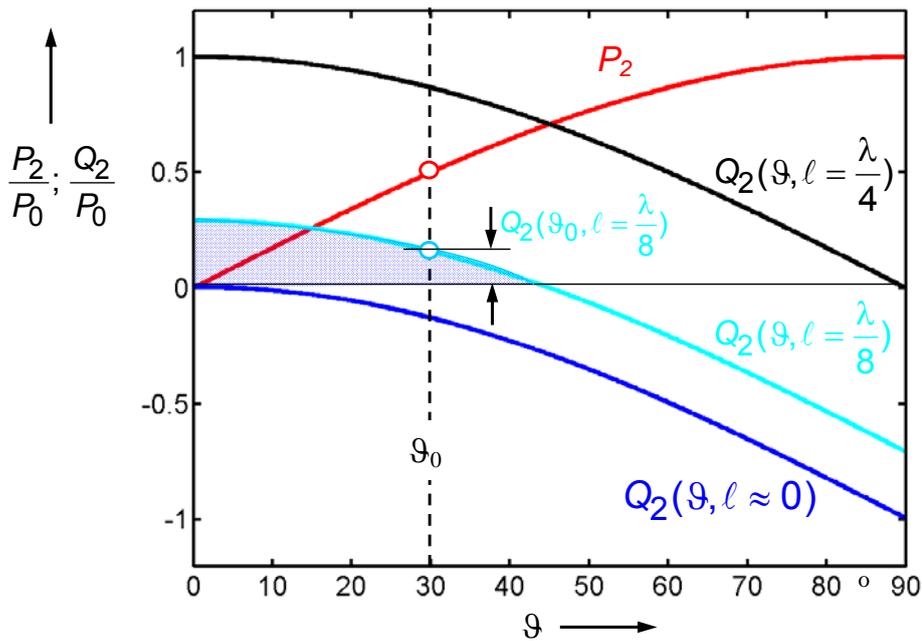


Bild 1.4 Abhängigkeit der übertragenen Wirkleistung P_2 und der Blindleistung Q_2 vom Leitungswinkel ϑ und mit der Leitungslänge ℓ als Parameter (für $U_2/U_1 = 1$)

3) Wirkung einer Leitung hinsichtlich der Blindleistung

Aus Gleichung (1.13) ergeben sich noch interessante Konsequenzen. Betrachtet man die Differenz zwischen der abgegebenen und der in die Leitung eingespeisten Blindleistung und bezieht dies auf die natürliche Leistung der Übertragungsleitung, so erhält man

$$\frac{\Delta Q}{P_{nat}} = \frac{2 \cdot \cos \vartheta - \left(\frac{U_1}{U_2} + \frac{U_2}{U_1} \right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}{\sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}$$

$$= \frac{2 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{P_2}{P_{nat}} \sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)\right)\right) - \left(\frac{U_1}{U_2} + \frac{U_2}{U_1} \right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)}{\sin\left(2\pi \frac{\ell}{\lambda}\right)} \quad (1.19)$$

$$\text{mit } P_{nat} = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_0}$$

Die natürliche Leistung wird bei einer Leitungslänge von $\lambda/4$ übertragen. Eine Übertragungsleitung, die eine Wirkleistung unterhalb ihrer natürlichen Leistung P_{nat} überträgt, nimmt induktive Blindleistung auf ($\Delta Q > 0$). Die Höhe der Blindleistungsaufnahme variiert mit der Leitungslänge. Erst wenn die Leitung eine Leistung jenseits ihrer natürlichen Leistung überträgt, kehren sich die Verhältnisse um, d. h. sie nimmt kapazitive Blindleistung auf ($\Delta Q < 0$) (**Bild 1.5**). Die Blindleistungsaufnahme nach Art und Höhe hängt damit wesentlich von der Höhe der übertragenen Wirkleistung ab.

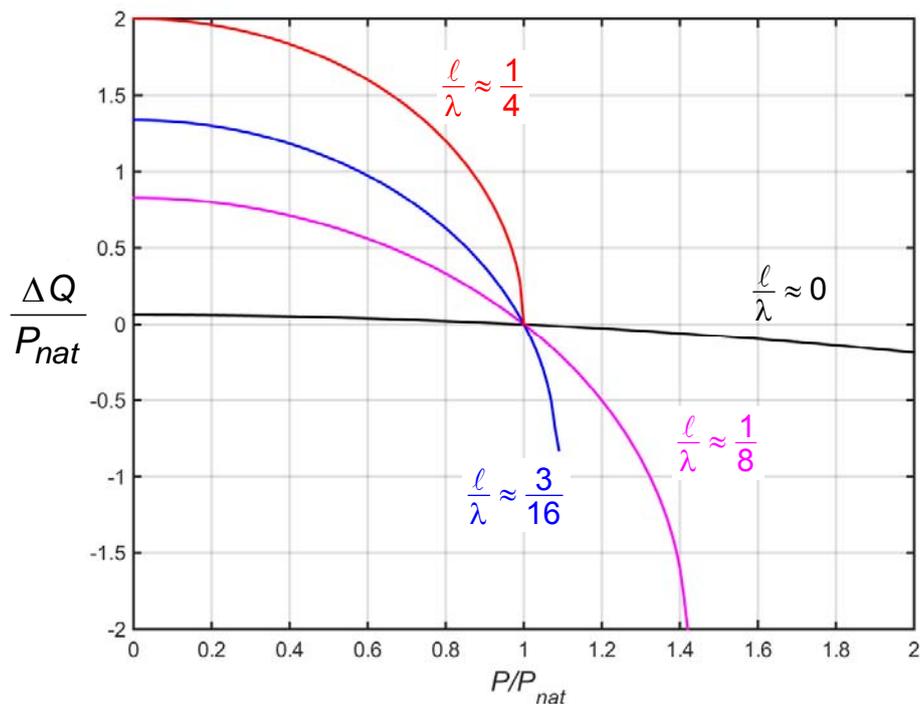


Bild 1.5 Abhängigkeit der von der Leitung umgesetzten Blindleistung ΔQ von der übertragenen Wirkleistung P_2 , jeweils bezogen auf die natürliche Leistung P_{nat} der Leitung mit der Leitungslänge ℓ als Parameter (für $U_2/U_1 = 1$)

4) Leistungsverluste durch die übertragene Leistung

Betrachtet man den ohmschen Widerstand einer Leitung als konzentriertes Element, so lassen sich die Leistungsverluste in Abhängigkeit der in die Übertragungsleitung eingespeisten Leistung \underline{S}_1 oder der am Ende der Leitung abgegriffenen (übertragenen) Leistung \underline{S}_2 bestimmen. In einer vereinfachten Betrachtung werden die Leitungskapazitäten vernachlässigt, daher sind die Ströme an beiden Enden der Leitung identisch ($I_1 = I_2$). Die Verluste auf einer Übertragungsleitung mit dem ohmschen Widerstand R betragen demnach

$$\begin{aligned}
 P_V &= 3 \cdot R I^2 = 3 \cdot R \cdot (\underline{I}^* \cdot \underline{I}) = 3 \cdot R \cdot \frac{\underline{S}_1}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_1} \cdot \frac{\underline{S}_1^*}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_1} = R \cdot \frac{(P_1 + jQ_1)(P_1 - jQ_1)}{U_1^2} \\
 &= R \cdot \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} = R \cdot \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \quad (1.20)
 \end{aligned}$$

Das heißt, daß die Verlustleistung P_V einer Leitung hängt sowohl von der Wirkleistung $P_{1/2}$ als auch von der Blindleistung $Q_{1/2}$ ab. Ziel muss es deshalb sein, die übertragene Blindleistung Q_2 so gering wie möglich zu halten.

Sowohl die Tatsache, dass sich über längere Leitungen hohe kapazitive Blindleistungen praktisch nicht übertragen lassen, als auch die zusätzlichen Verluste aufgrund der Übertragung von Blindleistung erfordern, dass man bei HGÜ-Stationen die notwendige Blindleistung durch Kompensatoren direkt an der Station bereitstellt.

1.1.4 Einspeisung in ein Netz und Speisung eines Verbrauchers über eine kurze Leitung

Im Falle der Energieübertragung von einem Synchrongenerator (Vollpolgenerator, $X_d \approx X_q$) in ein starres Netz über eine elektrisch kurze Leitung sind die synchrone Reaktanz X_d des Generators und die Leitungsreaktanz X_L wirksam (**Bild 1.6**). Die zufließende 3-phasige Leistung ist

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= 3 \cdot \underline{U}_{PY} \cdot \underline{I}^* = 3 \cdot \underline{U}_{PY} \cdot \left(\frac{\underline{U}_{PY} - \underline{U}_{2Y}}{jX} \right)^* = 3 \cdot \frac{\underline{U}_{PY}}{-jX} (\underline{U}_{PY}^* - \underline{U}_{2Y}^*) \\ &= j \cdot 3 \cdot \frac{\underline{U}_{PY}}{X} (\underline{U}_{PY}^* - \underline{U}_{2Y}^*) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Mit den geometrischen Verhältnissen des Zeigerdiagramms **Bild 1.3b** gemäß folgt für die Polradspannung \underline{U}_P und die Klemmspannung \underline{U}_1 des Synchrongenerators sowie die Netzspannung \underline{U}_2

$$\begin{aligned} \underline{U}_{PY} &= U_{PY} e^{j(\vartheta_G + \vartheta_L)} = U_{PY} e^{j\vartheta} \\ \underline{U}_{1Y} &= U_{1Y} e^{j\vartheta_L} \quad \text{und} \quad \underline{U}_{2Y} = U_{2Y} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Damit erhält man für die vom Generator abgegebene, d. h. in die Leitung eingespeiste Leistung \underline{S}_1 und die in das starre Netz eingespeiste Leistung \underline{S}_2 :

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= P_1 + jQ_1 = \frac{U_P U_2}{X} \sin \vartheta + j \cdot \left(\frac{U_P^2}{X} - \frac{U_P U_2}{X} \cos \vartheta \right) \\ \underline{S}_2 &= P_2 + jQ_2 = \frac{U_P U_2}{X} \sin \vartheta + j \cdot \left(\frac{U_P U_2}{X} \cos \vartheta - \frac{U_2^2}{X} \right) \end{aligned} \quad (1.23)$$

Zu beachten ist hier der Übergang von den Sternspannungen \underline{U}_{PY} , \underline{U}_{1Y} und \underline{U}_{2Y} des einphasigen Ersatzschaltbildes (**Bild 1.6**) auf Leiterspannungen \underline{U}_P , \underline{U}_1 und \underline{U}_2 .

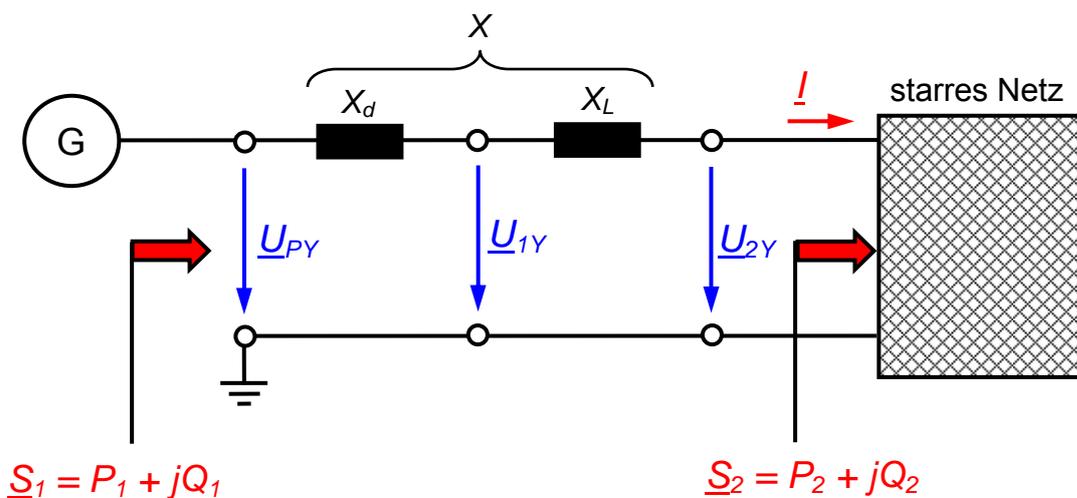


Bild 1.6 Einspeisung elektrischer Energie eines Synchrongenerators in ein starres Netz über eine elektrisch kurze Leitung, vereinfachtes Ersatzschaltbild

Interessant ist noch die Betrachtung der Speisung eines Verbrauchers über eine Leitung durch einen einzelnen Generator oder ein Netz (**Bild 1.7**). Der Verbraucher kann kapazitiven oder induktiven Charakter haben. Für einen Verbraucher gilt generell

$$Q_2 = P_2 \cdot \tan \varphi$$

mit $\tan \varphi = \frac{X_V}{R_V}$, (1.24)

daneben gelten die Gleichungen der Energieübertragung gemäß (1.23). In bezogenen Größen erhält man

$$\frac{P_2}{U_P^2} = p_2 = \frac{U_2}{U_P} \cdot \sin \vartheta \quad \frac{Q_2}{U_P^2} = q_2 = \frac{U_2}{U_P} \cos \vartheta - \left(\frac{U_2}{U_P} \right)^2 \quad \text{und} \quad q_2 = p_2 \cdot \tan \varphi \quad . \quad (1.25)$$

und durch gegenseitiges Einsetzen folgt

$$\tan \varphi = \frac{1}{\tan \vartheta} - \frac{p_2}{\sin^2 \vartheta} = \frac{1}{\tan \vartheta} - \frac{p_2}{\tan^2 \vartheta} \cdot (1 + \tan^2 \vartheta) \quad \text{und} \quad \frac{U_2}{U_P} = \frac{p_2}{\sin \vartheta} \quad . \quad (1.26)$$

Bild 1.8 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Spannungsverhältnis U_2/U_P und der bezogenen Leistung p_2 für verschiedene Werte von φ gemäß Gleichung (1.26). Man erkennt, dass die Speisung einer induktiven Last ($\varphi > 0$) nur bei einer Spannungsabsenkung am Verbraucher gegenüber der Einspeisung ($U_2/U_P < 1$) möglich ist und dabei auch nur in begrenztem Maß eine Wirkleistungsübertragung möglich ist. Die maximal übertragbare Leistung liegt bei $p_2 = 0,5$ für $\varphi = 0$. Bei kapazitiver Last kommt es zu einer Spannungserhöhung am Verbraucher; außerdem sind höhere Leistungen möglich.

Dieses Ergebnis ist über die Betrachtung des Spannungsteilers aus der Leistungsreaktanz X und dem Verbraucher \underline{Z} in **Bild 1.7** unmittelbar einsichtig. Bei induktivem Verbrauch findet eine reine Spannungsteilung statt, bei kapazitivem Verbraucher gibt es eine Resonanzüberhöhung.

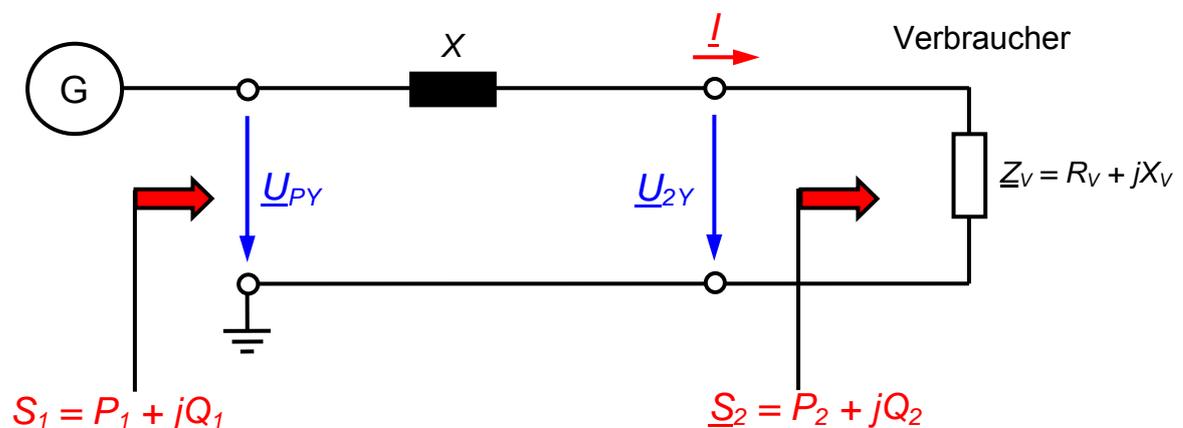


Bild 1.7 Einspeisung eines Verbrauchers durch einen Synchrongenerators über eine elektrisch kurze Leitung, vereinfachtes Ersatzschaltbild

Wesentliche Erkenntnisse dieser Betrachtung sind:

- Über die Blindleistungsaufnahme q_2 des Verbrauchers lässt sich bei gegebener Wirkleistung p_2 die Spannung am Verbraucher beeinflussen.
- Ein induktiver Verbraucher, der über eine elektrisch kurze Leitung gespeist wird, führt zu einer Spannungsabsenkung am Verbraucher gegenüber der Spannung am Einspeisepunkt. Bei kapazitivem Verbraucher ist es genau umgekehrt.
- Bei gegebenem Leistungsfaktor $\cos\varphi$ des Verbrauchers und gewünschter Wirkleistungsaufnahme p_2 kann es zu erheblichen Spannungsabweichungen zwischen Speisepannung und Spannung am Verbraucher kommen.

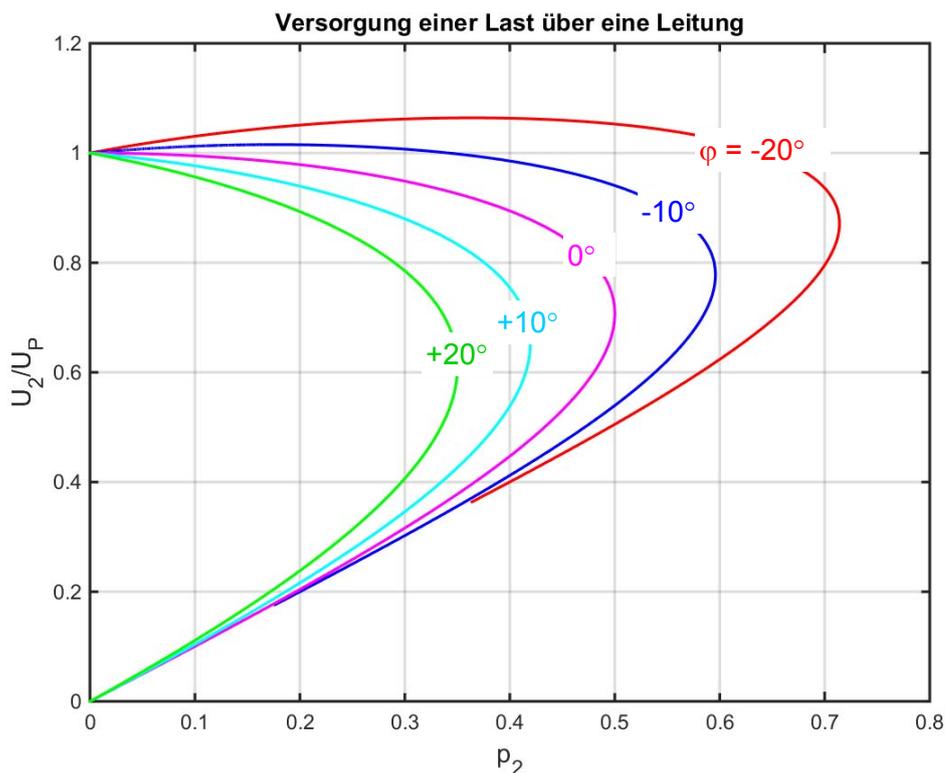


Bild 1.8 Verhältnis U_2/U_P der Spannungen am Verbraucher und an der Einspeisung in abhängigkeit der eingespeisten Wirkleistung p_2 für verschiedene Phasenwinkels φ

1.2 Mathematische Behandlung von Drehstromsystemen

1.2.1 Allgemeines Drehstromsystem

Der allgemeinste Fall eines Drehstromsystems in der Energieübertragung besteht aus einer dreiphasigen Spannungsquelle, die über Transformatoren und Leitungen einen Verbraucher speist. Durch die Leitungen und Transformatoren ergibt sich eine magnetische und kapazitive Kopplung der 3 Phasen untereinander. Daher müssen Drehstromsysteme grundsätzlich durch drei elektrisch und magnetisch gekoppelte Netzwerke beschrieben werden (**Bild 1.9**). Der Verbraucher sei an die Klemmen R, S und T angeschlossen und kann ebenfalls Kopplungen zwischen den einzelnen Phasen aufweisen. Die Admittanzen des Verbrauchers können mit den Kapazitäten der Leitung zusammengefasst werden und man erhält ein Netzwerk aus Koppelimpedanzen (Y_{AB} , $A \neq B$) und aus Impedanzen gegen Erde (Y_{AA}).

Durch Anwendung der Maschenregel und des Knotenpotenzialverfahrens lassen sich die folgenden Netzwerkgleichungen aufstellen:

$$\begin{aligned}\underline{U}_R &= \underline{E}_R - j\omega L_{RR} \cdot \underline{I}_R - j\omega L_{RS} \cdot \underline{I}_S - j\omega L_{RT} \cdot \underline{I}_T - R_R \cdot \underline{I}_R - \underline{Z}_N \cdot \underline{I}_N \\ \underline{U}_S &= \underline{E}_S - j\omega L_{SR} \cdot \underline{I}_R - j\omega L_{SS} \cdot \underline{I}_S - j\omega L_{ST} \cdot \underline{I}_T - R_S \cdot \underline{I}_S - \underline{Z}_N \cdot \underline{I}_N \\ \underline{U}_T &= \underline{E}_T - j\omega L_{TR} \cdot \underline{I}_R - j\omega L_{TS} \cdot \underline{I}_S - j\omega L_{TT} \cdot \underline{I}_T - R_T \cdot \underline{I}_T - \underline{Z}_N \cdot \underline{I}_N\end{aligned}\quad . (1.27)$$

$$\underline{I}_R = (\underline{Y}_{RR} + \underline{Y}_{RS} + \underline{Y}_{RT}) \cdot \underline{U}_R - \underline{Y}_{RS} \cdot \underline{U}_S - \underline{Y}_{RT} \cdot \underline{U}_T$$

$$\underline{I}_S = -\underline{Y}_{SR} \cdot \underline{U}_R + (\underline{Y}_{SS} + \underline{Y}_{SR} + \underline{Y}_{ST}) \cdot \underline{U}_S - \underline{Y}_{ST} \cdot \underline{U}_T$$

$$\underline{I}_T = -\underline{Y}_{TR} \cdot \underline{U}_R - \underline{Y}_{TS} \cdot \underline{U}_S + (\underline{Y}_{TT} + \underline{Y}_{TS} + \underline{Y}_{TR}) \cdot \underline{U}_T \quad \text{und} \quad \underline{I}_N = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T$$

Ist das zu berechnende Dreiphasensystem unsymmetrisch, so muß die Berechnung über die gekoppelten Gleichungen gemäß (1.27) erfolgen. In der Regel kann das Dreiphasensystem für die Berechnung elektrischer Energienetze jedoch als symmetrisch betrachtet werden. Dann gilt:

$$\begin{aligned}L &= L_{RR} = L_{SS} = L_{TT} \\ R &= R_R = R_S = R_T \\ M &= L_{RS} = L_{SR} = L_{RT} = L_{TR} = L_{ST} = L_{TS} \\ \underline{Y}_E &= \underline{Y}_{RR} = \underline{Y}_{SS} = \underline{Y}_{TT} \\ \underline{Y}_K &= \underline{Y}_{RS} = \underline{Y}_{SR} = \underline{Y}_{RT} = \underline{Y}_{TR} = \underline{Y}_{ST} = \underline{Y}_{TS}\end{aligned}\quad . (1.28)$$

Damit vereinfacht sich das Gleichungssystem (1.27) deutlich:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}_R \\ \underline{E}_S \\ \underline{E}_T \end{pmatrix} - j\omega \underbrace{\begin{pmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{pmatrix}}_{\substack{\text{gekoppeltes} \\ \text{System}}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} - \underline{Z}_N \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{gekoppeltes} \\ \text{System}}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix}\quad . (1.29)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} (\underline{Y}_E + 2\underline{Y}_K) & -\underline{Y}_K & -\underline{Y}_K \\ -\underline{Y}_K & (\underline{Y}_E + 2\underline{Y}_K) & -\underline{Y}_K \\ -\underline{Y}_K & -\underline{Y}_K & (\underline{Y}_E + 2\underline{Y}_K) \end{pmatrix}}_{\substack{\text{gekoppeltes} \\ \text{System}}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix}$$

oder

$$\underline{U}_{RST} = \underline{E}_{RST} - j\omega \cdot \underline{Z}_{RST} \cdot \underline{I}_{RST} - R \cdot \underline{I}_{RST} - \underline{Z}_N \cdot \underline{I}_{RST}$$

und

$$\underline{I}_{RST} = \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{U}_{RST}$$

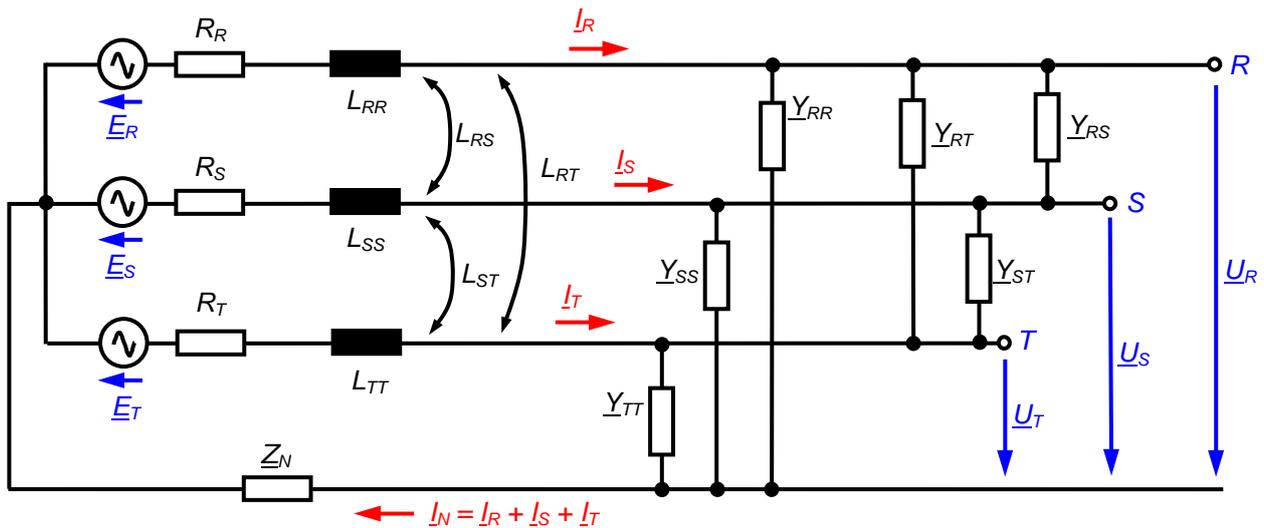


Bild 1.9 Kapazitiv und induktiv (magnetisch) gekoppeltes Drehstromnetzwerk

Zur Berechnung des Netzwerkes müssen die beiden Gleichungen des Systems (1.30) ineinander eingesetzt und nach der gewünschten Unbekannten aufgelöst werden. Dies wird bereits bei der Nachbildung von wenigen Betriebsmitteln (Generatoren, Transformatoren, Leitungen, Kompensatoren, etc.) sehr unübersichtlich und schwierig. Hauptproblem ist dabei die Kopplung der 3 Phasen untereinander.

1.2.2 Diagonalisierung der Systemmatrizen

Mit den Methoden der linearen Algebra (Diagonalisierung von Matrizen) lassen sich die 3 durch die Systemmatrizen gekoppelten Gleichungen entkoppeln. Damit wird jede Phase durch ein eigenes Netzwerk repräsentiert. Voraussetzung ist allerdings, dass das betrachtete dreiphasige Netzwerk symmetrisch aufgebaut ist und auch symmetrisch belastet wird. Diese Voraussetzung ist aber bei elektrischen Energienetzen aufgrund ihres Aufbaus – abgesehen von lokalen Unsymmetrien – erfüllt.

Aus der Mathematik ist folgendes bekannt:

Sei T eine symmetrische $n \times n$ -Matrix, dann gibt es eine Matrix C mit

$$C^{-1} \cdot T \cdot C = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & \lambda_n \end{pmatrix} = D \quad .$$

Darin sind die λ_i die Eigenwerte der Matrix T , die gemäß

$$\det(T - \lambda \cdot E) = 0$$

bestimmt werden können.

Bei einer symmetrischen Matrix \mathbf{T} existieren n reelle Eigenwerte λ_i und n zugehörige linear unabhängige Eigenvektoren Ψ_i . Die zu den Eigenwerten λ_i gehörigen Eigenvektoren Ψ gehorchen der Gleichung

$$\mathbf{T} \cdot \Psi = \lambda_i \cdot \Psi \quad \text{oder} \quad (\mathbf{T} - \lambda_i \cdot \mathbf{E}) \cdot \Psi = \mathbf{0} \quad \text{mit} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad .$$

Bei einer symmetrischen Matrix \mathbf{T} sind die Eigenvektoren Ψ_i orthogonal, d. h. das Skalarprodukt von 2 Eigenvektoren von verschiedenen Eigenwerten verschwindet:

$$\langle \Psi_i \cdot \Psi_k \rangle = 0 \quad \text{für} \quad i \neq k \quad .$$

Die Eigenvektoren Ψ sind Spaltenvektoren der Matrix \mathbf{C} .

Die Matrizen $\underline{\mathbf{Z}}_{RST}$, $\underline{\mathbf{Y}}_{RST}$, $\underline{\mathbf{Z}}_N$ und \mathbf{R} sind symmetrisch für ein symmetrisches dreiphasiges Netzwerk. Die allgemeine Struktur dieser Matrizen ist

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} A & B & B \\ B & A & B \\ B & B & A \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

wobei $A = B$ möglich ist.

Zur Bestimmung der Matrix $\underline{\mathbf{C}}$ werden nun die Eigenwerte λ_i der Matrix \mathbf{T} bestimmt

$$\det(\mathbf{T} - \lambda \cdot \mathbf{E}) = \det \begin{pmatrix} A - \lambda & B & B \\ B & A - \lambda & B \\ B & B & A - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad . \quad (1.32)$$

Dies führt auf die charakteristische Gleichung

$$(A - \lambda) \left[(A - \lambda)^2 - B^2 \right] - B \left[B(A - \lambda) - B^2 \right] + B \left[B^2 - B(A - \lambda) \right] = 0 \quad , \quad (1.33)$$

deren Lösungen sind

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= A + 2B \\ \lambda_2 &= A - B \\ \lambda_3 &= A - B \end{aligned} \quad . \quad (1.34)$$

Damit erhält man die folgenden Bestimmungsgleichungen für die drei Eigenvektoren:

$$\begin{pmatrix} -2B & B & B \\ B & -2B & B \\ B & B & -2B \end{pmatrix} \Psi_1 = \mathbf{0} \quad \begin{pmatrix} B & B & B \\ B & B & B \\ B & B & B \end{pmatrix} \Psi_2 = \mathbf{0} \quad \begin{pmatrix} B & B & B \\ B & B & B \\ B & B & B \end{pmatrix} \Psi_3 = \mathbf{0} \quad . \quad (1.35)$$

Dies führt auf

$$\underline{\mathbf{C}} = (\underline{\boldsymbol{\psi}}_1 \quad \underline{\boldsymbol{\psi}}_2 \quad \underline{\boldsymbol{\psi}}_3) = \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \psi_{13} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \psi_{23} \\ \psi_{31} & \psi_{32} & \psi_{33} \end{pmatrix}$$

mit

$$\left. \begin{aligned} -2\psi_{11} + \psi_{21} + \psi_{31} &= 0 \\ \psi_{11} - 2\psi_{21} + \psi_{31} &= 0 \\ \psi_{11} + \psi_{21} - 2\psi_{31} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ für } \lambda_1 \quad (1.36)$$

und

$$\begin{aligned} \psi_{12} + \psi_{22} + \psi_{32} &= 0 & \text{für } \lambda_2 \\ \psi_{13} + \psi_{23} + \psi_{33} &= 0 & \text{für } \lambda_3 \end{aligned}$$

Formal kann man nun zunächst für den Übergang vom RST-System auf ein noch zu definierendes System XYZ schreiben:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{U}}_{RST} &= \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{XYZ} \\ \text{und} & \\ \underline{\mathbf{U}}_{XYZ} &= \underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{RST} \end{aligned} \quad (1.37)$$

Aus (1.30) folgt damit

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{XYZ} &= \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{XYZ} - j\omega \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ} - \underline{\mathbf{R}} \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ} - \underline{\mathbf{Z}}_N \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ} \\ \text{und} & \\ \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ} &= \underline{\mathbf{Y}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{XYZ} \end{aligned} \quad (1.38)$$

Durch die linksseitige Multiplikation mit $\underline{\mathbf{C}}^{-1}$ folgt schließlich:

$$\underline{\mathbf{U}}_{XYZ} = \underline{\mathbf{E}}_{XYZ} - j\omega \underbrace{\left[\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{C}} \right]}_{\underline{\mathbf{Z}}_D} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ} - \underbrace{\left[\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{R}} \cdot \underline{\mathbf{C}} \right]}_{\underline{\mathbf{R}}_D = \underline{\mathbf{R}}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ} - \underbrace{\left[\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_N \cdot \underline{\mathbf{C}} \right]}_{\underline{\mathbf{Z}}_{ND}} \cdot \underline{\mathbf{I}}_{XYZ}$$

. (1.39)

und

$$\underline{\mathbf{I}}_{XYZ} = \underbrace{\left[\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{C}} \right]}_{\underline{\mathbf{Y}}_D} \cdot \underline{\mathbf{U}}_{XYZ}$$

mit den Diagonalmatrizen

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}_D &= \underline{C}^{-1} \cdot \underline{Z}_{RST} \cdot \underline{C} = \begin{pmatrix} L+2M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{pmatrix} \\
 \underline{R} = \underline{R}_D &= \underline{C}^{-1} \cdot \underline{R} \cdot \underline{C} = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \\
 \underline{Z}_{ND} &= \underline{C}^{-1} \cdot \underline{Z}_N \cdot \underline{C} = \underline{Z}_N \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \underline{Y}_D &= \underline{C}^{-1} \cdot \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{C} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_E & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_E + 3\underline{Y}_K & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_E + 3\underline{Y}_K \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

Durch die Diagonalisierung kann eine symmetrische 3-phasige Schaltung durch 3 1-phasige Schaltungen im Koordinatensystem XYZ berechnet werden. Die anschließende Rücktransformation liefert die Ströme und Spannungen im RST-System.

Für die Wahl der Eigenvektoren gibt es zahlreiche Möglichkeiten, die auf unterschiedliche Transformationsmatrizen \underline{C} führen. Die jeweilige Transformation besitzt spezifische Eigenschaften. Man unterscheidet neben den Raumzeigerkomponenten in ruhenden oder rotierenden Koordinaten im Wesentlichen die in **Bild 1.10** zusammengestellten Transformationen.

Transformation	Anwendungsgebiet
Symmetrische Komponenten (012-Komponenten)	Berechnung unsymmetrischer Fehler (1- und 2-polige Kurzschlüsse)
$\alpha\beta 0$ -Komponenten (Diagonal-Komponenten)	Analyse unsymmetrischer Dreiphasensysteme Basis für die dq0-Transformation
dq0-Komponenten (Park-Komponenten)	Analyse von Drehfeldmaschinen

Bild 1.10 Übersicht relevanter Transformationen und deren Anwendungsgebiete

1.2.3 $\alpha\beta$ -Komponenten

Die $\alpha\beta$ -Komponenten (oder Diagonal-Komponenten) wurden 1948 von E. Clarke vorgeschlagen. Sie stellen die Grundlage der dq0-Komponenten dar.

Die Transformationsgleichungen der $\alpha\beta$ -Komponenten lauten

$$\underline{U}_{RST} = \mathbf{C} \cdot \underline{U}_{\alpha\beta 0} \quad \text{und} \quad \underline{U}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \underline{U}_{RST} \quad (1.41)$$

mit

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & \sqrt{3} & 2 \\ -1 & -\sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} . \quad (1.42)$$

Man kann sich leicht überzeugen, dass Gleichung (1.35) zur Bestimmung der Eigenvektoren erfüllt wird.

Die Anwendung $\alpha\beta$ -Komponenten und der Transformationsmatrizen gemäß (1.42) auf eine symmetrische Spannungsquelle liefert

$$\underline{E}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \underline{E}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{E}_{\alpha} \\ \underline{E}_{\beta} \\ \underline{E}_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{E}_R \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_R \\ \underline{a} \cdot \underline{E}_R \end{pmatrix} = \underline{E}_R \begin{pmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (1.43)$$

$$\text{mit } \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Man erkennt, dass bei dieser Transformation zwar im Nullsystem keine treibende Spannung gegeben ist, wohl aber im α - und β -System.

1.2.4 dq0-Komponenten

1.2.4.1 Herleitung der Park-Transformation

Grundidee der dq0-Transformation (oder Park-Transformation) ist die Transformation des Statorsystems einer Drehfeldmaschine in ein Koordinatensystem, das mit dem Läufer rotiert. Dadurch lassen sich in der Analyse der Maschine deutlich vereinfachte Verhältnisse erzielen. Die Park-Transformation wurde 1929 von R.H. Park eingeführt.

Die dq0-Transformation erfolgt in 2 Schritten (**Bild 1.11**):

- 1) Transformation des RST-Systems in das ruhende und orthogonale $\alpha\beta$ 0-System.
- 2) Transformation des $\alpha\beta$ 0-Systems in das ebenfalls orthogonale, aber rotierende dq0-System.

Die Transformation des RST-Systems in das ruhende und orthogonale $\alpha\beta 0$ -System erfolgt gemäß den Gleichungen (1.41) und (1.42). Bei der Transformation des $\alpha\beta 0$ -Systems in das dq0-System bleibt die Nullkomponente erhalten. Auch die Orthogonalität des $\alpha\beta 0$ -Systems überträgt sich auf das dq0-System, da das dq0-System nur um den Winkel θ gegenüber dem $\alpha\beta 0$ -System gedreht ist. Die Transformationsgleichung lässt sich direkt dem **Bild 1.11** entnehmen (gestrichelte Linien) und lautet:

$$\underline{U}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{G} \cdot \underline{U}_{dq0} = \begin{pmatrix} \underline{U}_\alpha \\ \underline{U}_\beta \\ \underline{U}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_q \\ \underline{U}_0 \end{pmatrix} . \quad (1.44)$$

Die Matrix \mathbf{G}^{-1} lässt sich entweder durch Inversion der Matrix \mathbf{G} errechnen oder ebenfalls direkt aus **Bild 1.11** bestimmen (strich-punktierete Linie):

$$\underline{U}_{dq0} = \mathbf{G}^{-1} \cdot \underline{U}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_q \\ \underline{U}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_\alpha \\ \underline{U}_\beta \\ \underline{U}_0 \end{pmatrix} . \quad (1.45)$$

Damit lautet die Transformation vom RST-System in das dq0-System:

$$\underline{U}_{dq0} = \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \underline{U}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_q \\ \underline{U}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix} . \quad (1.46)$$

$$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \cos \theta & -\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta & -\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta \\ -2 \sin \theta & \sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta & -\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix}$$

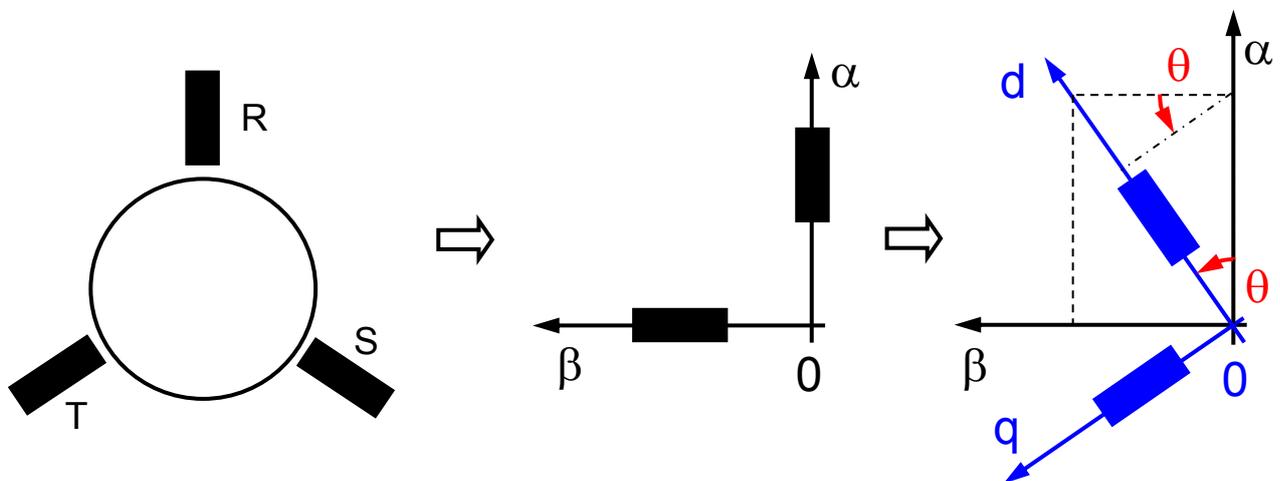


Bild 1.11 Übergang vom ruhenden gekoppelten 3-phasigen RST-System auf das orthogonale und rotierende dq0-System über die $\alpha\beta 0$ -Transformation

Dies kann noch weiter vereinfacht werden. Die Transformationsvorschrift lautet dann insgesamt:

$$\underline{U}_{RST} = \mathbf{C} \cdot \underline{U}_{dq0} \quad \text{und} \quad \underline{U}_{dq0} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \underline{U}_{RST} \quad (1.47)$$

mit

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}^{-1} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot (1.48)$$

1.2.4.2 Bedeutung verschiedener Vorfaktoren bei der Park-Transformation

Die elektrische Klemmenleistung am Stator eines Synchrongenerators ist unter Annahme $I_0 = 0$

$$P_{el} = U_d \cdot I_d + U_q \cdot I_q \quad (1.49)$$

Die Annahme $I_0 = 0$ ist bei geerdetem Sternpunkt und vollständig symmetrischer Belastung des Generators oder bei nicht geerdetem Sternpunkt zutreffend.

Gemäß Gleichung (1.48) wird ein symmetrisches Drehspannungssystem durch Anwendung der dq0-Transformation in ein Gleichspannungssystem in dq0-Komponenten transformiert:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{pmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \sqrt{2} U_Y \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} = \sqrt{2} U_Y \cdot \begin{pmatrix} \sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (1.50)$$

Analog erhält man für ein symmetrisches Drehstromsystem, das gegenüber dem Drehspannungssystem um den Winkel φ phasenverschoben ist:

$$\begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \sqrt{2} I_L \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3} + \varphi) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{4\pi}{3} + \varphi) \end{pmatrix} = \sqrt{2} I_L \cdot \begin{pmatrix} \sin(\vartheta + \varphi) \\ \cos(\vartheta + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (1.51)$$

Man erkennt, dass die Amplituden der Spannungen (und Ströme) in dq0-Koordinaten und RST-Koordinaten identisch sind. Man bezeichnet dies als Betragsinvarianz, d. h. die Transformationsvorschrift gemäß Gleichung (1.48) ist betragsinvariant.

Berechnet man daraus die Leistung, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} P_{el,dq0} &= U_d \cdot I_d + U_q \cdot I_q = \sqrt{2} U_Y \cdot \sqrt{2} I_L \cdot \underbrace{[\sin(\vartheta) \cdot \sin(\vartheta + \varphi) + \cos(\vartheta) \cdot \cos(\vartheta + \varphi)]}_{\cos(\varphi)} \cdot (1.52) \\ &= 2 \cdot U_Y \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) \end{aligned}$$

Die Leistung wird in dq0-Komponenten offenbar nicht korrekt berechnet, sie beträgt bekanntlich

$$\begin{aligned}
 P_{el,RST} &= u_R \cdot i_R + u_S \cdot i_S + u_T \cdot i_T \\
 &= \sqrt{2} U_Y \cdot \sqrt{2} I_L \\
 &\cdot \underbrace{\left[\cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) + \cos\left(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega_0 t + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_0 t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega_0 t + \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right]}_{\frac{3}{2} \cos(\varphi)} \cdot (1.53) \\
 &= 3 \cdot U_Y \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)
 \end{aligned}$$

Die Transformation gemäß (1.48) ist also betragsinvariant, was die Spannungen und Ströme angeht, aber nicht leistungsinvariant. Für eine leistungsinvariante Transformation muss der Vorfaktor der Transformation von $2/3$ auf $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ geändert werden:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \cdot (1.54)$$

Diese Transformation ist dann aber nicht leistungsinvariant. Die Leistungsinvarianz der Transformation gemäß (1.48) wird umgangen, indem die Leistung entweder über die originalen RST-Koordinaten berechnet werden, oder aber eine normierte (bezogene) Leistungsberechnung in dq0-Komponenten erfolgt.

1.3 Stabilität von Energieübertragungssystemen

1.3.1 Klassifizierung der verschiedenen Arten von Stabilität

In einem Energieübertragungsnetz rotieren alle einspeisenden Synchrongeneratoren mit derselben, der sogenannten synchronen Winkelgeschwindigkeit, durch welche die Frequenz f_0 des Netzes gegeben ist. Gleichzeitig muss die Spannung an den Netzknoten in einem bestimmten Wertebereich um den Nennwert liegen, weil ansonsten die daran angeschlossenen Aggregate nicht korrekt arbeiten oder ihre Nennleistung abgeben können. Stabilität eines Elektroenergiesystems bedeutet im Sinne der Frequenzstabilität die Fähigkeit des Systems bei kleineren oder größeren Störungen den Synchronlauf der Generatoren aufrecht erhalten zu können und die Frequenzschwankungen in einem möglichst engen Band um den jeweiligen Nennwert von 50 Hz oder 60 Hz abhängig von der Region halten zu können. Spannungsstabilität bedeutet die Fähigkeit des Systems, die Spannung an den Knotenpunkten in einem bestimmten Toleranzbereich um den Nennwert halten zu können. Betrachtet man die Einspeisung eines einzelnen Generators (oder Kraftwerks) in ein sehr großes und leistungsstarkes Netz, so beeinflusst der Generator die Netzspannung nur sehr wenig, es geht in diesem Fall nur um die Frequenzstabilität. Umgekehrt ist bei der Speisung einer Last durch ein leistungsstarkes Netz nur die Spannungsstabilität von Bedeutung. In realen Energieversorgungssystemen sind Spannungs- und Frequenzstabilität stets mehr oder weniger stark gekoppelt.

Bei der Frequenzstabilität unterscheidet man die *statische Stabilität* und die *transiente Stabilität*.

Statische Stabilität: bedeutet die Aufrechterhaltung der Stabilität im Normalbetrieb (langsam veränderliche Laständerungen oder kleine Lastsprünge).

Ein elektrisches Energieübertragungsnetz wird als statisch stabil bezeichnet, wenn es nach einer kleinen Störung wieder in seinen stationären Ausgangszustand zurückkehrt. Kleine Störungen sind entweder zeitlich sehr langsam veränderliche Laständerungen oder kleine Lastsprünge.

Die Bestimmung der statischen Stabilitätseigenschaften eines Systems besteht in der Untersuchung des Gleichgewichts zwischen Antriebsmoment der Turbine und dem elektrischen Gegenmoment durch die Last auf der Verbraucherseite. So kann die Ursache einer statischen Instabilität in einem mangelhaften elektrischen Gegenmoment und auch einer zu schwachen Dämpfung von Synchrongeneratoren liegen. Die statische Stabilität kann mit oder ohne Eingriff der Spannungsregler untersucht werden.

Transiente Stabilität: bedeutet die Aufrechterhaltung der Stabilität nach einer vorübergehenden größeren Störung (z. B. Kraftwerksausfall).

Ein elektrisches Energieübertragungsnetz wird als transient stabil bezeichnet, wenn es nach einer größeren Störung wieder in einen stationären Zustand zurückkehrt. Große Störungen sind rasch veränderliche Laständerungen, z. B. ein Kurzschluss oder ein unerwarteter und damit quasi schlagartig auftretender Ausfall eines Kraftwerks.

Transiente Stabilität eines Systems nach einer Störung entscheidet sich bereits während der ersten Schwingung des Polradwinkels. Die Periodendauer einer solchen Schwingung liegt bei 2...5 s. Die Betrachtung dieses Zeitbereichs genügt daher für eine transiente Stabilitätsuntersuchung.

Aus regelungstechnischer Sicht ist statische Stabilität eine „Stabilität im Kleinen“, während die transiente Stabilität „Stabilität im Großen“ bedeutet. Für Stabilitätsuntersuchungen kann davon ausgegangen werden, dass die Primärregelung, also die Anpassung der von der Turbine gelieferten mechanischen Leistung an den Bedarf an elektrischer Leistung, noch nicht wirksam eingreift.

1.3.2 Statische Stabilität

1.3.2.1 Stationärer Betrieb

Im normalen statischen Betriebszustand herrscht ein Gleichgewicht zwischen der von den Synchrongeneratoren und den erneuerbaren Energiequellen erzeugten Leistung und der von den Verbrauchern aufgenommen Leistung. Der Einfachheit wegen werden im Folgenden nur die Synchrongeneratoren betrachtet. **Bild 1.12a** zeigt die betrachtete Anordnung, die in der Literatur auch als „Ein-Maschinen-Problem“ bezeichnet wird. Die Turbine liefert die konstante mechanische Leistung P_m . Der Generator speist die elektrische Wirkleistung $P_1 = P_2$ in die

Leitung und das Netz gemäß Gleichung (1.23) ein. Bei Vernachlässigung der Verluste sind entsprechend **Bild 1.12b** 2 Arbeitspunkte

- A_1 bei $\vartheta < 90^\circ$

und
möglich, für die gilt:

$$P_m = P_1 = P_2 = \frac{U_P U_2}{X} \sin \vartheta$$

mit

$$X = \begin{cases} X_d & \text{nur Synchrongenerator} \\ X_d + X_L & \text{Synchrongenerator + Leitung} \end{cases}$$

Es muss nun untersucht werden, ob die beiden möglichen Arbeitspunkte stabil sind. Dazu kann das *Prinzip der virtuellen Verrückung* vorteilhaft eingesetzt werden. Man verschiebt das System aus dem Gleichgewichtszustand. Dadurch wird ein resultierendes Moment (eine resultierende Kraft) verursacht, das diese Verschiebung entweder unterstützt, dann ist das System instabil, oder ihr entgegenwirkt, dann ist das System stabil.

Das Gleichgewicht in einem Arbeitspunkt ϑ_0 ist dann stabil, wenn eine angenommene kleine Änderung des Polradwinkels um $\Delta\vartheta$ ein resultierendes Moment M_{res} oder eine resultierende Leistung P_{res} erzeugt, das entgegen der angenommenen Winkeländerung wirkt. Allgemein gilt also

$$M_{res}(\vartheta) = M_T - M_G(\vartheta) \quad \text{und} \quad M_{res}(\vartheta_0) = 0 \quad M_T = const.$$

oder

$$P_{res}(\vartheta) = P_T - P_2(\vartheta) \quad \text{und} \quad P_{res}(\vartheta_0) = 0 \quad P_T = const.$$

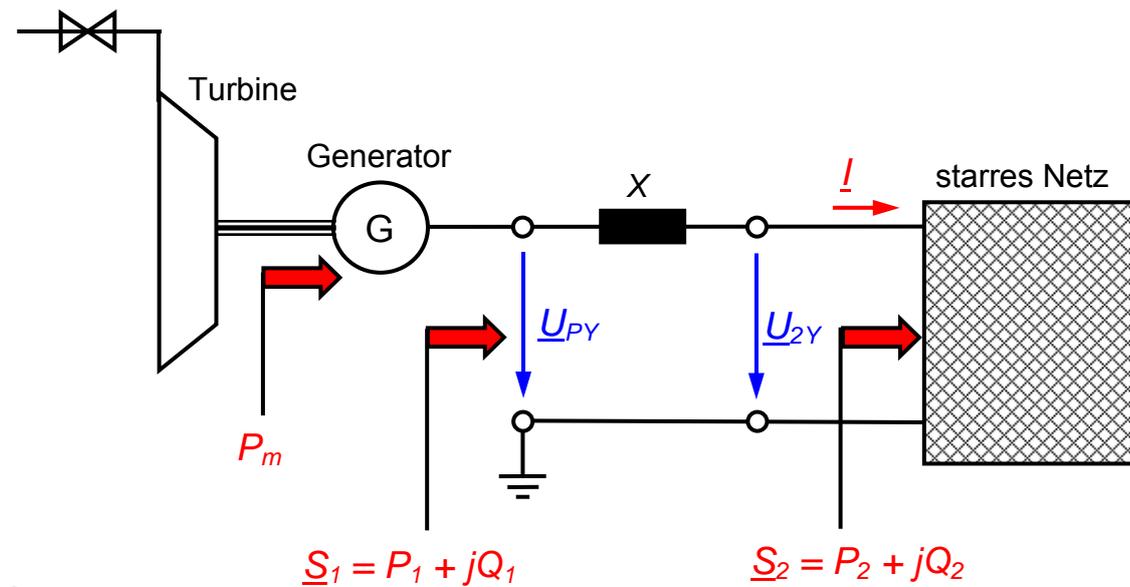
Eine kleine Änderung $\Delta\vartheta$ des Polradwinkels führt zu einem resultierenden Moment von

$$\begin{aligned} M_{res}(\vartheta) &= M_{res}(\vartheta_0 + \Delta\vartheta) \approx M_{res}(\vartheta_0) + \left. \frac{\partial M_{res}(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta=\vartheta_0} \cdot (\vartheta - \vartheta_0) \\ &= 0 + \left. \frac{\partial M_{res}(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} \cdot \Delta\vartheta = \left. \frac{\partial}{\partial \vartheta} (M_T - M_G(\vartheta)) \right|_{\vartheta_0} \cdot \Delta\vartheta \\ &= - \left. \frac{\partial M_G(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} \cdot \Delta\vartheta \end{aligned}$$

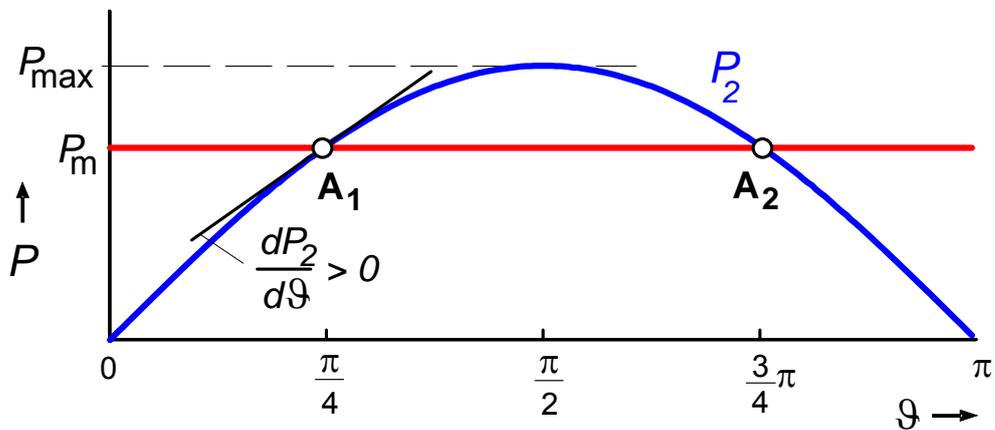
Genauso kommt man zu einer resultierenden Leistung

$$P_{res}(\vartheta) = - \left. \frac{\partial P_2(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} \cdot \Delta\vartheta$$

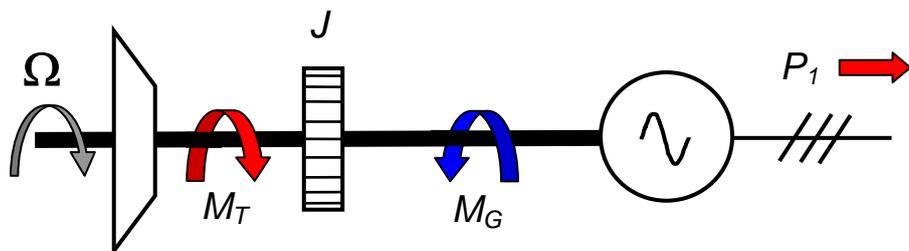
Für die Betrachtung der Stabilität eines Generators, der direkt an ein starres Netz gekuppelt ist, ist die Betrachtung des resultierenden Momentes sinnvoll, für eine Übertragungsstrecke ist die Betrachtung der Leistungen sinnvoller.



a.



b.



c.

Bild 1.12 a. Speisung eines starren Netzes durch einen Synchrongenerator mit oder ohne Leitung zwischen Generator und Netz
 b. Von der Turbine abgegebene und vom Generator aufgenommene mechanische Leistung P_m und die ins Netz eingespeiste elektrische Leistung P_2
 c. Mechanische Drehzahl Ω und Drehmomente, die an der Generatorwelle wirksam sind: M_T Drehmoment der Turbine, M_G Gegenmoment des Generators, J Massenträgheitsmoment

Nun wird eine Änderung des Polradwinkels $\Delta\vartheta > 0$ angenommen. Für eine beliebige Polpaarzahl p kann man den mechanischen Polradwinkel

$$\alpha = \frac{\vartheta}{p} \quad (1.59)$$

definieren. Um diesen Winkel ist das Polrad einer belasteten Synchronmaschine mit der Polpaarzahl p gegenüber einer unbelasteten Maschine mit derselben Polpaarzahl ausgelenkt. Wegen

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{d\alpha}{dt} \quad (1.60)$$

wird der Rotor des Synchrongenerators für $\Delta\vartheta > 0$ beschleunigt. Dieser Beschleunigung wirkt das resultierende Moment M_{res} oder die resultierende Leistung P_{res} entgegen, falls

$$\begin{aligned} M_{res}(\vartheta) &= -\left. \frac{\partial M_G(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} \cdot \Delta\vartheta < 0, & \text{also} & \quad \left. \frac{\partial M_G(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} > 0 \\ P_{res}(\vartheta) &= -\left. \frac{\partial P_2(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} \cdot \Delta\vartheta < 0, & \text{also} & \quad \left. \frac{\partial P_2(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta_0} > 0 \end{aligned} \quad (1.61)$$

Diese Forderung führt mit dem Drehmoment M_G eines Synchrongenerators und der in ein Netz eingespeisten Leistung P_2 gemäß (1.9) und (1.12), d. h.

$$P_2 = P_{2,max} \cdot \sin \vartheta \quad \text{und} \quad M_G = M_k \cdot \sin \vartheta$$

auf

$$\vartheta = (\vartheta_G + \vartheta_L) < \frac{\pi}{2} \quad (1.62)$$

Insgesamt ist das System

$$\begin{aligned} \text{stabil für} \quad & 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}, \text{ d. h. } \frac{dP_2}{d\vartheta} > 0 \\ \text{instabil für} \quad & \frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi, \text{ d. h. } \frac{dP_2}{d\vartheta} < 0 \end{aligned} \quad (1.63)$$

Um die Stabilität des Systems auch bei größeren Abweichungen vom stationären Zustand sicherzustellen, halten die Netzbetreiber den Leitungswinkel allerdings bei Werten von

$$\vartheta = \vartheta_G + \vartheta_L \leq 40^\circ \quad (1.64)$$

1.3.2.2 Kleine sprunghafte Abweichungen: einfaches Modell

Es werde eine Einspeisung in ein starres Netz durch einen Synchrongenerator betrachtet, der mit einer Turbine mechanisch gekoppelt ist (**Bild 1.12**). Im normalen statischen Betriebszustand herrscht ein Gleichgewicht zwischen der von der Turbine gelieferten mechanischen Leistung $P_{T,0}$ und der vom Synchrongenerator erzeugten und ins Netz eingespeisten Leistung $P_{G,0}$. Im Störfall entsteht ein Ungleichgewicht zwischen diesen Leistungen. Die entstehende Leistungsdifferenz wird aus dem Reservoir der rotierenden Massen der Synchrongeneratoren und der an sie gekoppelten Turbinen gedeckt. Die kinetische Energie dieser rotierenden Massen ändert sich.

Sobald die Drehzahl Ω des Läufers von der synchronen Drehzahl Ω_0 abweicht, werden in den Dämpferwicklungen des Generators Ströme induziert, die der Drehzahlabweichung entgegenwirken. Dies bewirkt eine Dämpferleistung

$$P_D = D \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad . \quad (1.65)$$

Darin ist D eine Dämpfungskonstante.

Insgesamt – auch im instationären Zustand – gilt das Leistungsgleichgewicht

$$P_T - P_G = \frac{dW_{kin}}{dt} + P_D \quad . \quad (1.66)$$

Die kinetische Energie W_{kin} der rotierenden Massen ergibt sich aus deren Massenträgheitsmoment J und der mechanischen Drehzahl Ω (**Bild 1.12b**)

$$\begin{aligned} W_{kin} &= \frac{1}{2} J \cdot \Omega^2 = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2 = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(\frac{f_0 + \Delta f}{f_0} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right)^2 \approx \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{\Delta f}{f_0} \right) \end{aligned} \quad . \quad (1.67)$$

Aus dem Leistungsgleichgewicht gemäß (1.66) folgt

$$P_T - P_G(\vartheta) = J \frac{\Omega_0^2}{f_0} \cdot \frac{d\Delta f}{dt} + P_D \quad . \quad (1.68)$$

Die elektrische Kreisfrequenz ω der Generatorausgangsspannung ergibt sich aus der synchronen Kreisfrequenz ω_0 und einer zeitlichen Änderung des elektrischen Polradwinkels ϑ analog zu Gleichung (1.60)

$$\omega = \omega_0 + \frac{d\vartheta}{dt} \quad . \quad (1.69)$$

Dies lässt sich umformen zu

$$f = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\vartheta}{dt} \quad \text{oder} \quad \Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\vartheta}{dt} \quad . \quad (1.70)$$

Damit erhält man für das Leistungsgleichgewicht gemäß (1.68)

$$P_T - P_G(\vartheta) = J \frac{\Omega_0^2}{2\pi \cdot f_0} \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + P_D = J \frac{\Omega_0^2}{\omega_0} \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + P_D = J \frac{\Omega_0}{p} \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + P_D \quad . \quad (1.71)$$

Insgesamt erhält man also aus (1.65) und (1.71) die folgende Differenzialgleichung

$$P_T - P_{\max} \cdot \sin(\vartheta) = J \frac{\Omega_0}{p} \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + D \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad , \quad (1.72)$$

wobei für die betrachteten Energieübertragungssysteme gilt:

$$P_G(\vartheta) = P_{\max} \cdot \sin(\vartheta) \quad \text{und} \quad P_{\max} = \begin{cases} \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} & \text{Einspeisung in ein starres} \\ & \text{Netz } (U_2) \text{ durch zweites starres} \\ & \text{Netz } (U_1) \text{ und eine lange Leitung} \\ \frac{U_P \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda}) + X_d \cdot \cos(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} & \text{Einspeisung in ein starres Netz} \\ & \text{durch einen Generator } (X_d = X_q) \\ & \text{und eine lange Leitung} \\ \frac{U_P U_2}{X_d + X_L} & \text{Einspeisung in ein starres Netz} \\ & \text{durch einen Generator } (X_d = X_q) \\ & \text{und eine kurze Leitung} \\ \frac{U_P U_2}{X_d} & \text{Direkte Einspeisung in ein starres} \\ & \text{Netz } (U_2) \text{ durch einen Synchron-} \\ & \text{generator (Vollpolgenerator, } X_d = X_q) \end{cases} \quad (1.73)$$

sowie

$$P_T = \begin{cases} \text{Leistung } P_1 \text{ des Teilnetzes 1 bei Energieübertragung zwischen 2 Netzen} \\ \text{Turbinenleistung bei Energieübertragung zwischen Generator und Netz} \end{cases}$$

Diese Differenzialgleichung ist analytisch nicht lösbar. Bei kleinen Abweichungen von einem stationären Arbeitspunkt ist es zulässig, eine Linearisierung um diesen Betriebspunkt ϑ_0 vorzunehmen, was einer Taylorentwicklung um ϑ_0 entspricht (**Bild 1.13a**):

$$P_{\max} \cdot \sin(\vartheta) \approx P_{\max} \cdot \sin(\vartheta_0) + \left. \frac{\partial [P_{\max} \cdot \sin(\vartheta)]}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta=\vartheta_0} \cdot (\vartheta - \vartheta_0) \quad (1.74)$$

$$= P_{\max} \cdot \sin(\vartheta_0) + P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0) \cdot (\vartheta - \vartheta_0)$$

Als Systemanregung wird nun eine sprunghafte Änderung der Antriebsleistung P_T um ΔP_T , ausgehend von einer stationären Antriebsleistung $P_{T,0}$ betrachtet:

$$P_T(t) = P_{T,0} + s(t) \cdot \Delta P_T \quad (1.75)$$

Die stationären Anteile entfallen aus Gleichung (1.72), damit modifiziert sich die DGL und man erhält:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{D}{J \frac{\Omega_0}{p}} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{P_{\max}}{J \frac{\Omega_0}{p}} \cdot \cos(\vartheta_0) \cdot (\vartheta - \vartheta_0) = s(t) \cdot \frac{\Delta P_T}{J \frac{\Omega_0}{p}} \quad (1.76)$$

Mit der Substitution

$$\Theta = \vartheta - \vartheta_0 \quad (1.77)$$

und den Anfangsbedingungen

$$\Theta(t=0) = 0 \quad \text{und} \quad \dot{\Theta}(t=0) = 0 \quad (1.78)$$

kann Gleichung (1.76) der Laplace-Transformation unterzogen werden und man erhält

$$\Theta(s) = \frac{\Delta P_T}{J \frac{\Omega_0}{p}} \cdot \frac{1}{s \cdot \left[s^2 + \frac{D}{J \frac{\Omega_0}{p}} \cdot s + \frac{P_{\max}}{J \frac{\Omega_0}{p}} \cdot \cos(\vartheta_0) \right]} \quad (1.79)$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich liefert:

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + \frac{\Delta P_T}{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\cos(\omega_1 t) + \frac{1}{\omega_1 \tau} \cdot \sin(\omega_1 t) \right) \right] \quad (1.80)$$

mit $\tau = \frac{2J \cdot \frac{\Omega_0}{\rho}}{D}$ $\omega_1 = \sqrt{\frac{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)}{J \cdot \frac{\Omega_0}{\rho}} - \left(\frac{1}{\tau}\right)^2}$ $\omega_1 \tau = \sqrt{4 \cdot J \cdot \frac{\Omega_0}{\rho} \frac{P_{\max}}{D} \cdot \cos(\vartheta_0) - 1}$

Besitzt das System keine Dämpfung, d. h. ist $D = 0$, so ergibt sich eine stationäre Schwingung des Winkels ϑ gemäß

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + \frac{\Delta P_T}{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)} \cdot [1 - \cos(\omega_2 t)] \quad \text{mit} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)}{J \cdot \frac{\Omega_0}{\rho}}} \quad (1.81)$$

Beispiel:

Bild 1.13b zeigt den Einschwingvorgang des elektrischen Polradwinkels mit und ohne Dämpfung bei Änderung der Antriebsleistung eines Synchrongenerators, der in ein starres Netz speist. Beispielhaft wurden folgende Parameter gewählt:

$$\frac{\Delta P_T}{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)} = \frac{\pi}{12} \quad \vartheta_0 = \frac{\pi}{6} \quad \omega_0^2 = 10 \cdot \frac{1}{T_0^2} \quad \omega_1^2 = 9 \cdot \frac{1}{T_0^2} \quad \frac{1}{\omega_1 \tau} = \frac{1}{3} \quad .$$

Ohne Dämpfung D ergibt sich bei einer Änderung der Belastung oder des Antriebsmomentes eine stationäre Schwingung. Die Pendelung der Wirkleistung ist nicht tolerierbar, da sie hohe mechanische Belastungen der Anlagen erzeugt. Synchrongeneratoren sind daher mit einer Dämpfung ausgeführt, entweder in Form spezieller Dämpferwicklungen oder im Fall des Vollpolläufers aufgrund der Wirbelströme im Läuferisen.

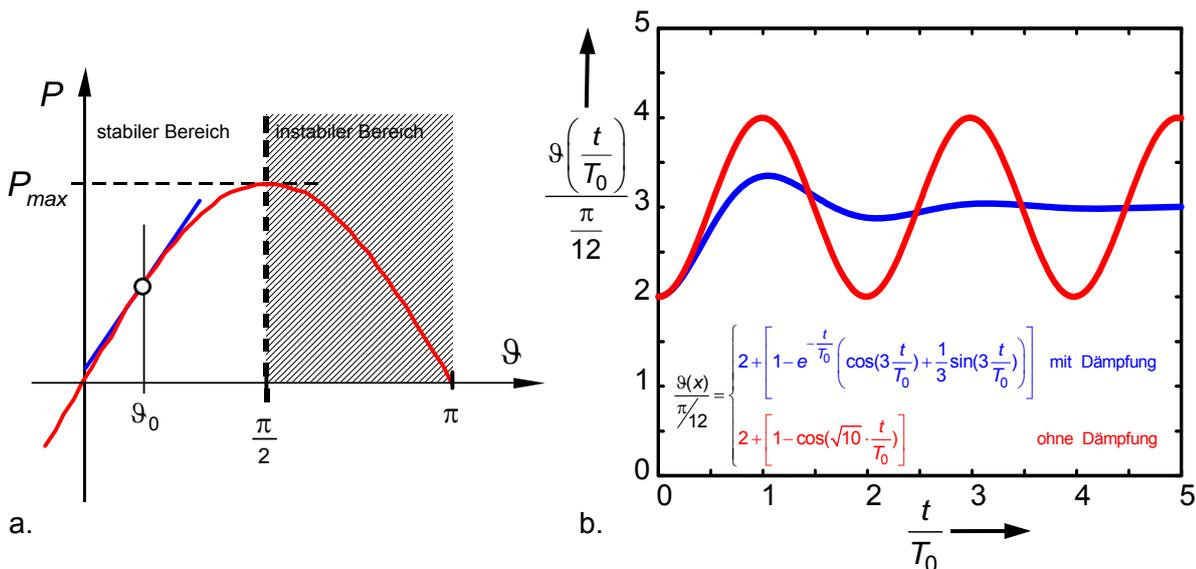


Bild 1.13 Änderung des Antriebsmomentes bei einer Netzeinspeisung durch einen Synchron-generator

- Linearisierung der Momentenkennlinie im Arbeitspunkt $\vartheta = \vartheta_0$
- Ausgleichsvorgang $\vartheta(t)$ bei Leistungsänderung mit und ohne Dämpfung, Beispiel: $\tau = T_0$, $\vartheta_0 = \pi/6$, $\vartheta_1 = \pi/4$, $\omega_0 = \sqrt{10} \cdot (1/T_0)$, $\Delta P_T / (P_{\max} \cos \vartheta_0) = \pi/12$

1.3.2.3 Kleine sprunghafte Abweichungen: Heffron-Phillips-Modell

Eine wesentlich genauere Analyse der realen Verhältnisse ist mit dem Heffron-Phillips-Modell eines Synchrongenerators möglich, weil darin neben einer Betrachtung unterschiedlicher magnetischer Kopplungen des Läufers zum Stator auch die Wirkung der Erregerwicklung und des Erregersystems enthalten ist. Das allgemeingültige dynamische und nichtlineare Modell des Synchrongenerators wie es in Kapitel 6 „Dynamisches Modell von Synchrongeneratoren“ abgeleitet wird, wird vereinfacht und in einem Arbeitspunkt linearisiert. Das daraus entstehende sogenannte Heffron-Phillips-Modell dient vor allem Stabilitätsuntersuchungen.

Im Folgenden sind die wesentlichen Gleichungen des Heffron-Phillips-Modells zusammengestellt. Details zu deren Ableitung sind dem Kapitel 6 „Dynamisches Modell von Synchrongeneratoren“ und dort speziell dem Abschnitt 6.6 „Heffron-Phillips-Modell für Stabilitätsuntersuchungen“ zu entnehmen.

Die Maschinendynamik leitet sich aus dem Leistungsgleichgewicht gemäß (1.68) ab und wird durch die folgenden Bewegungsgleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) &= \frac{1}{2H\omega_0} \left[\Delta p_T - \Delta p_{el} - K_D \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \right] \\ \frac{d}{dt^*} \Delta\vartheta &= \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \end{aligned} \quad (1.82)$$

Darin bezeichnen:

- $\Delta\omega$ Änderung der elektrischen Kreisfrequenz
- Δp_T Änderung der mechanischen Antriebsleistung des Generators (= Turbinenleistung)
- Δp_{el} Änderung der elektrischen Klemmenleistung des Generators
- H Zeitkonstante als Quotient der kinetischen Energie der rotierenden Masse (Läufer und Turbine) bei synchroner Drehzahl und der elektrischen Scheinleistung S des Generators, typischerweise ist $H = 1\text{s} \dots 10\text{s}$
- K_D Dämpfungskonstante

Die elektrische Klemmenleistung p_{el} ändert sich bei einer Änderung von Polradwinkel ($\Delta\vartheta$) und magnetischem Fluss der Erregerwicklung ($\Delta\varphi_f$). Anstelle von φ_f kann auch eine „innere Spannung“ E'_q verwendet werden, was zu einfacheren Beziehungen für die Konstanten K_3 , K_4 und T_3 führt. Der magnetische Fluss φ_f der Erregerwicklung ändert sich mit einem Zeitverhalten 1. Ordnung bei Änderung von Polradwinkel ϑ und Erregerspannung e_f . Die Klemmenspannung e_G des Generators ändert sich bei einer Änderung von Polradwinkel ($\Delta\vartheta$) und magnetischem Fluss der Erregerwicklung ($\Delta\varphi_f$). Diese Zusammenhänge lassen sich durch folgende Gleichungen beschreiben:

$$\begin{aligned} \Delta p_{el} &= K_1 \cdot \Delta\vartheta + K_2^* \cdot \Delta\varphi_f = K_1 \cdot \Delta\vartheta + K_2 \cdot \Delta E'_q \\ \Delta\varphi_f(s) &= \frac{K_3^*}{1+sT_3} [\Delta e_f(s) - K_4^* \cdot \Delta\vartheta(s)] & \Delta E'_q(s) &= \frac{K_3}{1+sT_3} [\Delta E_f(s) - K_4 \cdot \Delta\vartheta(s)] \\ \Delta e_G &= K_5 \cdot \Delta\vartheta + K_6^* \cdot \Delta\varphi_f = K_5 \cdot \Delta\vartheta + K_6 \cdot \Delta E'_q \end{aligned} \quad (1.83)$$

Diese lineare Beschreibung geht aus dem nichtlinearen Modell der Synchronmaschine durch Linearisierung um einen Arbeitspunkt hervor. Die Konstanten $K_1 \dots K_6$ sind von elektrischen Größen des Generators und vom Arbeitspunkt abhängig. Gleichung (1.83) gilt auch nur für kleine Abweichungen von diesem Arbeitspunkt.

Die Gleichungen (1.82) und (1.83) lassen sich in das in **Bild 1.14** dargestellte Strukturbild umsetzen. In Ergänzung zu diesen Gleichungen wird die Ausgangsspannung e_G des Generators durch eine Messeinrichtung erfasst und die Änderung Δe_G dieser Spannung von einer Änderung des Sollwertes $\Delta e_{G,ref}$ abgezogen. Die Differenz der beiden Spannungsänderungen wird auf den Regler des Erregerstromrichters gegeben, der eine Änderung der Erregerspannung bewirkt, so dass die vorgegebene Referenz-Klemmenspannungsänderung $\Delta e_{G,ref}$ der tatsächlichen Änderung der Klemmenspannung Δe_G entspricht. Der Erregerstromrichter kann z. B. eine 6-pulsige Thyristor-Vollbrücke sein. Im einfachsten Fall kann man für den Erregerstromrichter ein PT₁-Verhalten ansetzen ($K_A/(1+sT_A)$). Als Regler wird üblicherweise ein PI-Regler mit den Parametern K_R und T_R eingesetzt, so dass keine bleibende Regelabweichung entsteht. Das gesamte Erregersystem, bestehend aus dem Regler und dem Erregerstromrichter durch folgende Beziehung beschrieben:

$$\Delta E_f(s) = G_{ES}(s) \cdot [\Delta e_{G,ref} - \Delta e_G] = \underbrace{\frac{1+sK_R T_R}{sT_R} \cdot \frac{K_A}{1+sT_A}}_{G_{ES}(s)} \cdot [\Delta e_{G,ref} - \Delta e_G] \quad (1.84)$$

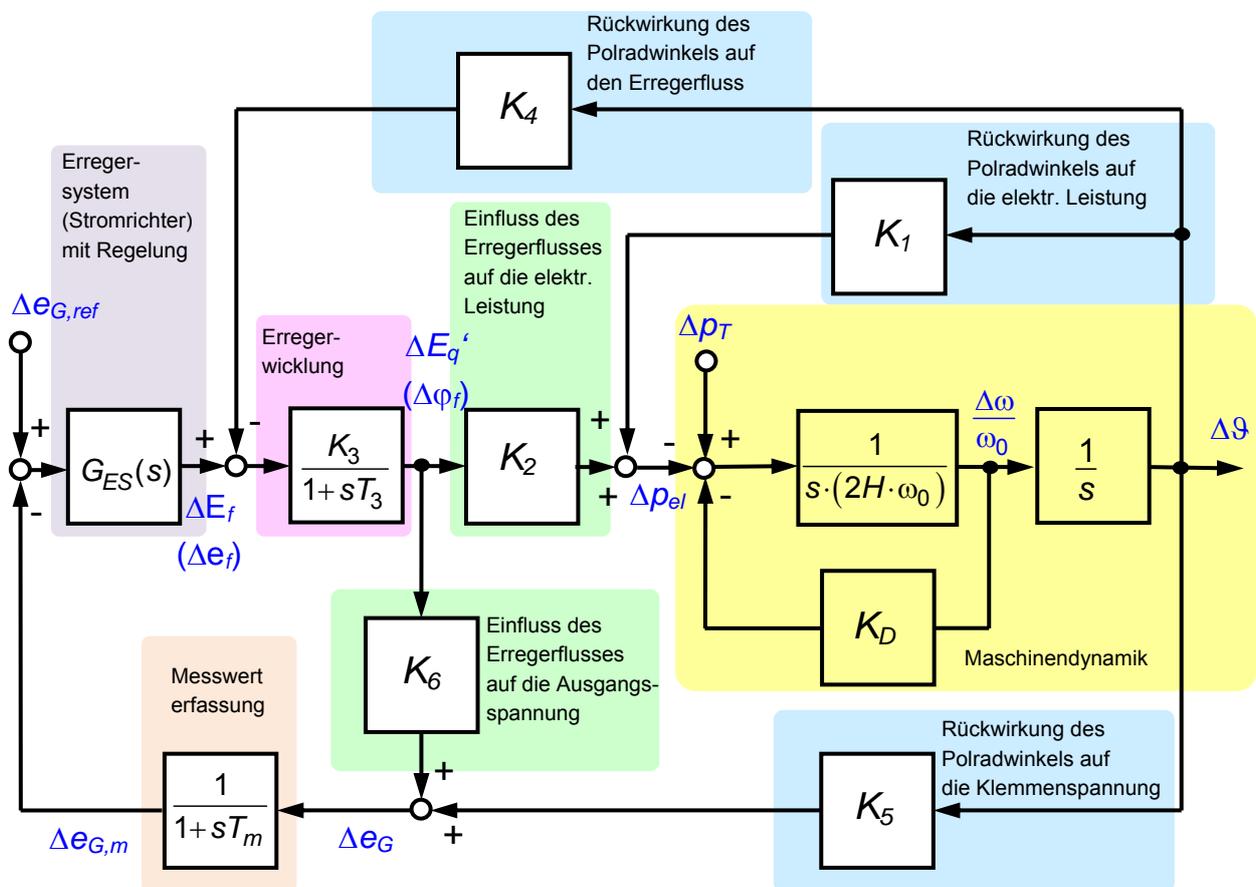


Bild 1.14 Heffron-Phillips-Modell eines Synchrongenerators mit Erregersystem

Bild 1.19 zeigt die Reaktion des beispielhaft betrachteten 705-MVA-Synchrongenerators (Abschnitt 6.5.1) auf einen Lastsprung von $\Delta p_T = 0,1$ für unterschiedliche Dämpfungsparameter K_D , ausgehend von einem Arbeitspunkt mit $x = 0,5$ und $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ sowie $e_N = 1$. In **Bild 1.15** sind die für diesen Arbeitspunkt gültigen stationären Werte und die der Konstanten $K_1 \dots K_6$ zusammengestellt.

Man erkennt, dass die Systemdämpfung ganz wesentlich den Ausgleichsvorgang beeinflusst. Im Vergleich zu der vereinfachten Betrachtung ist das Verhalten des Synchrongenerators auch ohne Dämpfung ($K_D = 0$) stabil, zeigt aber ein sehr langsames Abklingen der Oszillation. Der Grund dafür ist, sowohl ein synchronisierendes Moment (bzw. Leistung) und ein dämpfendes Moment (bzw. Leistung) auftreten. Diese dämpfende Leistung wird durch die Erregerwicklung erzeugt:

$$\Delta p_{el} = K_1 \cdot \Delta \vartheta + K_2^* \cdot \Delta \varphi_f = K_{sync} \cdot \Delta \vartheta + K_{damp} \cdot \Delta \varphi_f \quad (1.85)$$

Parameter	e_{d0}	e_{q0}	e_{G0}	u_{d0}	u_{q0}	u_0	E_{q0}'	T_m [s]
Wert	0,43909	0,89844	1	0,49014	0,78061	0,92173	1,02354	0,01
Parameter	i_{d0}	i_{q0}	E_{q0}	ϑ_{G0}	ϑ_0	i_{f0}	T_{d0}'	T_{d0}'' [s]
Wert	0,44517	0,22765	1,75762	26,0458°	32,124°	0,56549	2858,53	9,099

Parameter	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	T_3 [s]	T_A [s]	T_R [s]
Wert	0,97771	0,95069	0,2403	1,531	0,080808	0,44051	2,1865	0,2	1
Parameter		K_2^*	K_3^*	K_4^*		K_6^*	T_3	K_A	K_R
Wert		0,8939	646,07	$5,536 \cdot 10^{-4}$		0,41419	686,92	1	2

Bild 1.15 Berechnete Parameter des in den Abschnitten 6.5 und 6.6 beispielhaft betrachteten 705-MVA-Synchrongenerators für den Betriebspunkt $x = 0,5$, $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ und $e_{G0} = 1$

Die Eigenwerte des in SIMULINK modellierten Systems lassen sich in zwei Schritten in MATLAB berechnen. Zunächst erfolgt die Bestimmung eines stabilen Zustandes, im vorliegenden Fall haben alle Zustandsgrößen den Wert 0, danach erfolgt eine Linearisierung in diesem stabilen Zustand und die Bestimmung der Matrizen **A**, **B**, **C** und **D** der Zustandsraumdarstellung. **A** ist die Systemmatrix, deren Eigenwerte die Schwingungsmoden und deren Dämpfung liefern. Die Multiplikation mit $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$ muss erfolgen, weil in dem in Abschnitt 6.6 „Heffron-Phillips-Modell für Stabilitätsuntersuchungen“ abgeleiteten Modell die Zeit als dimensionslose Größe eingeführt wurde.

```
Zustand = trim('HeffronP_1');
[A,B,C,D]=linmod('HeffronP_1',Zustand);
2*pi*50*eig(A);
```

Berechnet man die Eigenwerte des Systems, so zeigt sich, dass auch für $K_D = 0$ alle Pole negative Realteile haben und damit das System stabil ist. Durch ein entsprechend gedämpftes System wandern die konjugiert komplexen Pole in der s-Ebene weiter nach rechts, das System wird stabiler. Die vor allem in **Bild 1.19a** gut erkennbare Schwingung hat die Frequenz

$$f_{res} = \frac{\omega_{res}}{2\pi} = \frac{\text{Im}\{\lambda_{2,3}\}}{2\pi} \approx \frac{10,4885 \text{ Hz}}{2\pi} = 1,6693 \text{ Hz} \quad (1.86)$$

Für $K_D = 10$ wird sie bereits erheblich gedämpft. Der Eigenwert λ_5 rührt vom PI-Regler des Erregerstromrichters her. Durch den I-Anteil entsteht ein schwingungsfähiges System, bei einem Proportionalregler ist der Eigenwert λ_5 rein reell. Die durch λ_5 verursachte Schwingung mit 0,0484 Hz ist an Einschwingen der Klemmenspannung Δe_G in **Bild 1.19** gut zu erkennen.

$\lambda = \delta \pm j\omega$	$K_D = 0$	$K_D = 10$
λ_1 [1/s]	-100,002	-100,002
$\lambda_{2,3}$ [1/s]	-0,089076 ± 10,4885i	-1,8698 ± 10,353i
λ_4 [1/s]	-4,54614	-4,56077
λ_5 [1/s]	-0,353826 ± 0,30473i	-0,35145 ± 0,304184i

Bild 1.16 Berechnung der Eigenwerte der Systemmatrix des Heffron-Phillips-Modells für den beispielhaft betrachteten 705-MVA-Synchrongenerator bei einem Betriebspunkt mit $x = 0,5$, $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ und $e_{G0} = 1$ für die Dämpfungsparameter $K_D = 0$ und $K_D = 10$

1.3.2.4 Power System Stabilizer (PSS)

Aufgabe eines Power System Stabilizer ist es, bei Oszillationen des Läufers eine zusätzliche Dämpfung durch entsprechende Beeinflussung der Erregung zu erzeugen. Grundidee des PSS ist, eine elektrische Leistung durch geeignete Beeinflussung der Erregung zu erzeugen, die in Phase mit Änderung der Kreisfrequenz (oder $\Delta\omega/\omega_0$) des Läufers ist. Die Dämpfung K_D ist negativ zurückgekoppelt (**Bild 1.14**). Durch das ebenfalls negative Vorzeichen, mit dem Δp_{el} auf den Summationspunkt geschaltet ist, wirkt ein Signalanteil in Δp_{el} , das in Phase zu $\Delta\omega/\omega_0$ ist, wie ein erhöhter Dämpfungsfaktor K_D .

Wenn die Übertragungsfunktion des Erregersystems und die Erregerwicklung kein Zeitverhalten hätten, sondern reine Proportionalglieder wären, könnte man $\Delta\omega$ verstärken und direkt auf den Eingang des Erregersystem schalten. Erregersystem und Erregerwicklung haben jedoch ein PT₁-Verhalten. Außerdem wirkt ein Teil des Signals über K_6 an den Eingang zurück. Dies bewirkt neben einer Amplitudenänderung eine Phasendrehung des Signals $\Delta\omega/\omega_0$. Die Amplitudenänderung muss durch eine entsprechende Verstärkung K_{PSS} des PSS korrigiert werden. Die Phasendrehung wird durch sogenannte Korrekturglieder (engl.: lead/lag stages) korrigiert. Hierzu muss die negative Phasendrehung der beiden PT₁-Glieder mit den Zeitkonstanten T_A und T_3 durch eine positive Phasendrehung der Korrekturglieder kompensiert werden. Je nach erforderlicher Phasendrehung können dazu mehrere Korrekturglieder notwendig sein.

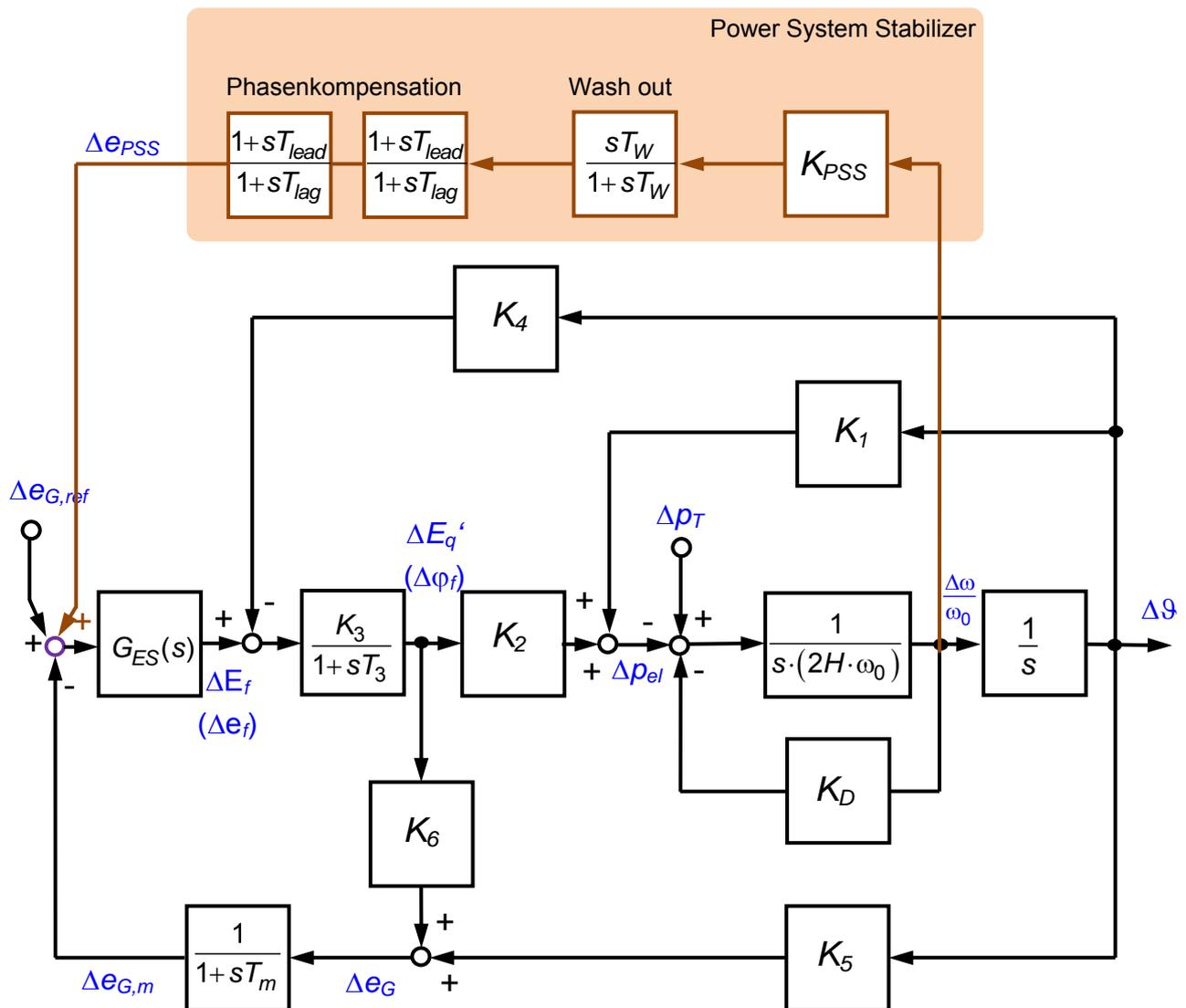


Bild 1.17 Heffron-Phillips-Modell eines Synchronengenerators mit Erregerspannungsregelung und Power System Stabilizer (PSS)

Der PSS besteht im Wesentlichen aus 3 Komponenten:

Wash out:

Das „wash out“-Filter stellt einen Hochpass dar, dessen Aufgabe die Filterung niederfrequenter Signale einschließlich DC-Signale ist, die z. B. infolge von Primärregelvorgängen entstehen. Hingegen sollen Oszillationen im Signal der Kreisfrequenz $\Delta\omega$ des Läufers durch sprungartige Laständerungen den Hochpass unverändert passieren. Die 3-dB-Grenzfrequenz des „wash out“-Filters beträgt

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot T_W} \quad (1.87)$$

Die Zeitkonstante T_W liegt in der Regel im Bereich zwischen 1...20 s, was auf Grenzfrequenzen von 8...160 mHz führt.

Phasenkompensation:

Die Phasenkompensation sorgt dafür, dass das aus dem Signal $\Delta\omega/\omega_0$ für die zu dämpfende Frequenz – hier 1,6693 Hz – berechnete Größe Δe_{PSS} voll für die Dämpfung wirksam wird. Mit der Übertragungsfunktion

$$H(s) = \frac{1 + sT_{lead}}{1 + sT_{lag}} \quad (1.88)$$

kann eine positive oder negative Phasendrehung erzeugt werden. Bei $T_{lead} > T_{lag}$ ist die Phasendrehung positiv, bei $T_{lag} > T_{lead}$ ist sie negativ. Die Phasendrehung eines Korrekturgliedes soll 60° nicht überschreiten. Ist eine höhere Phasendrehung erforderlich, so können 2 identische Korrekturglieder hintereinander geschaltet werden.

Zur Bestimmung der notwendigen Phasendrehung des Signals $\Delta\omega/\omega_0$ wird der Anteil der elektrischen Leistung Δp_{el} berechnet, der aufgrund des PSS entsteht:

$$\Delta p_{el,PSS} = \frac{1 + sK_R T_R}{1 + sT_R} \cdot K_2 \cdot \frac{K_A}{1 + sT_A} \cdot \frac{K_3}{1 + sT_3} \cdot \left(-K_6 \cdot \frac{\Delta p_{el,PSS}}{K_2} + \Delta e_{PSS} \right) \quad (1.89)$$

$$\text{oder} \quad \frac{\Delta p_{el,PSS}}{\Delta e_{PSS}} = \frac{K_3 K_A K_2 (1 + sK_R T_R)}{K_3 K_A K_6 + sT_R (1 + K_3 K_A K_2 K_R) + s^2 T_R (T_3 + T_A) + s^3 T_R T_3 T_A}$$

Im vorliegenden Beispiel muss die Kreisfrequenz $\omega = 10,4885$ ie durch den PSS entstehende elektrische Dämpfungsleistung $\Delta p_{el,PSS}$

$$\frac{\Delta p_{el,PSS}}{\Delta e_{PSS}} = \frac{K_3 K_A K_2 (1 + sK_R T_R)}{K_3 K_A K_6 + sT_R (1 + K_3 K_A K_2 K_R) + s^2 T_R (T_3 + T_A) + s^3 T_R T_3 T_A} \Big|_{s=j\omega_{res}} \quad (1.90)$$

$$= H_0 \cdot e^{j\phi_0} = 0,0447165 \cdot e^{-j153,945^\circ}$$

Somit muss das Signal $\Delta\omega/\omega_0$ um $+153,945^\circ$ gedreht werden, damit $\Delta\omega/\omega_0$ und das daraus generierte Signal $\Delta p_{el,PSS}$ in Phase sind.

Bei einer Reihenschaltung von n Korrekturgliedern kann die Auslegung der Phasenkompensation durch die folgenden Beziehungen erfolgen:

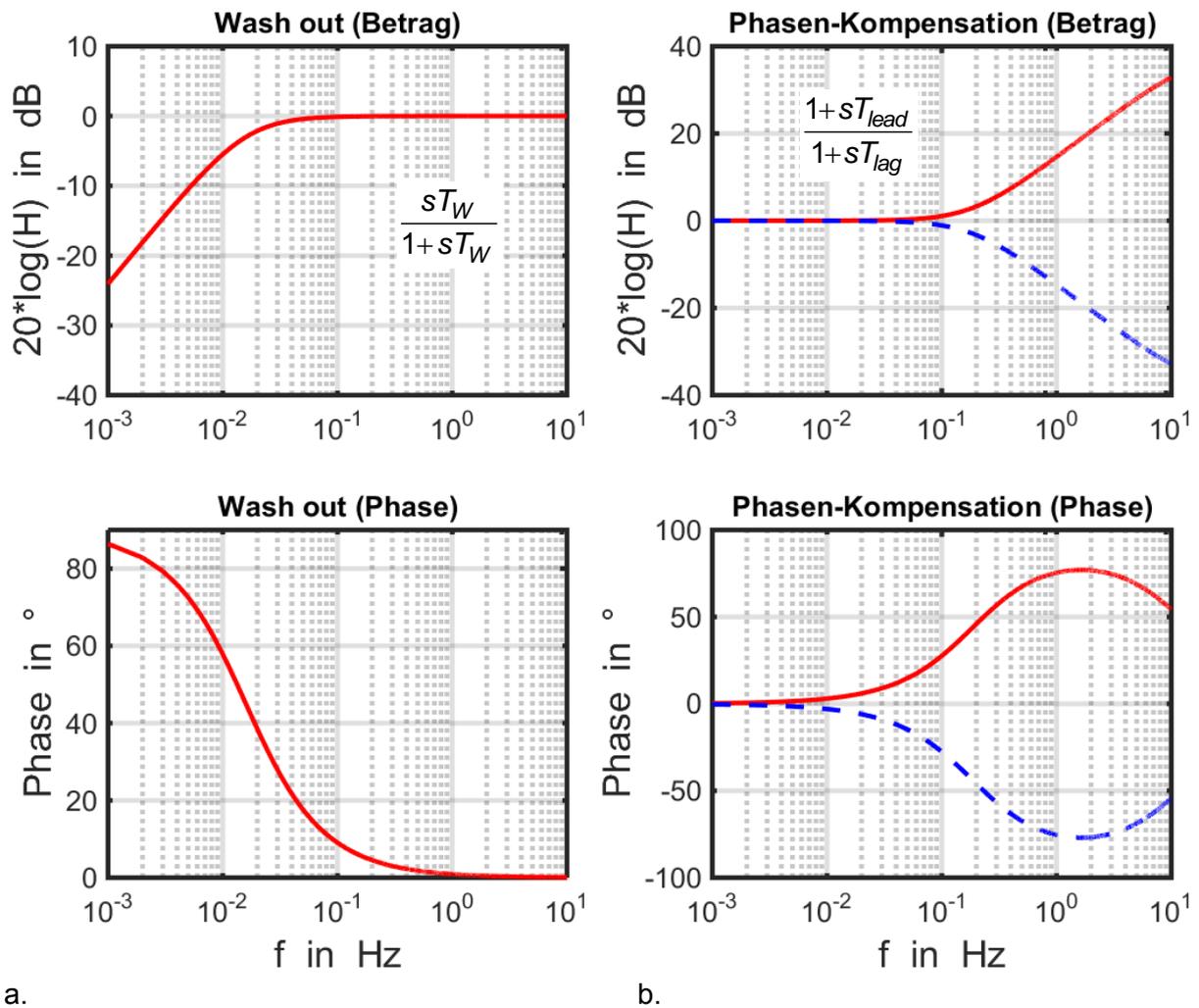
$$T_{lag} = \frac{1}{\omega_{res} \cdot \sqrt{\alpha}} \quad T_{lead} = \alpha \cdot T_{lag} \quad (1.91)$$

$$\text{mit} \quad \alpha = \frac{1 - \sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}$$

Im vorliegenden Beispiel erhält man für $n = 2$ Korrekturglieder:

$$\alpha = \frac{1 - \sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)} = \frac{1 - \sin\left(\frac{-153,945}{2}\right)}{1 + \sin\left(\frac{-153,945}{2}\right)} = 76,708$$

$$T_{lag} = \frac{1}{\omega_{res} \cdot \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{10,4885 \text{ Hz} \cdot \sqrt{76,708}} = 0,011 \text{ s} \quad T_{lead} = \alpha \cdot T_{lag} = 0,846 \text{ s}$$



a.

b.

Bild 1.18 Betrags- und Phasengang von

a. Wash-out-Filter mit $T_W = 10$ s

b. Korrekturglied, rote Kurve: $T_{lead} = 0,846$ s und $T_{lag} = 0,011$ s,
blaue Kurve: $T_{lead} = 0,011$ s und $T_{lag} = 0,846$ s

Verstärkung:

Der Betrag der Phasenkompensation bei der zu dämpfenden Eigenfrequenz beträgt

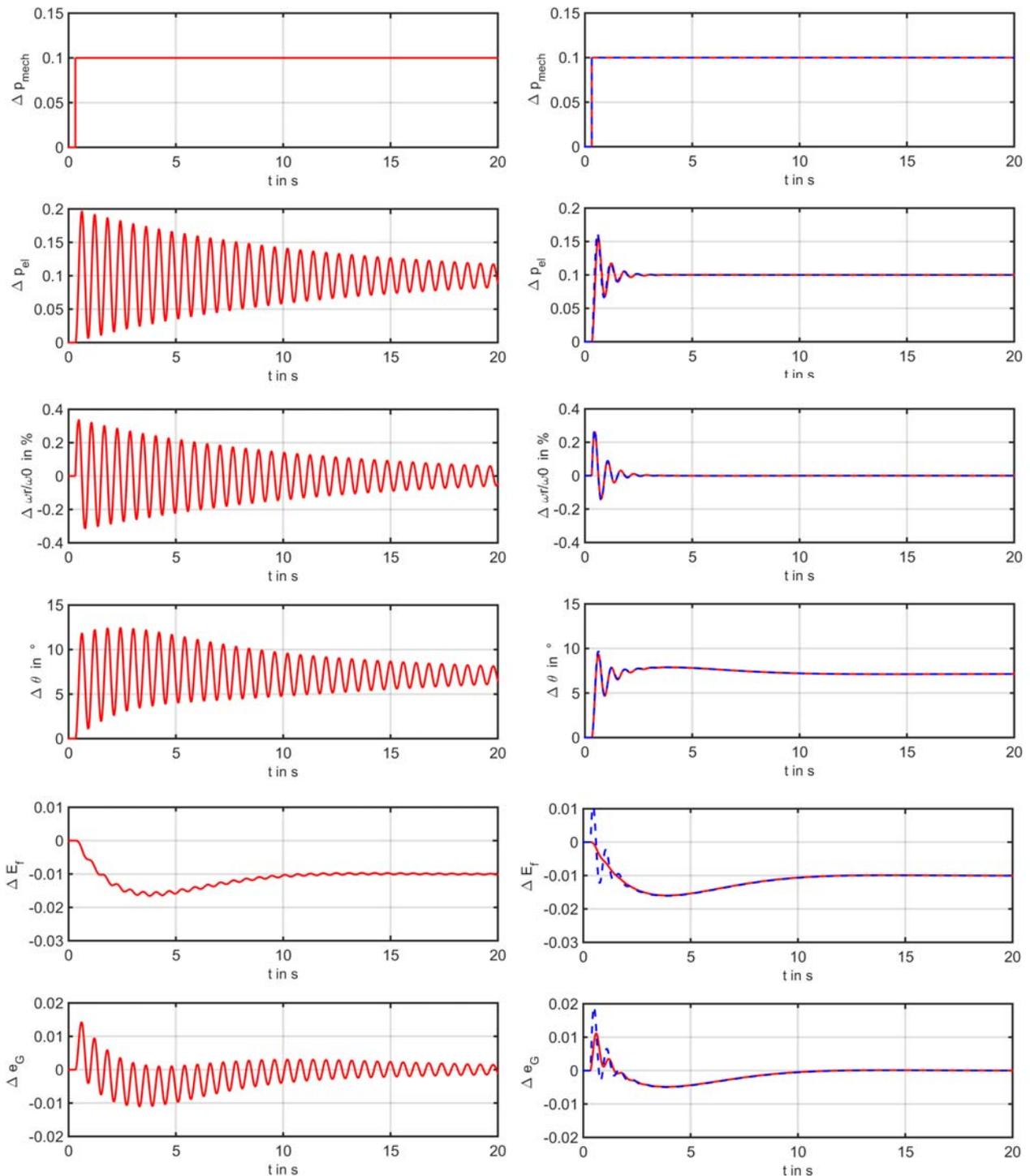
$$H_1 = \left| \frac{1+sT_{lead}}{1+sT_{lag}} \right|_{\omega=\omega_{res}}^n = \left(\frac{1+(\omega_{res} \cdot T_{lead})^2}{1+(\omega_{res} \cdot T_{lag})^2} \right)^n \quad (1.92)$$

Die nötige Verstärkung K_{PSS} beträgt bei einem gewünschten Dämpfungskoeffizienten $K_{D,PSS}$, der durch den PSS erzeugt wird:

$$K_{PSS} = \frac{K_{D,PSS}}{H_0 \cdot H_1} = \frac{10}{0,0447165 \cdot 76,708} = 2,915 \quad (1.93)$$

Bild 1.19b zeigt den Vergleich der Reaktion des 705-MVA-Synchrongenerators auf einen Lastsprung von $\Delta p_T = 0,1$ für $K_D = 10$ ohne PSS und $K_D = 0$ mit PSS ausgehend von einem Arbeitspunkt mit $x = 0,5$ und $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ sowie $e_N = 1$. Man erkennt, dass der PSS wie eine

zusätzliche Dämpfung wirkt. Unterschiede ergeben sich natürlich im Einschwingverhalten der Erregung ΔE_f und der Klemmenspannung Δe_G aufgrund des Prinzips des PSS. Gerade die Klemmenspannung schwingt bei genügender Dämpfung deutlich weniger als mit dem „Hilfsinstrument“ PSS.



a.

b.

Bild 1.19 Reaktion des 705-MVA-Synchrongenerators auf einen Lastsprung von $\Delta p_T = 0,1$

a. $K_D = 0$

b. $K_D = 10$ ohne PSS (rote Kurve) und $K_D = 0$ mit PSS (blaue Kurve)

1.3.3 Transiente Stabilität

Im Gegensatz zur statischen Stabilität ist ein System transient stabil, wenn es in der Lage ist, einen stabilen Zustand nach der Einwirkung einer großen Störung zu erreichen. Transiente Stabilität eines Systems nach einer Störung entscheidet sich bereits während der ersten Schwingung des Polradwinkels. Die Periodendauer einer solchen Schwingung liegt bei 2...5 s. Die Betrachtung des Zeitraums bis zu ca. 5 s genügt daher für eine transiente Stabilitätsuntersuchung.

1.3.3.1 Vereinfachte Beschreibung von Betriebsmitteln

Synchrongeneratoren können für transiente Stabilitätsuntersuchungen – vereinfacht – durch die Spannungsquelle \underline{U}_P' und die Serienschaltung aus der transienten Reaktanz X_d' der d-Achse und dem Widerstand der Statorwicklungen angesetzt werden (**Bild 1.20**). Die transiente Quellenspannung \underline{U}_P' kann aus der Klemmenspannung \underline{U}_{10} und dem Klemmenstrom \underline{I}_{10} direkt vor Eintritt der Störung berechnet werden:

$$\underline{U}_P' = \underline{U}_{10} + (R + j \cdot X_d') \cdot \underline{I}_{10} \quad . \quad (1.94)$$

Alle anderen Betriebsmittel können durch ihre einphasige Ersatzschaltung im stationären Betrieb berücksichtigt werden.

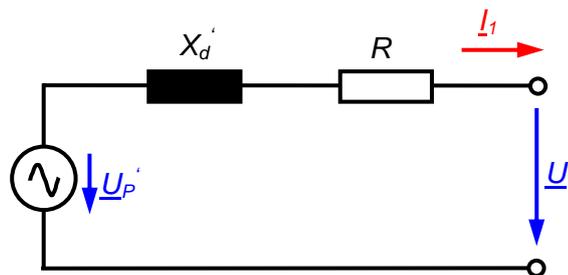


Bild 1.20 Ersatzschaltung eines Synchrongenerators für transiente Stabilitätsuntersuchungen

1.3.3.2 Transiente Stabilität am Beispiel der 3-poligen Kurzunterbrechung

Als Beispiel einer großen Störung wird die *3-polige Kurzunterbrechung* (KU) bei einer Einspeisung eines Generators in ein Übertragungsnetz betrachtet. Durch die KU soll der Lichtbogen der Fehlerstelle zum Erlöschen gebracht werden. Unmittelbar darauf wird der Generator wieder ans Netz geschaltet. Ist die Dauer der KU zu gering, so kommt der Lichtbogen nicht zum Erlöschen, ist sie zu lang, dann kommt es beim Zuschalten des Synchrongenerators zu Instabilitäten.

Während der KU gibt der Generator keine elektrische Leistung ans Netz ab. Die mechanische Leistung der Turbine ist hingegen unverändert ($P_T = P_m = \text{const.}$). Während des kurzen Zeitbereiches der KU kann die Dämpfung des Synchrongenerators vernachlässigt werden. Aus der allgemeinen Bewegungsgleichung (1.71) folgt für die Zeit während der KU

$$J \frac{\Omega_0}{p} \cdot \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = P_T - P_G(\vartheta) = P_m \quad . \quad (1.95)$$

Der Polradwinkel einer Maschine muß stetig verlaufen und kann sich daher nicht sprunghaft ändern, d. h. es muß gelten

$$\left. \frac{d\vartheta}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad . \quad (1.96)$$

Damit erhält man durch 2-malige Integration der Gleichung (1.95)

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + \frac{P_m}{2 J \frac{\Omega_0}{\rho}} \cdot t^2 \quad , \quad (1.97)$$

d. h. der Polradwinkel der Maschine steigt während der KU gemäß einer Parabel an.

Ist die Dauer t_1 der KU geringer als eine kritische Zeitspanne t_{krit} , d. h.

$$t_1 < t_{krit} \quad (1.98)$$

so synchronisiert sich der Generator nach der Wiedereinschaltung. Der Polradwinkel ϑ geht nach einem Einschwingvorgang in den vorherigen stationären Wert ϑ_0 über. Überschreitet die Dauer t_2 der KU jedoch einen bestimmten kritischen Wert t_{krit} , so hat sich der Generator so stark beschleunigt und der Polradwinkel ϑ_2 so stark gegenüber ϑ_0 erhöht, dass ein synchroner Betrieb des Generators nach dem Zuschalten nicht mehr möglich ist. In der Folge fällt der Generator außer Tritt und wird bis zur Abschaltung immer mehr beschleunigt.

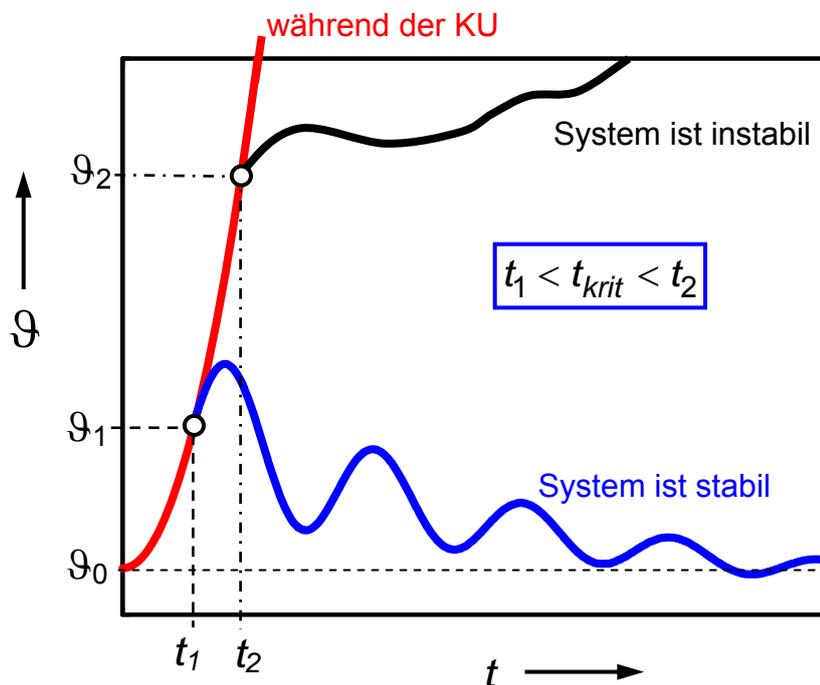


Bild 1.21 Polradwinkel ϑ während der KU und nach dem Wiedereinschalten des Synchronerators für sowohl den stabilen als auch den instabilen Betrieb nach der Wiedereinschaltung

Zur Berechnung des genauen zeitlichen Verlaufes des Polradwinkels gilt nach dem Wiederezuschalten des Generators die Schwingungsgleichung gemäß (1.71). Diese Gleichung ist allerdings wegen der sich mit dem Polradwinkel ändernden elektrischen Leistung $P_G = P_G(\vartheta)$, die der Generator abgibt, stark nichtlinear. Zu ihrer Lösung muß daher auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden. Oft interessiert jedoch nur die Frage, ob ein System stabil ist oder nicht. Dazu braucht nicht unbedingt der genaue zeitliche Verlauf des Polradwinkels bekannt zu sein; man wendet hier vorteilhaft den so genannten Flächensatz an.

1.3.3.3 Der Flächensatz zur Bewertung der Systemstabilität

Dem Flächensatz liegt folgender Gedanke zugrunde:

Der Generator wird während der KU durch die konstante mechanische Antriebsleistung der Turbine beschleunigt. Der Generator nimmt dabei mechanische Energie auf. Nach der Spannungswiederkehr wird der Generator abgebremst, da er nun wieder elektrische Leistung abgibt. Durch diese Verzögerung gibt er also mechanische Leistung ab.

Das System bleibt stabil, wenn der Generator nach der Wiederezuschaltung genau so viel mechanische Energie ans elektrische Netz abgeben kann, wie er während der KU aufgrund der Beschleunigung durch die konstante Turbinenleistung aufgenommen hat.

Es muß also gelten (**Bild 1.22**):

$$W_B = W_{V,\max} \quad (1.99)$$

Die in der rotierenden Masse gespeicherte Energie lässt sich durch

$$W_{kin,rot} = \int M d\vartheta = \int \frac{P}{\omega(\vartheta)} d\vartheta \quad (1.100)$$

ausdrücken. Bei nur sehr geringen Änderungen der Winkelgeschwindigkeit des Rotors ist $\omega(\vartheta)$ nahezu konstant ($\omega(\vartheta) \approx \omega_0$). Das Integral der Wirkleistung P über dem Polradwinkel ϑ ist dann proportional zur gespeicherten Energie der rotierenden Masse.

Bild 1.22 zeigt die Kennlinie der elektrischen Wirkleistungsübertragung P_{el} von einem Synchrongenerator in ein starres Netz. Zunächst ist ein stationärer Betriebspunkt A_0 bei ϑ_0 gegeben. Die an das Netz abgegebene elektrische Leistung entspricht der von der Turbine zugeführten mechanischen Leistung P_m .

In **Bild 1.22a** ist der Fall für eine Dauer der KU von

$$t_1 < t_{krit}$$

dargestellt. Zum Zeitpunkt der Wiederezuschaltung des Generators ist der Polradwinkel ϑ_1 erreicht und der Generator hat die mechanische Energie W_B aufgenommen. Nach der Wiederezuschaltung kann der Generator seine mechanische Leistung abbauen, da die ans Netz abgegebene elektrische Leistung P_{el} (zunächst) höher ist, als die zugeführte mechanische Leistung P_m durch die Turbine. Der Polradwinkel schwingt bis zu einem Wert ϑ_2 auf, mit

$$\vartheta_2 < \vartheta(P_{el} = P_m) \quad (1.101)$$

In **Bild 1.22b** zeigt den kritischen Fall, d. h.

$$t_1 = t_{krit}$$

Während der KU hat der Generator die mechanische Energie W_B aufgenommen. Die elektrische Energie, die der Generator abgeben kann, entspricht der Fläche, die von ϑ_1 und ϑ_2 sowie von der $P_e(\vartheta)$ -Kennlinie und der mechanischen Turbinenleistung P_m eingeschlossen wird.

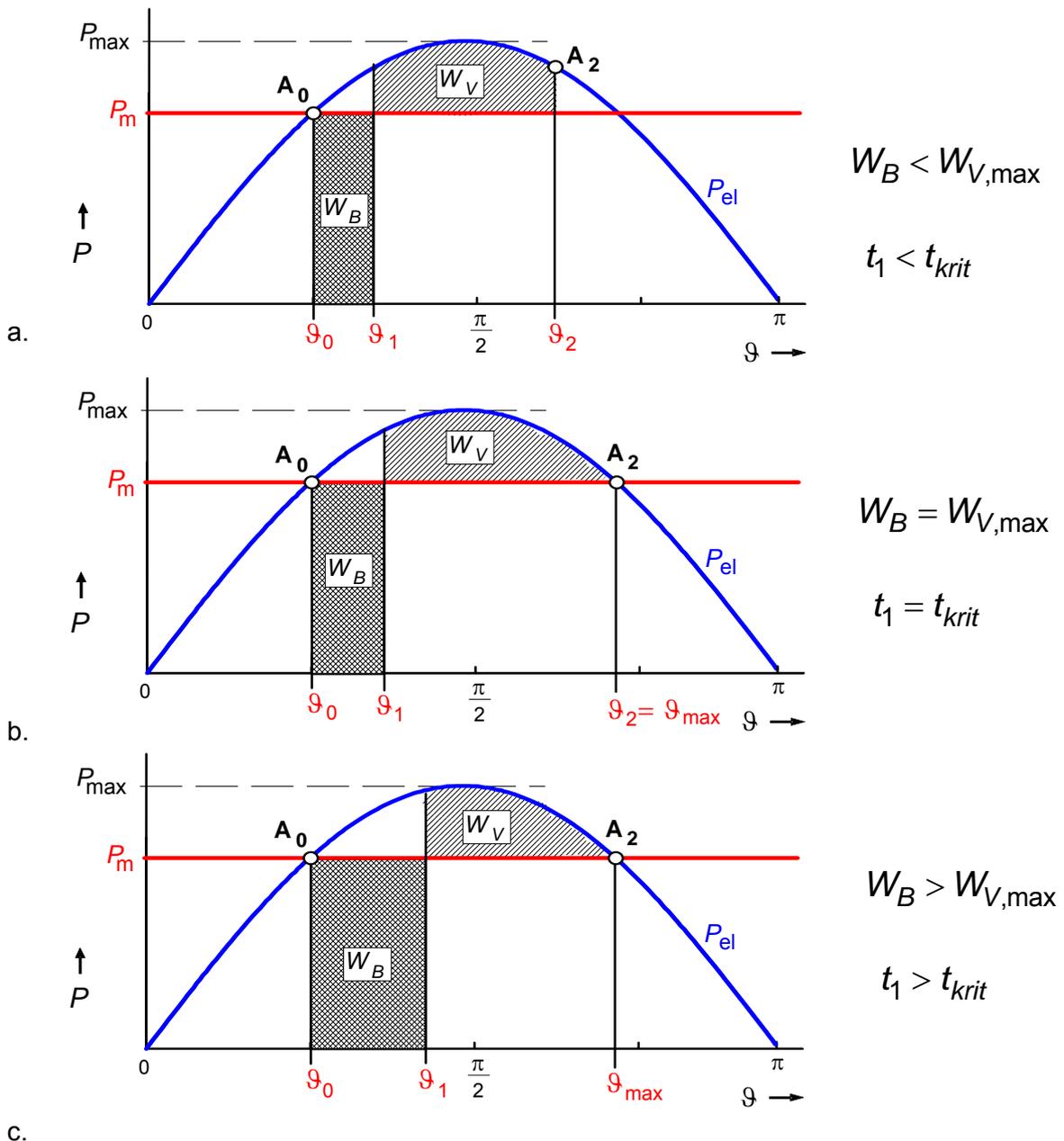


Bild 1.22 Flächensatz zur Bestimmung der Stabilität der Energieübertragung bei einer Kurzunterbrechung (KU) des speisenden Generators

- Zeit der Kurzunterbrechung $t_1 < t_{krit}$, System bleibt nach der KU stabil
- Zeit der Kurzunterbrechung $t_1 = t_{krit}$, System befindet sich an der Stabilitätsgrenze
- Zeit der Kurzunterbrechung $t_1 > t_{krit}$, System verliert nach der KU seine Stabilität, da die vom Generator aufgenommene Leistung nicht mehr vollständig an das Netz abgegeben werden kann

Der Polradwinkel kann höchstens bis zu einem Wert

$$\vartheta_{\max} = \vartheta(P_{el} = P_m) \quad (1.102)$$

aufschwingen. Für größere Werte von ϑ_2 wird die elektrische Leistung P_{el} , die der Generator ans Netz abgibt, wieder kleiner als P_m . Dies führt zu einer Beschleunigung des Läufers und damit zur Instabilität des Systems. Dieser Fall ist in **Bild 1.22c** dargestellt. Die von den Grenzen $P_{el}(\vartheta)$, P_m , ϑ_1 und ϑ_{\max} eingeschlossene Fläche $W_{V,\max}$ ist kleiner als die Fläche W_B , d. h. der Generator kann die aufgenommene mechanische Energie W_B nicht vollständig als elektrische Energie ans Netz abgeben. Das System wird daher instabil.

Mit den folgenden Betrachtungen kann die kritische Dauer der Kurzunterbrechung t_{krit} berechnet werden. Zunächst gilt

$$\vartheta_{\max} = \vartheta(P_{el} = P_m) = \pi - \vartheta_0 \quad \text{und} \quad P_m = P_{\max} \cdot \sin(\vartheta_0) \quad (1.103)$$

Die Forderung (1.99) führt mit den Bezeichnungen in **Bild 1.22** und $\vartheta_{\max} = \pi - \vartheta_0$ auf

$$\begin{aligned} P_m \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) &= \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_{\max}} P_{el} d\vartheta - P_m \cdot (\vartheta_{\max} - \vartheta_1) = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_{\max}} P_{\max} \cdot \sin(\vartheta) d\vartheta - P_m \cdot (\vartheta_{\max} - \vartheta_1) \\ &= \frac{P_m}{\sin(\vartheta_0)} \cdot \int_{\vartheta_1}^{\pi - \vartheta_0} \sin(\vartheta) d\vartheta - P_m \cdot ((\pi - \vartheta_0) - \vartheta_1) \end{aligned} \quad (1.104)$$

Aus Gleichung (1.104) folgt für den Polradwinkel $\vartheta_{1,krit}$, bei dem die KU beendet werden muß, um das System stabil zu halten:

$$\begin{aligned} \cos(\vartheta_{1,krit}) &= (\pi - 2\vartheta_0) \sin(\vartheta_0) - \cos(\vartheta_0) \\ \text{und} \end{aligned} \quad (1.105)$$

$$\vartheta_{1,krit} = \arccos\left[(\pi - 2\vartheta_0) \sin(\vartheta_0) - \cos(\vartheta_0)\right]$$

Bild 1.23 zeigt die wesentlichen Größen $\cos(\vartheta_{1,krit})$, $\vartheta_{1,krit}$ und $\vartheta_{1,krit} - \vartheta_0$. Man erkennt, dass die Differenz $\vartheta_{1,krit} - \vartheta_0$ zwischen π (für $\vartheta_0 = 0$) und 0 (für $\vartheta_0 = \pi/2$) variiert. Die Differenz $\vartheta_{1,krit} - \vartheta_0$ ist um so größer, je geringer der Polradwinkel ϑ_0 vor der KU ist. Je weiter also der Polradwinkel ϑ_0 von der Stabilitätsgrenze $\vartheta_0 = \pi/2$ entfernt ist, um so länger darf die KU andauern, ohne dass das System instabil wird.

Aus der Gleichung (1.97) für den Polradwinkel während der KU kann man schließlich die kritische Dauer t_{krit} der KU bestimmen:

$$t_{krit} = \sqrt{\frac{2 J \Omega_0}{P_m} \cdot (\vartheta_{1,krit} - \vartheta_0)} \quad (1.106)$$

Eine hohe Turbinenleistung P_m verringert die kritische Zeit, während das Massenträgheitsmoment begünstigend wirkt, da der Turbinensatz dann mehr Zeit benötigt, um zu beschleunigen.

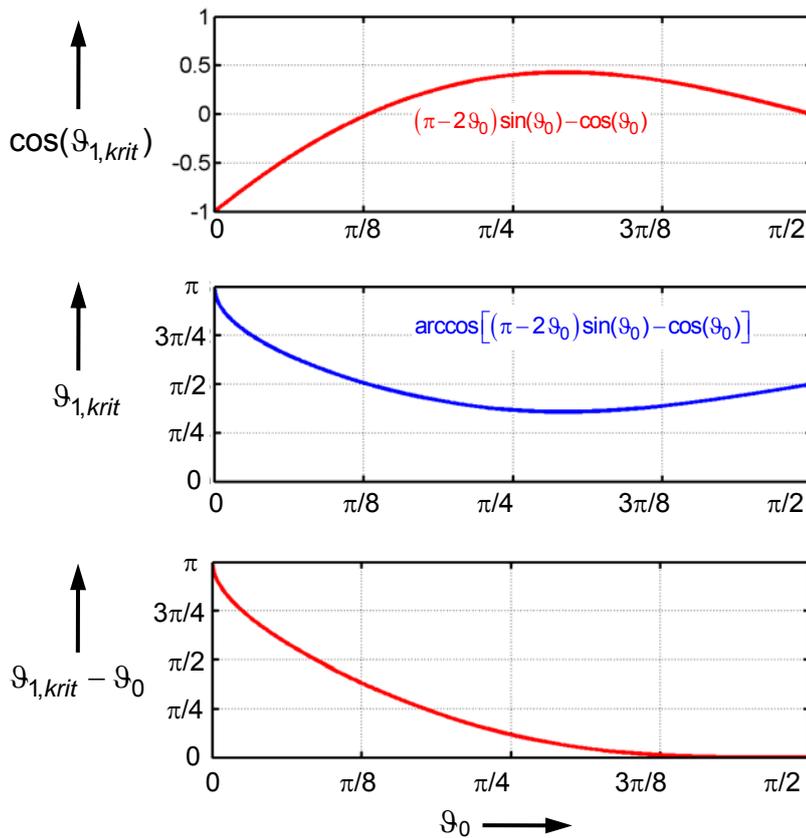


Bild 1.23 Kritischer Polradwinkel $\vartheta_{1,krit}$ bei einer Kurzunterbrechung (KU) des speisenden Generators

1.3.3.4 Transiente Stabilität am Beispiel eines 3-poligen Netzkurzschlusses

Bild 1.24 zeigt ein etwas komplexeres Beispiel: Im Zuge einer Kraftwerksmodernisierung wird zwischen Kraftwerk und dem Einspeisepunkt des Netzes eine weitere Leitung gebaut, deren Impedanz im Vergleich zur bestehenden Leistung deutlich niedriger ist. Der Generator speist über einen Maschinentransformator und die beiden Leitungen in ein starres Netz. Am Anfang der Leitung 2 tritt bei 10% der Leitungslänge von SS1 aus gesehen ein 3-poliger Kurzschluss gegen Erde auf. Nach einer Zeit ΔT erfolgt die Fehlerklärung, indem die Leitung 2 abgeschaltet wird und das Kraftwerk nur noch über Leitung 1 Leistung überträgt.

Die Daten der Anlagen sind durch den in Abschnitt 6.5.1 beispielhaft vorgestellten 705-MVA-Synchrongenerator und die in Abschnitt 6.6.4 berechnete Netzanbindung gegeben:

$$x_d = 1,98 \quad x_d' = 0,281 \quad x_T = 0,199 \quad x_1 = 0,6 \quad x_{21} = 0,04 \quad x_{22} = 0,36$$

1) Stationärer Zustand vor Fehlereintritt (**Bild 1.24a**)

Die Polradspannung beträgt $e_p = 1,2$ und der Polradwinkel $\vartheta = 50^\circ$. Somit lässt sich die $P(\vartheta)$ -Kennlinie bestimmen:

$$p_0 = \frac{e_p \cdot u_N}{x_d + x_T + \frac{x_1 \cdot (x_{21} + x_{22})}{x_1 + x_{21} + x_{22}}} \cdot \sin(\vartheta) = 0,496 \cdot \sin(\vartheta) = p_{\max,0} \cdot \sin(\vartheta)$$

Die bei $\vartheta_0 = 50^\circ$ übertragene Wirkleistung ist $p_{1,ab} = 0,38$, dies entspricht der von der Turbine abgegebenen Leistung p_m .

Der Strom i_{10} und die Klemmenspannung u_{10} des Generators vor Fehlereintritt betragen

$$i_{10} = \frac{\underline{e}_p - \underline{u}_N}{j \left(x_d + x_T + \frac{x_1 \cdot (x_{21} + x_{22})}{x_1 + x_{21} + x_{22}} \right)} = \frac{1,2 \cdot e^{j50^\circ} - 1}{j \cdot (1,98 + 0,199 + 0,9575)} = 0,38 + j \cdot 0,09453$$

$$\underline{u}_{10} = \underline{e}_p - jx_d \cdot i_{10} = 1,2 \cdot e^{j50^\circ} - j1,98 \cdot (0,38 + j \cdot 0,09453) = 0,9585 + j \cdot 0,167$$

2) Zustand unmittelbar vor dem Fehler (**Bild 1.24a**)

Die transiente Polradspannung wird aus der Klemmenspannung des Generators und dem Strom im stationären Zustand vor Fehlereintritt bestimmt:

$$\begin{aligned} \underline{e}_p' &= \underline{e}_p \cdot e^{j\vartheta_1} = \underline{u}_{10} + jx_d' \cdot i_{10} = 0,9585 + j \cdot 0,167 + j \cdot 0,281 \cdot (0,38 + j \cdot 0,09453) \\ &= 0,932 + j \cdot 0,2736 = 0,971277 \cdot e^{j16,36^\circ} \quad \text{mit} \quad \vartheta_1 = 16,36^\circ \end{aligned}$$

Die Wirkleistungskennlinie läßt sich durch die folgende Beziehung beschreiben:

$$p_1 = \frac{\underline{e}_p' \cdot \underline{u}_N}{x_d' + x_T + \frac{x_1 \cdot (x_{21} + x_{22})}{x_1 + x_{21} + x_{22}}} \cdot \sin(\vartheta) = 1,349 \cdot \sin(\vartheta) = p_{\max,1} \cdot \sin(\vartheta)$$

3) Zustand während des Fehlers (**Bild 1.24b**)

Zur Bestimmung der Wirkleistung kann man die Leitung mit Erdschluss und die Netzeinspeisung in eine Ersatzquelle, bestehend aus der Quelle \underline{u}_A und der Reaktanz x_A umwandeln, die dann an den Punkt A angeschlossen ist:

$$\underline{u}_A = \underline{u}_N \cdot \frac{x_{21}}{x_1 + x_{21}} = 1 \cdot \frac{0,04}{0,6 + 0,036} = 0,0625 \quad x_A = \frac{x_1 \cdot x_{21}}{x_1 + x_{21}} = 0,0375$$

Die Wirkleistungskennlinie läßt sich durch die folgende Beziehung beschreiben:

$$p_2 = \frac{\underline{e}_p' \cdot \underline{u}_A}{x_d' + x_T + x_A} \cdot \sin(\vartheta) = 0,1173 \cdot \sin(\vartheta) = p_{\max,2} \cdot \sin(\vartheta)$$

4) Transienter Zustand nach dem Fehler (**Bild 1.24c**)

Es wird angenommen, dass sich die berechnete transiente Quellenspannung während des Betrachtungszeitraums nicht ändert. Nach Abschaltung der Leistung 2 wirken wieder die konstante Netzspannung \underline{u}_N und die Leitungsreaktanz x_1 . Die Wirkleistungskennlinie läßt sich durch die folgende Beziehung beschreiben:

$$p_3 = \frac{\underline{e}_p' \cdot \underline{u}_N}{x_d' + x_T + x_1} \cdot \sin(\vartheta) = 0,9 \cdot \sin(\vartheta) = p_{\max,3} \cdot \sin(\vartheta)$$

Für die Wirkleistungsübertragung gilt zunächst die ①. Nun stellt sich auf einer der Leitungen ein 3-poliger Kurzschluß gegen Erde ein. Während des Kurzschlusses gilt die Kennlinie ②. Nach der Abschaltung der fehlerhaften Leitung ist nur noch eine Leitung in Betrieb und es gilt Kennlinie ③.

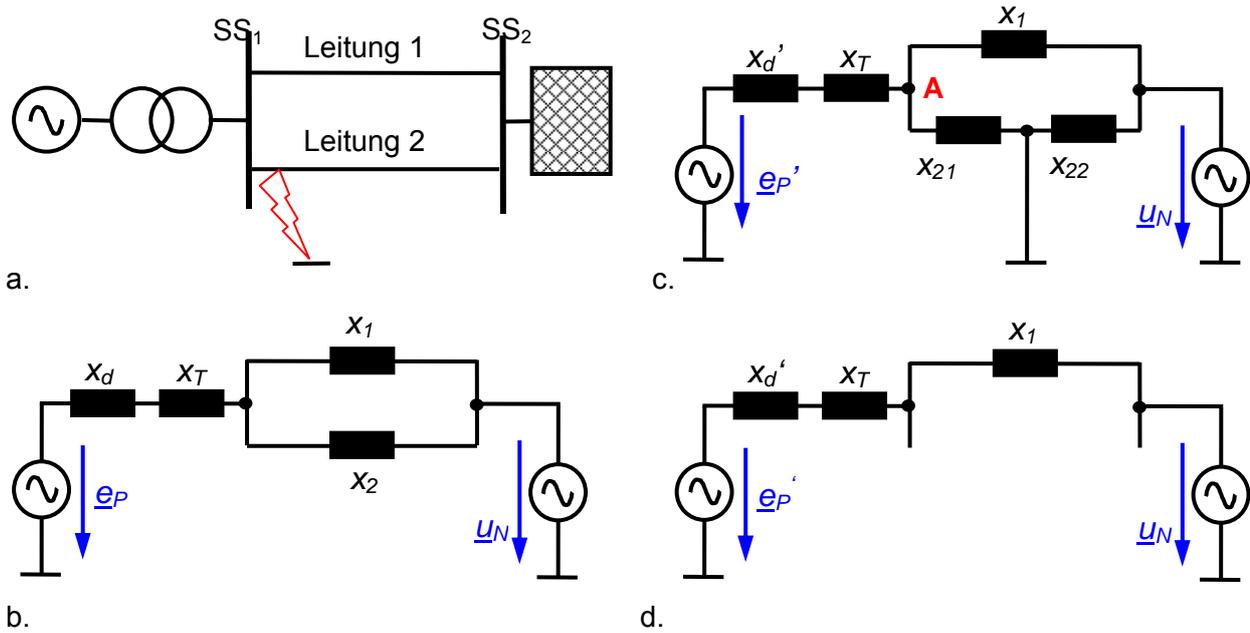


Bild 1.24 Transiente Stabilität am Beispiel eines 3-poligen Netzkurzschlusses

- a. Prinzipbild der betrachteten Anlage
- b. Ersatzschaltbild im stationären Zustand
- c. Ersatzschaltbild während des Fehlers
- d. Ersatzschaltbild direkt nach Abschaltung der Leitung 2

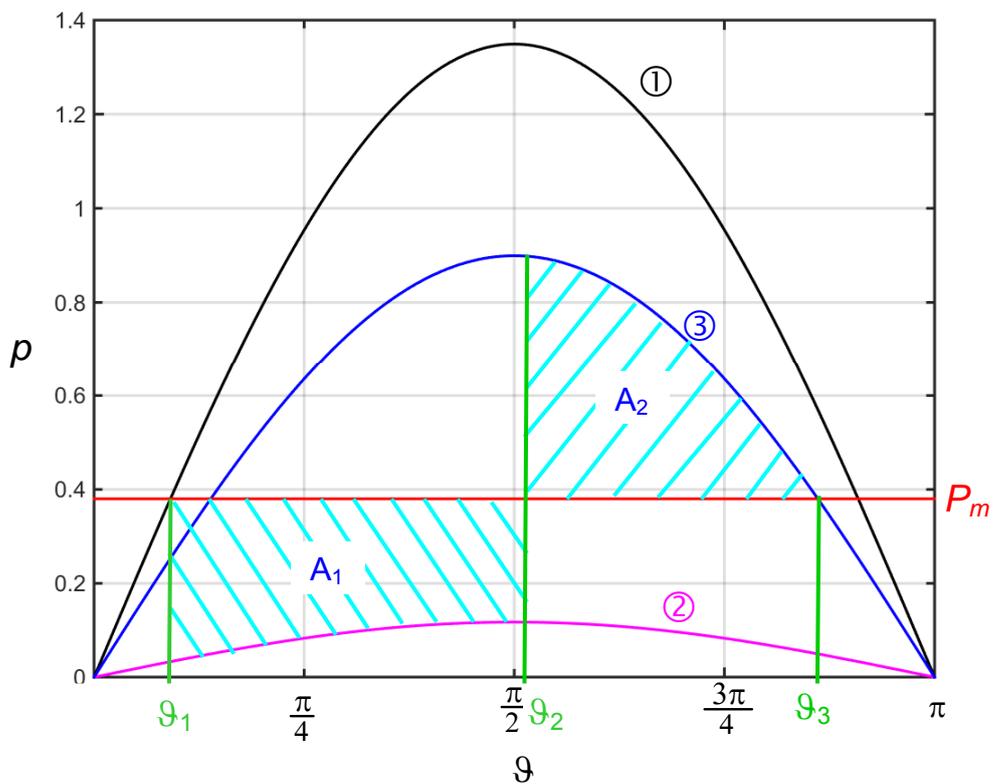


Bild 1.25 Flächenkriterium zur Bestimmung der transienten Stabilität am Beispiel eines 3-poligen Netzkurzschlusses

Gemäß den Flächensatz (engl.: equal area criterion) nimmt der Generator während des Fehlers die Energie als Fläche zwischen den Kurven ② und $P_m = \text{const.}$ auf. Diese Energie muss er nach der Fehlerklärung wieder abgeben können. Dafür steht die Fläche zwischen Kennlinie ③ und $P_m = \text{const.}$ zur Verfügung. Die in **Bild 1.25** markierte Fläche A1 darf höchstens gleich der Fläche A2 sein. Daraus ergibt sich der Winkel ϑ_2 aus dem dann die höchstens für die Fehlerklärung zur Verfügung stehende Zeit ΔT berechnet werden kann. Daraus ergibt sich der folgende Ansatz:

$$p_m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) - \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} p_{\max,2} \cdot \sin(\vartheta) d\vartheta \leq \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_3} p_{\max,3} \cdot \sin(\vartheta) d\vartheta - p_m \cdot (\vartheta_3 - \vartheta_2)$$

mit

$$\vartheta_3 = \pi - \arcsin\left(\frac{p_m}{p_{\max,3}}\right)$$

Dies führt auf:

$$\vartheta_2 \leq \arccos\left[\frac{p_m \cdot (\vartheta_3 - \vartheta_1) - p_{\max,2} \cdot \cos(\vartheta_1) + p_{\max,3} \cdot \cos(\vartheta_3)}{p_{\max,3} - p_{\max,2}}\right]$$

Mit den Zahlenwerten des Beispiels erhält man

$$\vartheta_2 \leq 90,6^\circ$$

Alternativ kann die Bewegungsgleichung numerisch gelöst werden. Ausgehend von Gleichung (6.89) in Abschnitt 6.3 erhält man

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) &= \frac{1}{2H\omega_0} \cdot [p_m - p_{\max} \cdot \sin(\vartheta)] \\ \frac{d\vartheta}{dt^*} &= \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \end{aligned} \quad (1.107)$$

$$\text{mit } p_{\max} = \begin{cases} p_{\max,2} & \text{während des Fehlers} \\ p_{\max,3} & \text{nach dem Fehler} \end{cases}$$

Zur Lösung des Differenzialgleichungssystems wird MATLAB eingesetzt. Hierzu muss in MATLAB eine **function**, hier in dem File „DGL.m“, definiert werden, in dem die Differenzialgleichung beschrieben werden. $y(1)$ entspricht dabei der Frequenzänderung $(\Delta\omega/\omega_0)$, $y(2)$ dem elektrischen Polradwinkel ϑ . Der function werden die Parameter G , p_m und $p_{\max 2}$ übergeben

```
function dy=DGL(t,y,G,pm,p_max2)
dy = zeros(2,1); % a column vector
dy(1) = (1/G)*(pm - p_max2*sin(y(2)));
dy(2) = y(1);
```

Zur Lösung der DGL erfolgt der Aufruf der **function** mit den Anfangswerten $y_{10} = 0$ ($\Delta\omega/\omega_0 = 0$) und $y_{20} = 16,36^\circ$. Während der Dauer des Fehlers von $t = 0$ bis $t = T_{\max_f}$ erfolgt die erste Berechnung der DGL mit $p_{\max 2}$. Von $T_{\max_f} + 1$ bis $t = 500$ erfolgt die zweite Berechnung mit

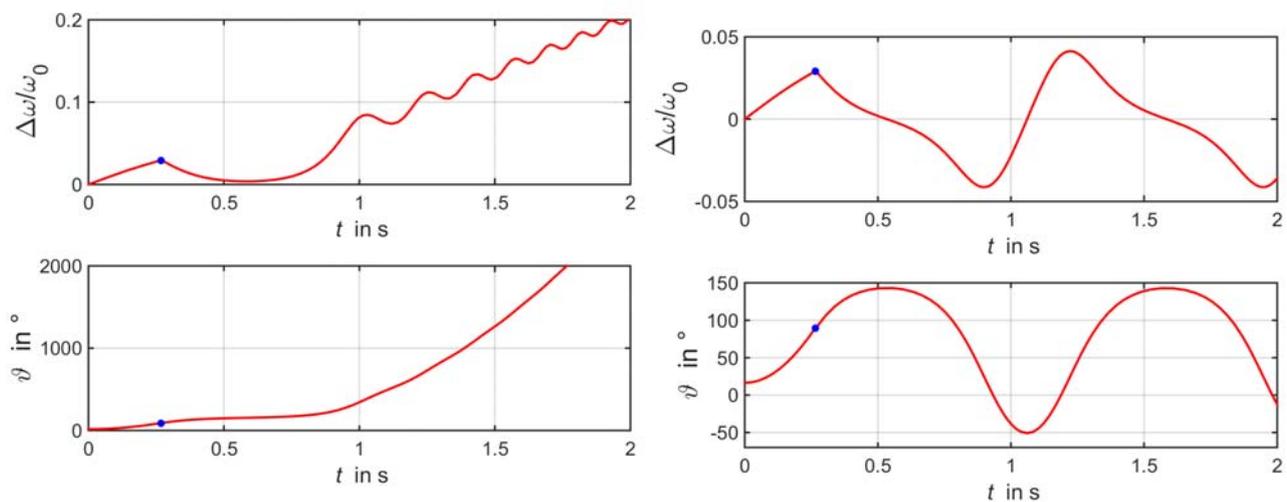
p_max3, wobei die Anfangswerte für y11 und y21 die Endwerte der entsprechenden Größen aus der ersten Berechnung sind. Nach der zweiten Berechnung werden die Teilergebnisse zu einem Spaltenvektor zusammengefasst.

```
%Lösung der Differenzialgleichung
w0 = 2*pi*50;
G = 879.65;           % 2*H*w0
y10 = 0;              % Anfangswert der Winkelgeschwindigkeitsänderung
y20 = 16.36*pi/180;  % Anfangswert des Polradwinkels
Tmax_f = 83;         % Dauer des Fehlers
options = odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4]);
[T1,Y1] = ode23(@DGL,[0 Tmax_f],[0 y20],options,G,pm,p_max2);
y21 = Y1(length(Y1(:,2)),2);
y11 = Y1(length(Y1(:,1)),1);
[T2,Y2] = ode23(@DGL_bsp,[Tmax_f+1 500],[y11 y21],options,G,pm,p_max3);
T = [T1' T2']/w0;
Y = [Y1' Y2'];
```

Aus der numerischen Berechnung erhält man

$$89,37^\circ \leq \vartheta_2 \leq 91,05^\circ \quad \frac{83}{\omega_0} = 264,2 \text{ ms} \leq \Delta T \leq \frac{84}{\omega_0} = 267,4 \text{ ms} \quad .$$

Dies stimmt sehr gut mit dem Ergebnis $\vartheta_2 = 90,6^\circ$ aus der Anwendung des Flächensatzes überein. **Bild 1.26** zeigt die berechneten Zeitverläufe für die Frequenzänderung und den Polradwinkel ϑ für eine Fehlerklärungszeit ΔT von 267,4 ms und 264,2 ms.



a.

b.

Bild 1.26 Numerische Berechnung von Frequenzänderung und Polradwinkel des Systems gemäß **Bild 1.24** während und nach dem Fehler

a. System instabil: Zeit bis zur Fehlerklärung $\Delta T = 84/\omega_0 = 267,4 \text{ ms}$

b. System stabil: Zeit bis zur Fehlerklärung $\Delta T = 83/\omega_0 = 264,2 \text{ ms}$

Bei einer Fehlerklärungszeit von 267,4 ms ist das System instabil. Der Polradwinkel und die Frequenzänderung steigen kontinuierlich an, d. h. der Rotor des Synchrongenerators beschleunigt. Bei der nur geringfügig kleineren Fehlerklärungszeit von 264,2 ms ist das System stabil, die Frequenzänderung und der Polradwinkel sind in ihrem Wertebereich begrenzt und steigen nicht über alle Maßen.

Das Differenzialgleichungssystem enthält keinen Dämpfungsterm, der die Schwingung zum Abklingen bringen würde; daher ist das Ergebnis der Berechnung eine stationäre Schwingung für Frequenzänderung und Polradwinkel. In der Praxis wäre eine Dämpfung vorhanden (Dämpferwicklung, Reibung etc.), so dass die Schwingungen in der Realität abklingen würden.

1.3.4 Spannungsstabilität

Spannungsstabilität bedeutet, dass im normalen Betrieb im gesamten Netz die vorgegebene Betriebsspannung innerhalb bestimmter Toleranzen anliegt. Hauptursache für eine Spannungsinstabilität liegt in einer Überschreitung der Übertragungskapazität, wodurch eine ausreichende Versorgung der Lasten mit Blindleistung nicht mehr gegeben ist. Bis zu einem gewissen Grad kann die Ausgangsspannung der Synchrongeneratoren durch den Erregerstrom angepasst werden. Eine Erhöhung des Erregerstromes ist jedoch nur bis zu einem bestimmten Grenzwert möglich. Alternativen sind Blindleistungskompensatoren in Form von Kondensatorbänken, deren Kapazität in Stufen durch mechanische Schalter verändert werden kann, oder FACTS.

1.4 Steigerung der Kapazität der Energieübertragung

Ausgehend von Gleichung (1.73) kann die Leitungsinduktivität durch eine Kapazität in Serie zur Leitung kompensiert werden. Für die durch eine kompensierte Leitung übertragene Wirkleistung erhält man

$$P_1 = P_2 = \frac{U_1 U_2}{X} \sin \vartheta = \frac{U_1 U_2}{X_L - X_C} \sin \vartheta \quad \text{mit } X_L = \omega L \quad \text{und} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad . \quad (1.108)$$

Die maximale Leistung P_{max} erhöht sich durch die (teilweise) Kompensation der Leitungsinduktivität L durch eine entsprechend gewählte Kapazität C (**Bild 1.27a**). Bei gleicher zu übertragender Leistung P_m verringert sich der Leitungswinkel von ϑ_1 (Arbeitspunkt A_1) zu ϑ_2 (Arbeitspunkt A_2). Aufgrund des verringerten Leitungswinkels ϑ_2 bei gleicher übertragener Leistung P_m ist man der Stabilitätsgrenze $\vartheta = \pi/2$ weniger nahe (**Bild 1.27b**). Die transiente Stabilität des Systems wird also ebenfalls erhöht.

Zu beachten ist, dass die Serienkapazität im Kurzschlussfall vom Kurzschlussstrom durchflossen wird und daher ein deutlich höherer Spannungsabfall entstehen kann, als im Normalbetrieb. Deshalb wird parallel zu dem Kondensator ein Ableiter (MOV, Metal Oxide Varistor) zur Spannungsbegrenzung und ein Leistungsschalter (LS) als Kurzschlusschutz geschaltet (**Bild 1.27c**). Der Ableiter begrenzt die Spannung während der Zeit vom Auftreten des Kurzschlussstromes bis zum Schließen der Leistungsschalterkontakte auf einen unkritischen Wert. Auf Dauer würde er sich jedoch stark erwärmen. Daher wird die Kapazität mit einem Leistungsschalter im Kurzschlussfall gebrückt.

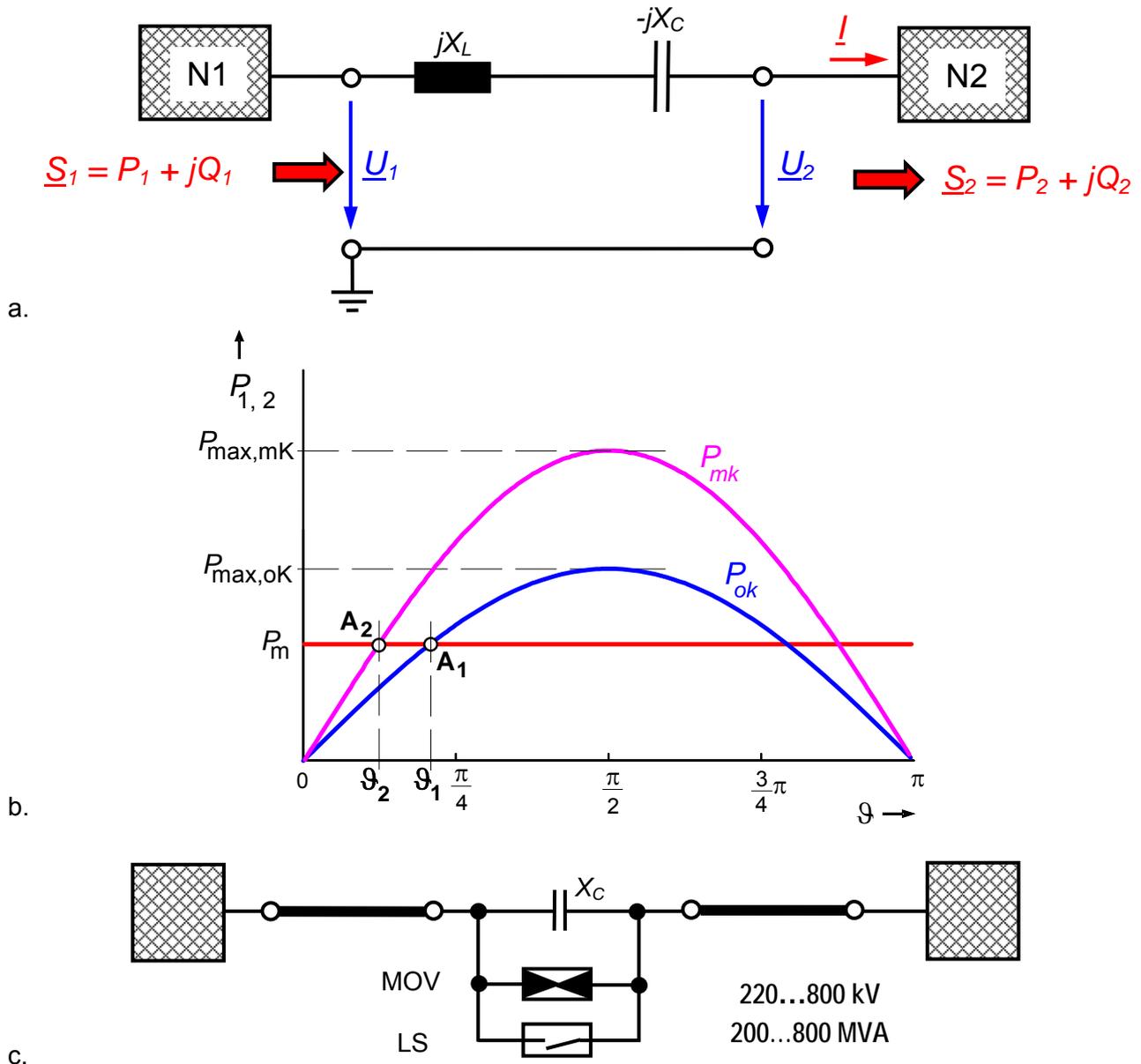


Bild 1.27 a. Vereinfachtes Ersatzschaltbild einer Hochspannungsübertragungsleitung (Freileitung) mit kapazitiver Kompensation
 b. Erhöhung der transienten Stabilität
 c. Kurzschlussschutz des Kondensators durch Ableiter (MOV, Metal Oxide Varistor) und Leistungsschalter (LS)

Prinzipiell wäre eine vollständige Kompensation der Leitungsreaktanz möglich, so dass nur der ohmsche Widerstand der Leitung wirksam bleibt. Im Kurzschlussfall wäre dann jedoch die Netzimpedanz entsprechend reduziert und der Kurzschlussstrom würde sehr hohe Werte erreichen. Man kompensiert daher immer nur so weit, wie es für die Sicherstellung der Stabilität nötig ist.

In Mittelspannungsnetzen dienen Reihencondensatoren der Verbesserung der Spannungsqualität, d. h. der Spannungshaltung. Durch die Kompensation der Leitungsinduktivität wird der Spannungsabfall längs der Leitung verringert. Im Höchstspannungsnetz (> 220 kV) dienen Reihencondensatoren vorrangig der Erhöhung der Stabilität durch Verringerung des Leitungswinkels ϑ der Leitung.

2 Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ)

2.1 Eigenschaften der HGÜ-Technik

Bild 2.1 zeigt den grundsätzlichen Aufbau einer HGÜ-Anlage. Zwei Stromrichter (SR 1 und SR 2) sind über eine Verbindungsleitung mit dem Leitungswiderstand R_L miteinander gekoppelt. Für die zum Stromrichter SR2 übertragene Leistung ergibt sich

$$P_{12} = U_{d2} \cdot I_d = U_{d2} \cdot \frac{U_{d1} - U_{d2}}{R_L}, \quad (2.1)$$

d.h. die übertragene Leistung hängt von der Spannungsdifferenz der beiden Gleichspannungen ab.

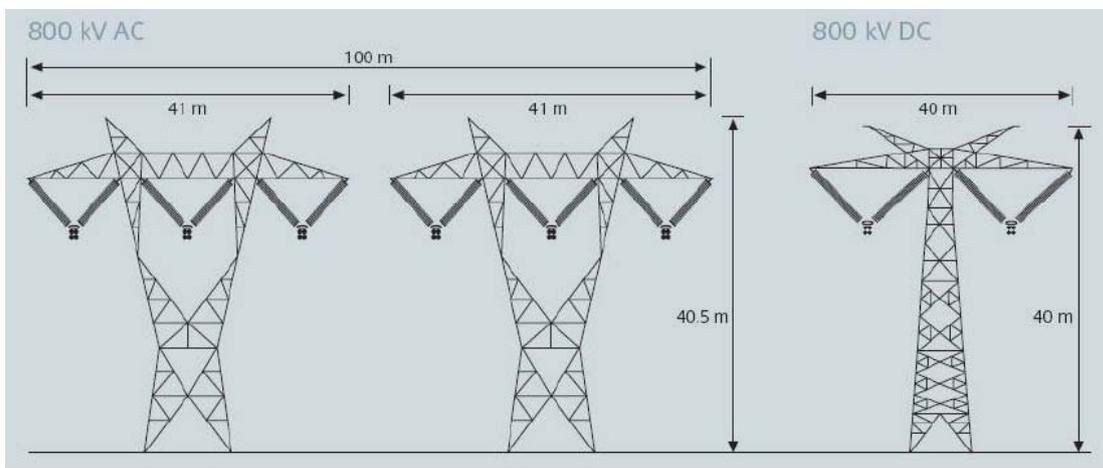
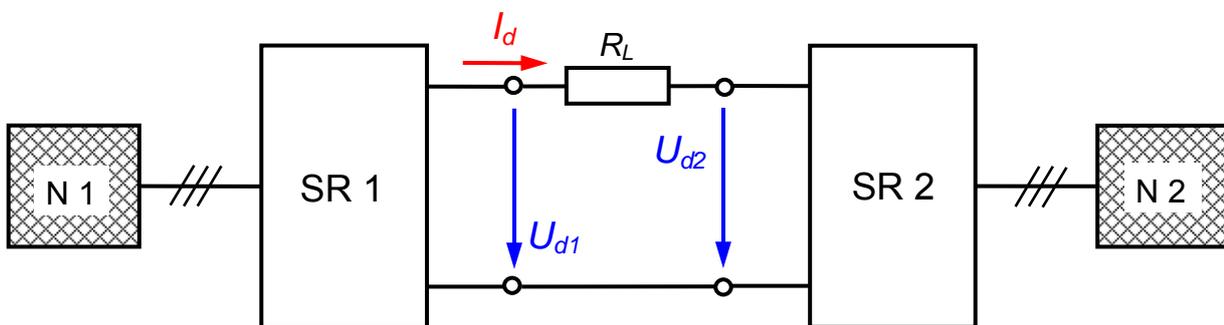


Bild 2.1 Prinzipieller Aufbau einer HGÜ-Anlage und benötigte Trassenbreite einer Hochspannungsdrehstromübertragung (HVAC) im Vergleich zu einer Hochspannungsgleichstromübertragung am Beispiel der 800-kV-Spannungsebene

Anwendungsgebiete der HGÜ (Hochspannungsgleichstromübertragung):

- *Kopplung asynchroner Netze*

Die so genannte HGÜ-Kurzkupplung dient zur Kopplung asynchroner Netze mit unterschiedlicher Frequenz oder von Netzen mit sehr unterschiedlicher Qualität hinsichtlich Frequenzstabilität und Spannungshaltung. In diesem Falle befinden sich die beiden Stromrichter dicht beieinander, oft sogar im selben Gebäude. Die Verbindungsleitung ist extrem kurz.

- *Fernübertragung elektrischer Energie*
Bei der Gleichstromübertragung elektrischer Energie über große Entfernungen (> 600 km) werden eine Reihe von *technischen* Schwierigkeiten der Drehstromübertragung (HDÜ) vermieden: es treten keine Probleme mit der Instabilität von langen Drehstromübertragungsleitungen auf und es wird – im Vergleich zur HDÜ (Hochspannungsdrehstromübertragung) - eine deutlich geringere kapazitive Blindleistung benötigt.
Es gibt aber auch *wirtschaftliche* Gründe, die für eine HGÜ sprechen (**Bild 2.1**). Jenseits von Übertragungsentfernungen von ca. 600...800 km ist eine HGÜ-Anlage im Vergleich zum Aufwand für eine HDÜ gleicher Leistung kostengünstiger.
- *Übertragung der durch Offshore-Windenergieanlagen erzeugte elektrische Energie*
Die durch Offshore-Windenergieanlagen erzeugte elektrische Energie muss durch Kabel übertragen werden. Im Fall einer Drehstromübertragung käme es zu einem beträchtlichen Blindleistungsbedarf durch das Kabel. Dies tritt bei der Übertragung der elektrischen Energie mit Gleichspannung nicht auf, so dass ab einer Entfernung von ca. 80 km eine Drehstromübertragung nicht mehr wirtschaftlich ist.

Zur Realisierung der Stromrichter existieren derzeit 2 unterschiedliche Technologien:

- *Netzgeführte Stromrichter*
Netzgeführte Stromrichter werden auch als Stromrichter mit Gleichstromzwischenkreis (engl. LCC = line commutated converter) bezeichnet. Als Schaltelemente dienen Thyristoren die in Serie geschaltet werden, um die erforderliche Sperrspannung zu erreichen. Einzelthyristoren haben derzeit eine Sperrspannung von 8 kV und können einen Strom von 4000 A führen. Bisher wurden bipolare HGÜ-Übertragungsstrecken bis ± 800 kV (DC) realisiert. Durch die 800-kV-Übertragung lässt sich eine Leistung von bis zu $1,6 \text{ MV} * 4000 \text{ A} = 6,4 \text{ GW}$ übertragen. Netzgeführte Stromrichter mit Thyristortechnologie sind derzeit im oberen Leistungsbereich ohne Alternative. Diese Technologie wird vielfach auch als „HVDC classic“ bezeichnet.
- *Selbstgeführte Stromrichter*
Selbstgeführte Stromrichter werden auch als Stromrichter mit Gleichspannungszwischenkreis (engl. VSC = voltage source converter) bezeichnet. Als Schaltelemente dienen IGBT's (Insulated Gate Bipolar Transistor). Die derzeit erreichbare Sperrspannung und Stromtragfähigkeit von IGBT's ist im Vergleich zu Thyristoren noch deutlich geringer. Daher ist die erreichbare Übertragungsspannung und auch die Leistung der VSC-Converter noch begrenzt. VSC-Converter sind als Zwei- oder Dreilevel-Stromrichter seit längerem bekannt. Eine für HGÜ besonders geeignete Variante der VSC-Converter ist der Modulare Multilevel-Converter (MMC). Durch die Multilevel-Technologie wird auf der Drehstromseite eine praktisch „perfekte“ Sinusspannung erreicht, dadurch können Netzurückwirkungen praktisch vollständig vermieden werden. Im Vergleich zu netzgeführten Stromrichtern entfallen daher aufwendige Filtermaßnahmen, außerdem können Wirk- und Blindleistung unabhängig von einander dynamisch gesteuert werden. Selbstgeführte Stromrichter benötigen für ihren Betrieb keine Netzspannung, sie sind daher „Scharzstart-fähig“, ein VSC-Converter kann daher ohne vorhandenes Netz hochgefahren werden. Dies ist beim netzgeführten Stromrichter nicht der Fall, da er zur Kommutierung des Stromes von einem Thyristor zum nächst folgenden die Netzspannung benötigt.

2.2 Netzgeführte Stromrichter für HGÜ-Anlagen (HVDC classic)

In Netzgeführten Stromrichtern kommen Thyristoren zum Einsatz, die bei positiver Vorwärtsspannung eingeschaltet werden können und im Stromnulldurchgang wieder ausschalten können, wenn die Bedingungen (z. B. Freierzeit etc.) hierzu geeignet sind. Für die Stromkommutierung von einem Ventil zum nächsten benötigen sie die Netzspannung. Hauptnachteil netzgeführter Stromrichter sind u.a. NetZRückwirkungen, d. h. Oberschwingungen in den netzseitigen Strömen. Um den Wechselanteil in den Ausgangsspannungen $U_{d\alpha,1}$ und $U_{d\alpha,2}$ niedrig halten zu können, und damit auch NetZRückwirkungen der Stromrichter verwendet man in der Praxis 12-pulsige Schaltungen. Eine 12-pulsige Schaltung ergibt sich durch die Reihenschaltung von 2 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltungen, deren speisende Drehstromsysteme um 30° gegeneinander phasenverschoben sind. Für das Verständnis des 12-pulsigen Stromrichters ist daher die Zerlegung in 2 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltungen und die Betrachtung der Kommutierungsvorgänge in diesen Schaltungen sinnvoll.

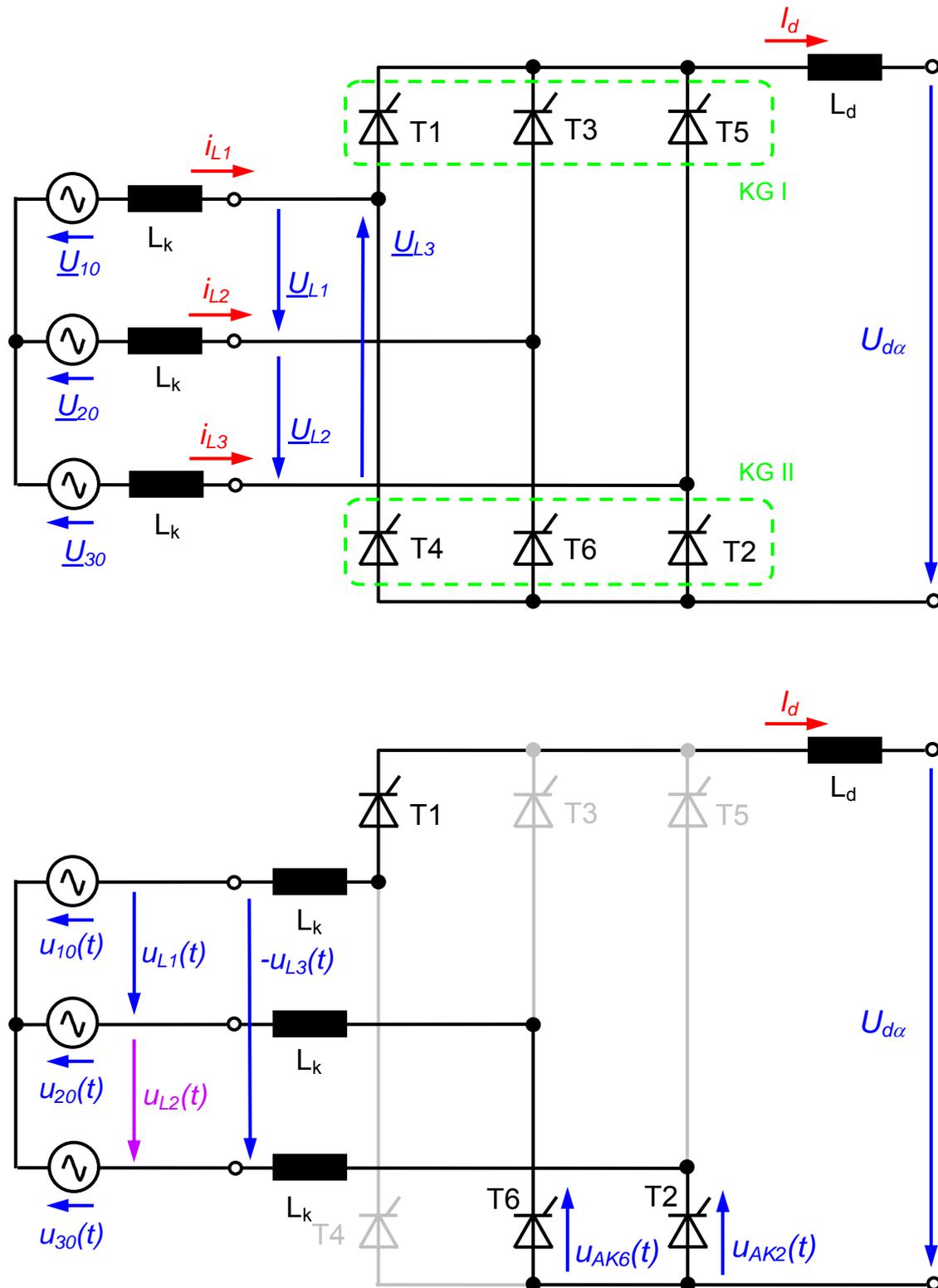
2.2.1 Drehstrombrückenschaltung

2.2.1.1 Ausgangsspannung $U_{d\alpha}$ bei idealer Kommutierung des Stromes

In **Bild 2.2** ist die Schaltung der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung dargestellt. Die Spannungsquellen \underline{U}_{R0} , \underline{U}_{S0} und \underline{U}_{T0} repräsentieren das auf die Stromrichterseite transformierte Netz, die Induktivitäten L_k werden als Kommutierungsinduktivitäten bezeichnet und bestehen aus der Kurzschlussimpedanz der Stromrichtertransformatoren und der Induktivitäten der Stromkreise. Unter „Kommutierung“ versteht man den Übergang des Stromes von einem Ventil (z. B. Thyristor) zum anderen.

Der Stromrichter besteht aus einer oberen Kommutierungsgruppe (KG I) mit der Thyristoren T1, T3 und T5 und einer unteren Kommutierungsgruppe (KG II), zu der die Thyristoren T2, T4 und T6 gehören (**Bild 2.2a**). Es leitet immer ein Thyristor der oberen und der unteren Kommutierungsgruppe. Aus der Reihenfolge, in der die Leiterspannungen die Position der betragsmäßig größten Spannung einnehmen, folgt die Reihenfolge, in der die Thyristoren durch entsprechende Zündimpulse an der Gate-Elektrode in den leitenden Zustand versetzt werden können. In **Bild 2.2** sind die Thyristoren in der Reihenfolge ihres Durchzündens nummeriert. Alle 60° findet abwechselnd in der oberen und unteren Kommutierungsgruppe eine Kommutierung statt, d. h. in jeder Kommutierungsgruppe findet alle 120° eine Kommutierung statt. Die folgende Tabelle zeigt die Spannung $U_{d\alpha}$ am Ausgang des Stromrichters für die jeweils leitenden Thyristoren.

Es wird angenommen, dass der Gleichstrom I_d sehr gut geglättet und nicht lückend ist. Im Falle eines idealen Stromkreises ohne Betrachtung von Widerständen und Induktivitäten erfolgt der Übergang des Stromes I_d von einem Thyristor zu einem anderen Thyristor derselben Kommutierungsgruppe schlagartig. Man bezeichnet dies als *ideale Kommutierung*. Aufgrund der ohmschen Widerstände und Induktivitäten im Stromkreis kann der Stromübergang in der Praxis nicht schlagartig stattfinden. Es gibt eine Überlappungsphase, während der sich beide Ventile im leitenden Zustand befinden. Zunächst wird jedoch von einer idealen Kommutierung ausgegangen (Index i).



b.

Bild 2.2 6-pulsige Drehstrombrückenschaltung

a. Schaltbild

b. Schaltbild zur Betrachtung des Kommutierungsvorganges der Stromes I_d vom Ventil T6 auf Ventil T2 bei leitendem Ventil T1

Mit Hilfe von **Bild 2.2b** soll untersucht werden, zu welchem Zeitpunkt ein Kommutierungsvorgang erfolgt. Betrachtet werden soll beispielhaft der Kommutierungsvorgang des Stromes von Ventil T6 auf das Ventil T2. Das Ventil T1 befinde sich dabei in leitendem Zustand. Aus **Bild 2.2b** können folgende Gleichungen abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} i_{T2} + i_{T6} &= I_d \\ L_k \frac{di_{T2}}{dt} + u_{30} - u_{20} - L_k \frac{di_{T6}}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Bei konstantem Gleichstrom I_d ist

$$\frac{di_{T2}}{dt} = -\frac{di_{T6}}{dt} \quad (2.3)$$

und damit

$$\frac{di_{T2}}{dt} = \frac{u_{20} - u_{30}}{2L_k} = \frac{u_{L2}}{2L_k} \quad \frac{di_{T6}}{dt} = -\frac{u_{20} - u_{30}}{2L_k} = -\frac{u_{L2}}{2L_k} \quad (2.4)$$

Die Spannung u_{L2} wird in dem Fall als Kommutierungsspannung bezeichnet, weil sie den Stromübergang von T6 nach T2 treibt. i_{T2} ist zu Beginn der Betrachtung Null, eine Stromänderung $di_{T2}/dt < 0$ ist daher nicht möglich. Ein Stromübergang von T6 nach T2 findet nur statt, wenn die Kommutierungsspannung $u_{L2} > 0$ ist. Betrachtet man **Bild 2.2b**, so ist das genau für

$$|-u_{L3}(t)| > |u_{L1}(t)| \quad \text{und} \quad -u_{L3}(t), u_{L1}(t) > 0 \quad (2.5)$$

der Fall. Dies ist der „natürliche Zündzeitpunkt“ für das Ventil T2. T2 würde zu diesem Zeitpunkt leitend werden, wenn T2 eine Diode wäre. Der natürliche Übergang der Stromführung von einem Ventil zum anderen erfolgt genau zu jenem Zeitpunkt, zu dem eine Leiterspannung betragsmäßig durch die nächst folgende abgelöst wird. Werden als Ventile Thyristoren eingesetzt, so kann deren Zündung um einen Zündverzögerungswinkel α gegenüber dem natürlichen Zündzeitpunkt verzögert werden. Der Thyristor T6 leitet, also ist $u_{AK6} = 0$, damit wird $u_{AK2} = u_{L2}$. Die positive Vorwärtsspannung $u_{AK2} > 0$ versetzt den Thyristor T2 in den leitenden Zustand, sobald dieser einen Zündimpuls bekommt. Der Zündverzögerungswinkel α wird vom Zeitpunkt des natürlichen Übergangs der Stromführung von einem Ventil zum nächsten an gerechnet, d. h. vom Übergang der betragsmäßig größeren Leiterspannung auf eine andere. Für das betrachtete Beispiel der Kommutierung von T6 nach T2 wird der Zündverzögerungswinkel für T2 von jenem Zeitpunkt an gerechnet, zu dem $|-u_{L3}(t)| > |u_{L1}(t)|$ und $-u_{L3}(t), u_{L1}(t) > 0$ ist.

Ein einmal gezündeter Thyristor bleibt im leitenden Zustand, solange ein Strom in Vorwärtsrichtung fließt (der größer als ein minimaler Haltestrom ist). Nach 120° übernimmt in jeder Kommutierungsgruppe ein anderer Thyristor die Stromführung, dieser Vorgang erfolgt abwechselnd in jeder Kommutierungsgruppe. Dies kann für jedes Thyristorpaar analysiert werden und man erhält die in **Bild 2.3** eingetragenen Leiterspannungen abschnittsweise als Ausgangsspannung $u_{di\alpha}$ (**Bild 2.4a**). Diese Spannung setzt sich offensichtlich aus einem arithmetischen Mittelwert, der sogenannten Gleichspannung $U_{di\alpha}$ und einem Wechselanteil zusammen.

Die Ausgangsspannung $U_{di\alpha}$ wird durch Betrachtung eines Intervalls beginnend von $\beta + \alpha$ bis $\beta + \alpha + 2\pi/3$ berechnet. Die zeitliche Dauer, über die gemittelt wird, ist $\pi/3$. Der Mittelwert der in **Bild 2.4a** fett eingezeichneten Ausgangsspannung der Drehstrombrückenschaltung beträgt bei schlagartiger Kommutierung

$$U_{di\alpha} = \frac{1}{\pi/3} \int_{\frac{\pi}{3} + \alpha}^{\frac{\pi}{3} + \alpha + \frac{\pi}{3}} \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}U_0) \cdot \sin(\tau) d\tau = -\frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}U_0) \cdot \cos(\tau) \Big|_{\tau = \frac{\pi}{3} + \alpha}^{\tau = \frac{2\pi}{3} + \alpha} \quad (2.6)$$

$$= \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}U_0) \cdot \cos(\alpha) = \frac{3}{\pi} \hat{U}_L \cdot \cos(\alpha) \approx 1,35 \cdot U_L \cdot \cos(\alpha) = U_{di} \cdot \cos(\alpha)$$

Der Index „i“ in der Bezeichnung $U_{di\alpha}$ kennzeichnet die ideale, d. h. schlagartige Kommutierung. U_L ist der Effektivwert der Leiterspannung, während U_0 der Effektivwert der zugehörigen Sternspannung ist. In **Bild 2.4** sind zusätzlich die zeitlichen Verläufe der Leiterspannungen u_{L1} , u_{L2} und u_{L3} sowie deren inverse Verläufe ($-u_{L1}$, $-u_{L2}$ und $-u_{L3}$) eingetragen.

Von Interesse ist noch die Spannung an den Ventilen T1 bis T6. Beispielhaft soll wieder die Spannung u_{AK2} des Ventils T2 betrachtet werden. Während T2 leitet, ist u_{AK2} gleich Null, in der Praxis fällt an dem Thyristor eine Spannung von einigen Volt ab. Während T2 sperrt, sucht man sich auf Grundlage des Schaltbildes (**Bild 2.2b**) abschnittsweise Maschen über die Ausgangsspannung $u_{di\alpha}$ heraus, so dass immer ein Ventil der oberen Kommutierungsgruppe leitet:

$$u_{AK2} = \begin{cases} 0 & \text{T2 leitet} \\ u_{L2} - u_{d\alpha} = u_{L2} - (-u_{L1}) = u_{L1} + u_{L2} & \text{T3 und T4 leiten} \\ -u_{d\alpha} & \text{T5 leitet} \\ -(u_{L3} + u_{d\alpha}) = -(u_{L1} + u_{L3}) & \text{T1 und T6 leiten} \end{cases} \quad (2.7)$$

Auf diese Weise lässt sich abschnittsweise die Spannung u_{AK2} an dem Ventil T2 und auf gleiche Weise an den anderen Ventilen bestimmen.

Es leiten die Thyristoren	$U_{d\alpha} =$	$u_{AK2} =$
T1 und T2	$-u_{L3}(t)$	0
T2 und T3	$u_{L2}(t)$	0
T3 und T4	$-u_{L1}(t)$	$u_{L1}(t) + u_{L2}(t)$
T4 und T5	$u_{L3}(t)$	$-u_{L3}(t)$
T5 und T6	$-u_{L2}(t)$	$u_{L2}(t)$
T6 und T1	$u_{L1}(t)$	$-[u_{L1}(t) + u_{L3}(t)]$

Bild 2.3 Zusammenstellung der jeweils gemeinsam leitenden Thyristoren und die sich dabei ergebende Ausgangsspannung $u_{di\alpha}$ und die Spannung u_{AK2} am Ventil T2

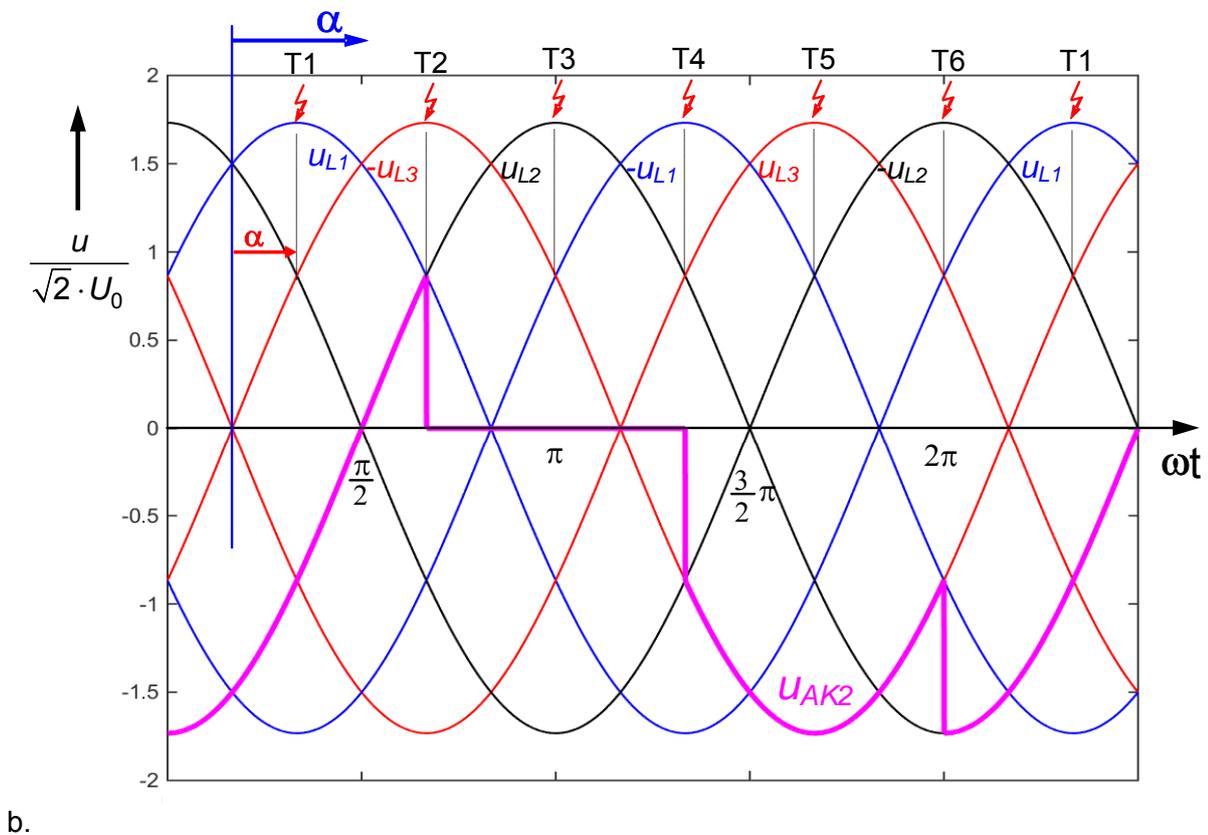
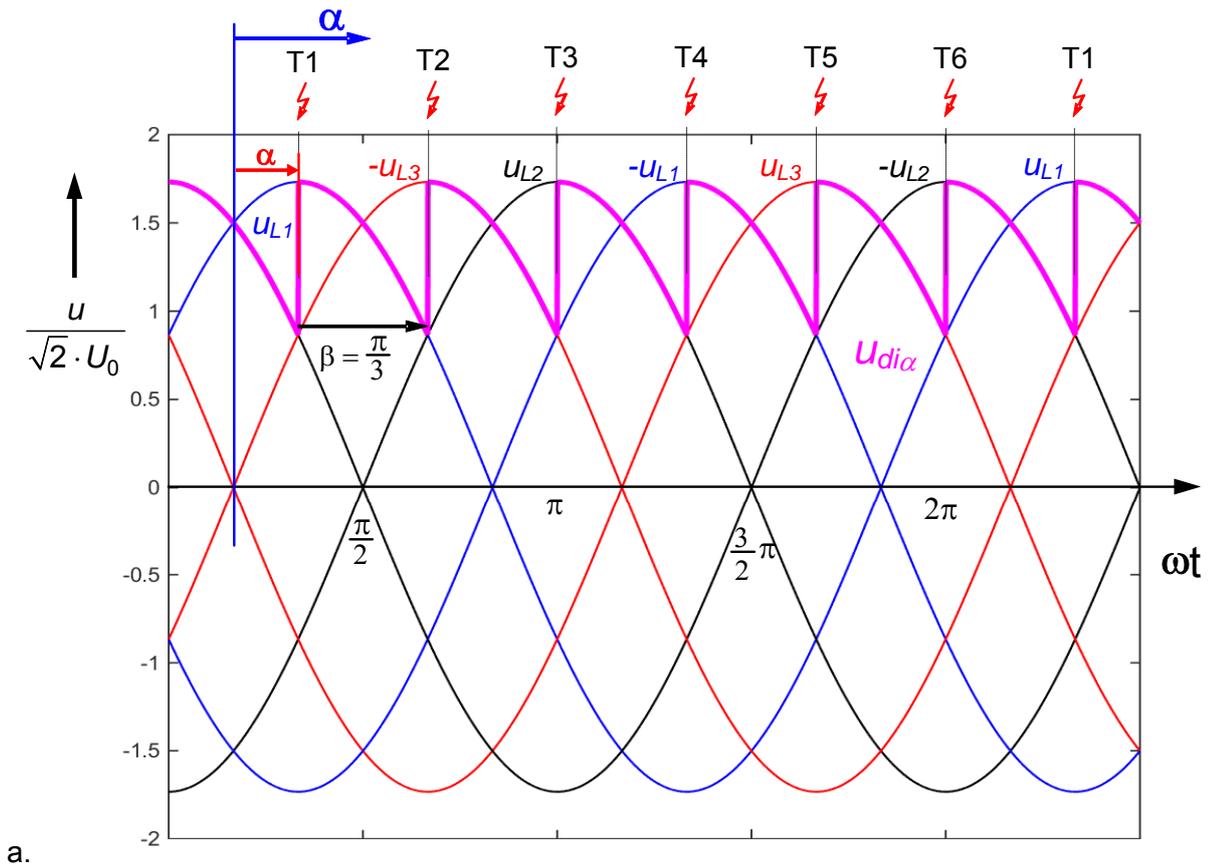


Bild 2.4 Ideale Kommutierung
 a. Ausgangsspannung $u_{di\alpha}$ der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung
 b. Spannung $u_{AK2}(t)$ am Ventil T2

2.2.1.2 Spannungen und Ströme bei endlicher Kommutierungsdauer

In der Praxis findet keine unendlich schnelle Kommutierung statt. Daher wird im Folgenden beispielhaft die Kommutierung von T6 nach T2 in der Kommutierungsgruppe KG II bei einer endlichen Kommutierungsdauer betrachtet.

Grundlage ist wieder das Schaltbild **Bild 2.2b**. Zur Analyse der Schaltung bieten sich zwei Maschen an:

- Spannungsquelle $-u_{30}$, L_k , T6, T2, L_k , $+u_{20}$,
- Ausgangsspannung, T6, L_k , $+u_{20}$, $-u_{10}$, L_k , T1 (leitend),
- Ausgangsspannung, T2, L_k , $+u_{30}$, $-u_{10}$, L_k , T1 (leitend).

Zur Berechnung der Ausgangsspannung werden die beiden Maschen über die Ausgangsspannung betrachtet. Zunächst leiten die Thyristoren T6 und T1. Für die Ausgangsspannung der 6-pulsigen Drehstrombrücke gilt:

$$U_{d\alpha} = U_{L1} = U_{10} - U_{20} \quad . \quad (2.8)$$

Nun wird der Thyristor T2 gezündet, d. h. sowohl T6 als auch T2 befinden sich nun im leitenden Zustand. Thyristor T2 ist in der Lage einen Strom in Vorwärtsrichtung zu führen und bleibt deshalb leitend. Die Thyristoren werden als ideal angenommen, d. h. in leitendem Zustand fällt an den Thyristoren keine Spannung ab. Aus **Bild 2.2b** ergibt sich

$$\begin{aligned} U_{d\alpha} &= u_{10} + \left[-u_{30} - L_k \cdot \frac{di_{T2}}{dt} - R_k \cdot i_{T2} \right] \\ U_{d\alpha} &= u_{10} + \left[-u_{20} - L_k \cdot \frac{di_{T6}}{dt} - R_k \cdot i_{T6} \right] \quad . \end{aligned} \quad (2.9)$$

Addiert man diese beiden Gleichungen und berücksichtigt ferner, daß zu jedem Zeitpunkt

$$i_{T2} + i_{T6} = I_d = \text{const.} \quad (2.10)$$

gelten muß, so erhält man

$$\begin{aligned} 2 \cdot U_{d\alpha} &= 2 \cdot u_{10} + \left[-(u_{30} + u_{20}) - L_k \cdot \frac{d(i_{T2} + i_{T6})}{dt} - R_k \cdot (i_{T2} + i_{T6}) \right] \\ &= 2 \cdot u_{10} + \left[-(u_{30} + u_{20}) - R_k \cdot I_d \right] \quad . \end{aligned} \quad (2.11)$$

Eine üblicherweise zulässige Näherung während der Dauer des Kommutierungsvorganges

$$\Delta\tau = \omega \cdot t_k = u \quad (2.12)$$

ist die Vernachlässigung des Spannungsabfalls am ohmschen Widerstand gegenüber der Summe aus den beiden Sternspannungen $u_{20} + u_{30}$:

$$U_{d\alpha} = u_{10} - \frac{1}{2}(u_{30} + u_{20}) \quad . \quad (2.13)$$

Setzt man an:

$$u_{10} = U_0 \cdot \sin(\omega t) \quad u_{20} = U_0 \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad u_{30} = U_0 \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad , \quad (2.14)$$

so wird unter Verwendung der Additionstheoreme für Winkelfunktionen

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2}(u_{20} + u_{30}) &= -\frac{U_0}{2} \left(\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right) \\
 &= -\frac{U_0}{2} \cdot \sin(\omega t - \pi) = \frac{U_0}{2} \cdot \sin(\omega t) = \frac{1}{2} u_{10}(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Zusammen mit Gleichung (2.13) erhält man für die Ausgangsspannung der Drehstrombrücke während der Kommutierung des Stromes von T6 nach T2 bei leitendem Thyristor T1

$$U_{d\alpha} = \frac{3}{2} \cdot u_{10}(t)
 \tag{2.16}$$

Diese für die Kommutierung von T6 nach T2 bei leitendem Thyristor T1 durchgeführte Berechnung kann nun für alle Kommutierungen durchgeführt werden und man erhält die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Ausgangsspannungen *während* den Kommutierungsvorgängen. Daraus folgt insgesamt die in **Bild 2.6** dargestellte Ausgangsspannung $u_{d\alpha}$ für die Drehstrombrückenschaltung für einen Zündverzögerungswinkel von $\alpha = 30^\circ$.

Auch hier soll wieder beispielhaft die Spannung $u_{AK2}(t)$ am Thyristor T2 bestimmt werden. Während T2 leitet, ist diese Spannung Null. In allen anderen Fällen leitet Thyristor T5. Somit ist

$$u_{AK2} \stackrel{T5 \text{ leitet}}{=} -u_{d\alpha}
 \tag{2.17}$$

Damit lässt sich der Verlauf mit Hilfe der bereits bestimmten Ausgangsspannung sehr schnell angeben.

Kommutierung Thyristor Tx → Ty, Thyristor Tz leitet	$U_{d\alpha} =$	$u_{AK2} =$
T1 → T3, T2	$-1,5 \cdot u_{30}(t)$	0
T2 → T4, T3	$1,5 \cdot u_{20}(t)$	0
T3 → T5, T4	$-1,5 \cdot u_{10}(t)$	$1,5 \cdot u_{10}(t)$
T4 → T6, T5	$1,5 \cdot u_{30}(t)$	$-1,5 \cdot u_{30}(t)$
T5 → T1, T6	$-1,5 \cdot u_{20}(t)$	$1,5 \cdot u_{20}(t)$
T6 → T2, T1	$1,5 \cdot u_{10}(t)$	0

Bild 2.5 Zusammenstellung der jeweils während eines Kommutierungsvorgangs gemeinsam leitenden Thyristoren und die sich dabei ergebende Ausgangsspannung $u_{d\alpha}$ und die Spannung u_{AK2} am Ventil T2 bei endlicher Kommutierungszeit

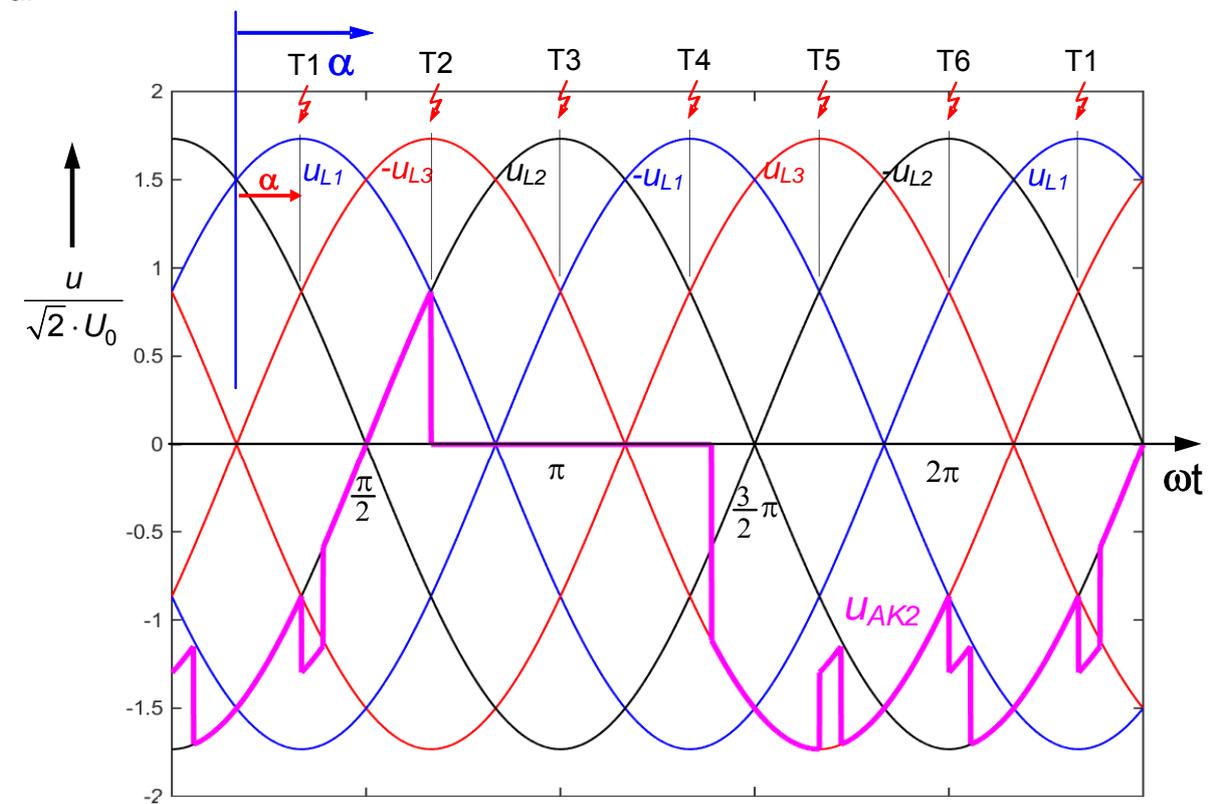
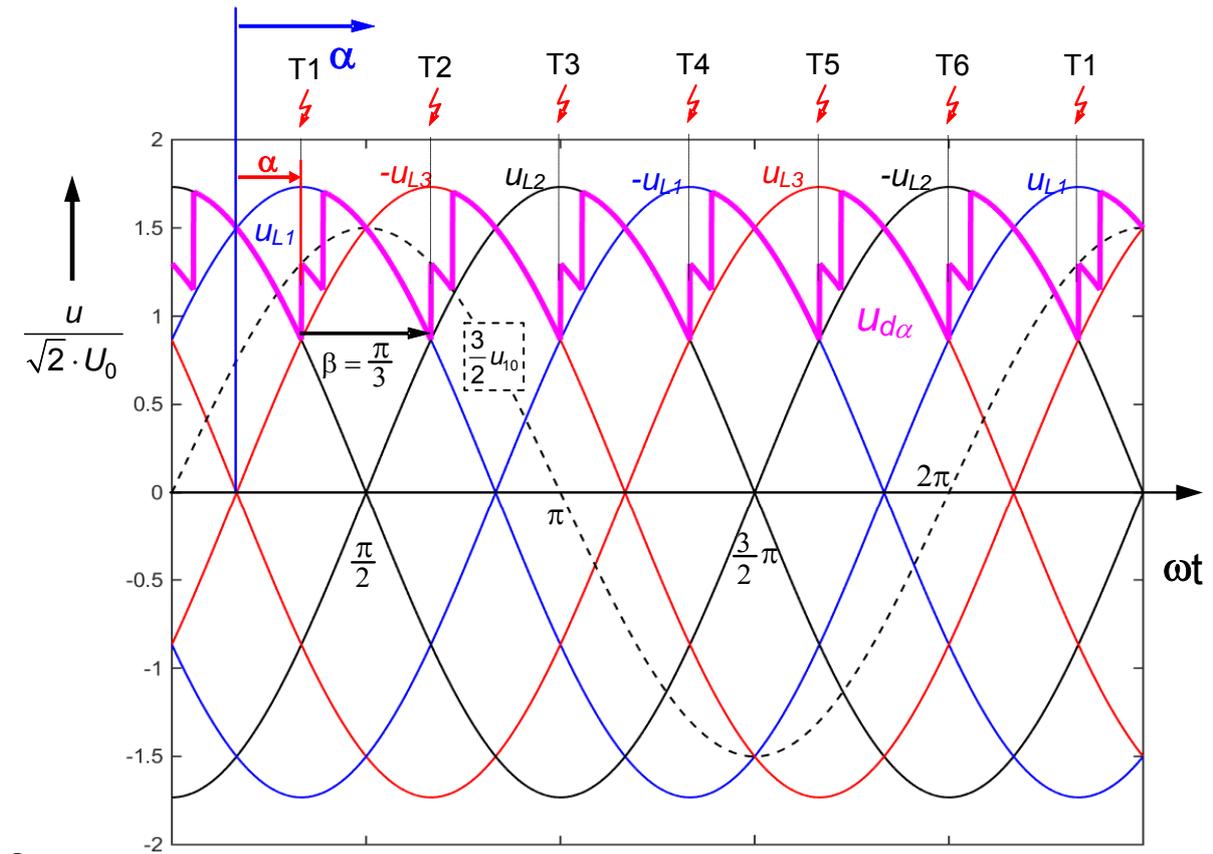


Bild 2.6 Reale Kommutierung (d.h. endlich Kommutierungsdauer)
 a. Ausgangsspannung $u_{d\alpha}$ der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung
 b. Spannung $u_{AK2}(t)$ am Ventil T2

Zur Berechnung des zeitlichen Verlaufes der Thyristorströme kann man wieder das Schaltbild gemäß **Bild 2.2** betrachten. Beispielhaft sei auch hier die Kommutierung des Stromes von T6 nach T2 betrachtet. Wenn sowohl T6 als auch T2 leiten, gilt:

$$\begin{aligned} i_{T2} \cdot R_k + L_k \frac{di_{T2}}{dt} + u_{30} - u_{20} - i_{T6} \cdot R_k - L_k \frac{di_{T6}}{dt} &= 0 \\ i_{T2} + i_{T6} &= I_d \end{aligned} \quad (2.18)$$

Daraus folgt durch gegenseitiges Einsetzen:

$$\underbrace{(2 \cdot i_{T2} - I_d) \cdot R_k}_{\text{wird vernachlässigt}} + 2L_k \frac{di_{T2}}{dt} = u_{20} - u_{30} \quad (2.19)$$

Mit der Vernachlässigung in Gleichung (2.19) erhält man schließlich die folgende Differentialgleichung, wobei die Differenz $u_{20} - u_{30}$ genau der Leiterspannung u_{L2} entspricht:

$$2L_k \frac{di_{T2}}{dt} = u_{20} - u_{30} \stackrel{\text{Bild 2.2}}{=} u_{L2}(t) \quad (2.20)$$

Mit der Substitution

$$\omega t = \tau \quad (2.21)$$

erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{di_{T2}(\tau)}{d\tau} = -\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot \cos(\tau) \quad (2.22)$$

und als deren allgemeine Lösung

$$i_{T2}(\tau) = -\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot \sin(\tau) + C \quad (2.23)$$

Würden anstelle von Thyristoren Dioden eingesetzt, so würde die Kommutierung des Stromes I_d von Ventil T6 nach T2 zum Zeitpunkt $\omega t = \pi/2$ erfolgen (**Bild 2.6a**). Bei Thyristoren erfolgt die Kommutierung von T6 nach T2 demgegenüber um α verschoben, also zum Zeitpunkt

$$\tau_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{2} + \alpha \quad \text{mit} \quad i_{T2}(\tau_1) = 0 \quad (2.24)$$

Daraus erhält man zusammen mit (2.23)

$$C = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot \cos(\alpha) \quad (2.25)$$

woraus sich schließlich der Strom durch T2 ergibt:

$$\begin{aligned} i_{T2}(\omega t) &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \left(\cos(\alpha) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega t\right) \right) \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} (\cos(\alpha) - \cos(\omega t)) \quad \text{für} \quad \alpha \leq \omega t \leq \alpha + \pi \end{aligned} \quad (2.26)$$

Nach Ablauf der Kommutierungsdauer $\omega t_k = u$ führt der Thyristor T2 den vollen Gleichstrom I_d :

$$\tau_2 = \omega t_2 = \frac{\pi}{2} + \alpha + u \quad \text{mit} \quad i_{T2}(\tau_2) = I_d \quad . \quad (2.27)$$

Etwas umgeschrieben erhält man

$$I_d = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + u\right) + C = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot [\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)] \quad . \quad (2.28)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich die Überlappung u für einen bestimmten Strom I_d bei einem bestimmten Zündverzögerungswinkel α berechnen.

Für die zeitlichen Verläufe der Ströme i_{T2} und i_{T6} durch die Thyristoren T2 und T6 gilt unter Verwendung von Gleichung (2.28)

$$i_{T2}(\omega t) = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot [\cos(\alpha) - \cos(\omega t)] = \frac{I_d}{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)} \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\omega t))$$

$$i_{T6}(\omega t) = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_0}{2\omega L_k} \cdot [\cos(\omega t) - \cos(\alpha + u)] = \frac{I_d}{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)} \cdot (\cos(\omega t) - \cos(\alpha + u)) \quad . \quad (2.29)$$

für $\alpha \leq \omega t \leq \alpha + u$

Bild 2.7 zeigt den zeitlichen Verlauf der Ströme i_{T2} und i_{T6} für verschiedene Steuerwinkel α und eine Überlappung von $u = 15^\circ$.

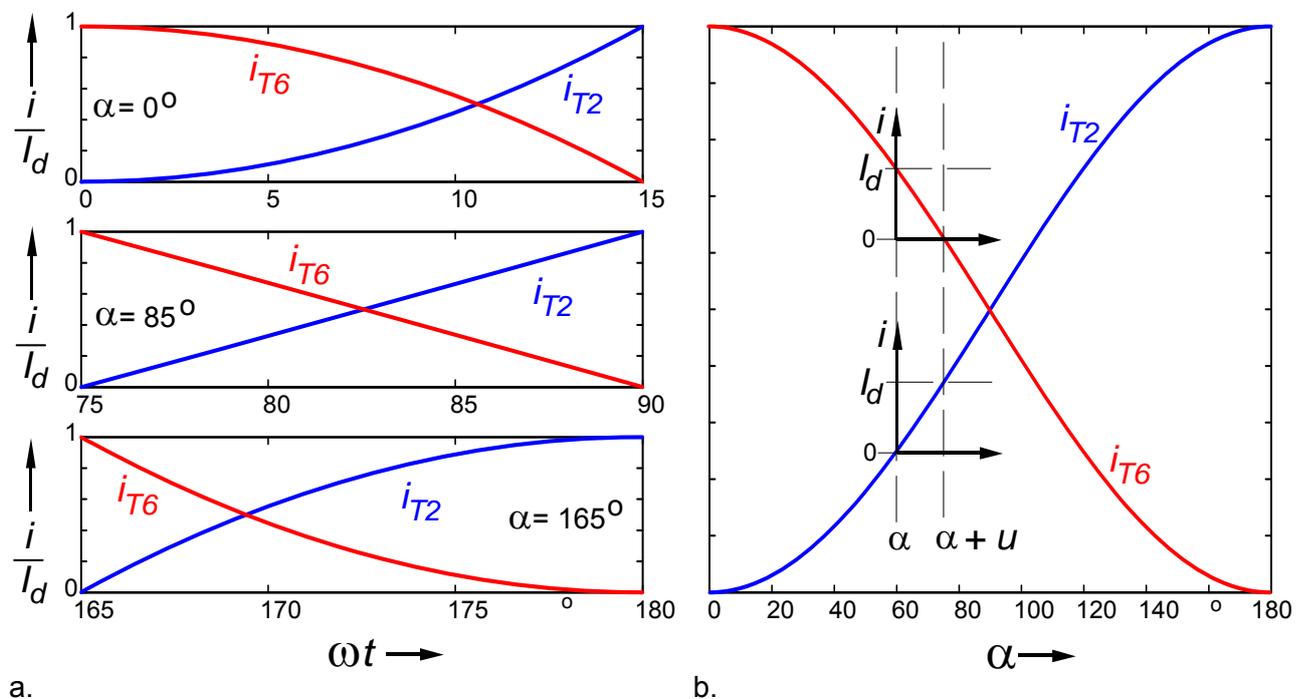


Bild 2.7 Zeitlicher Verlauf der Verlauf der Ströme i_{T2} und i_{T6} .

a. für verschiedene Steuerwinkel α und eine Überlappung von $u = 15^\circ$

b. allgemeiner Verlauf, abhängig vom Steuerwinkel α und der Überlappung u

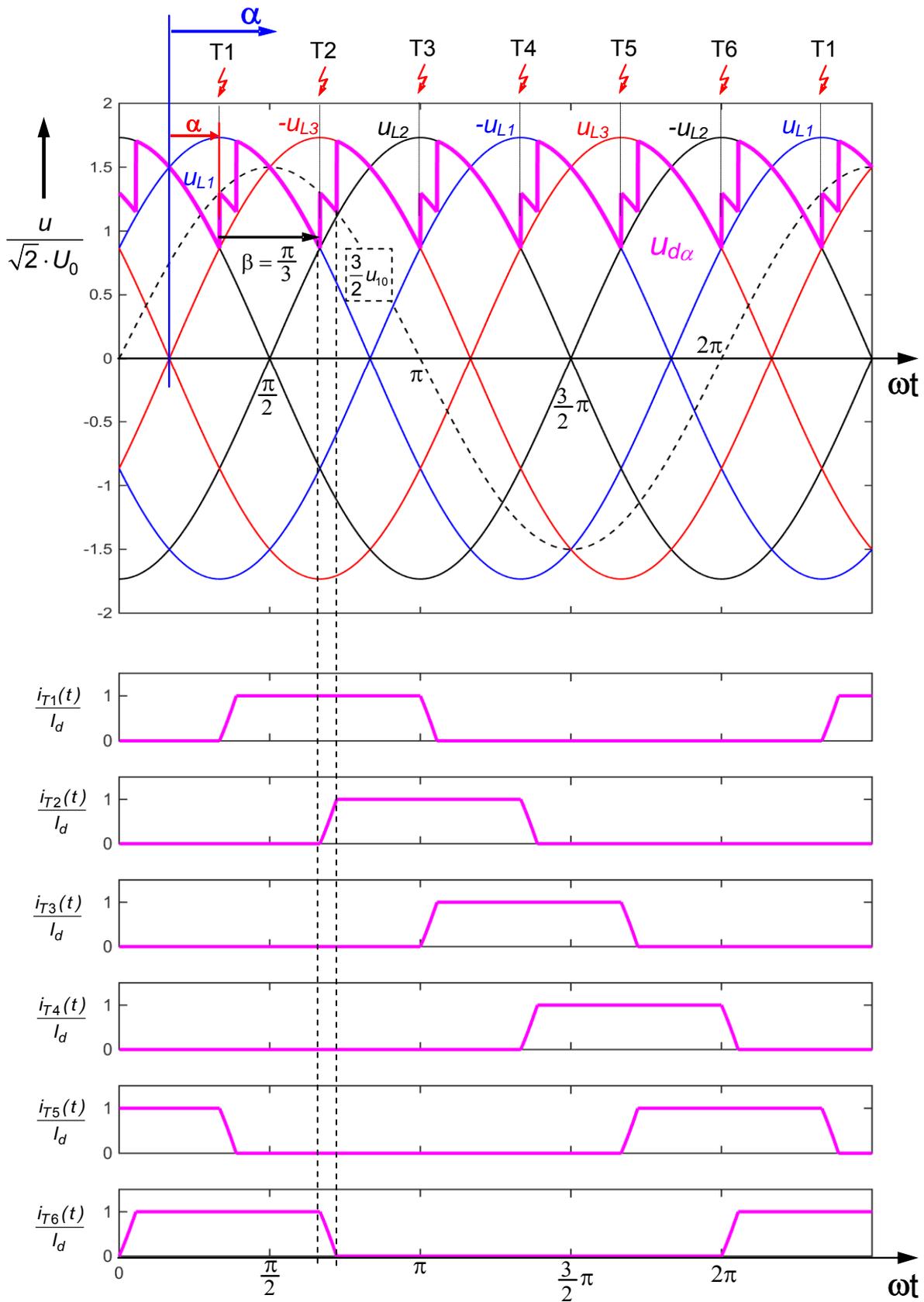


Bild 2.8 Gleichgerichtete Spannung und Thyristorströme der 6-pulsige Drehstrombrückenschaltung unter Berücksichtigung einer endlichen Kommutierungszeit
 a. Ausgangsspannung $U_{d\alpha}$
 b. Thyristorströme

2.2.1.3 Gleichstromseitiges Ersatzschaltbild

Bild 2.8a zeigt Einbrüche der Gleichspannung U_{dix} infolge der Kommutierung. Für die Spannungsminderung bei der Kommutierung von T6 nach T2 gilt (2.16)

$$\begin{aligned} A &= \int_{\alpha}^{\alpha+U} \left[-u_{L3}(\tau) - \frac{3}{2} u_{10}(\tau) \right] d\tau = \int_{\alpha}^{\alpha+U} \left[u_{10}(\tau) - u_{30}(\tau) - \frac{3}{2} u_{10}(\tau) \right] d\tau \\ &= \int_{\alpha}^{\alpha+U} \left[-u_{30}(\tau) - \frac{1}{2} u_{10}(\tau) \right] d\tau \end{aligned} \quad (2.30)$$

Es treten bei der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung insgesamt 6 solcher Spannungszeitflächen auf. Die gesamte Spannungsminderung ist demnach

$$\begin{aligned} A_{Ges} &= 6 \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+U} \left(-u_{30}(\tau) - \frac{1}{2} u_{10}(\tau) \right) d\tau \\ &= 6 \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+U} \left(\frac{1}{2} [-u_{30}(\tau) + u_{20}(\tau)] - \frac{1}{2} [u_{30}(\tau) + u_{20}(\tau) + u_{10}(\tau)] \right) d\tau = \frac{6}{2} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+U} [-u_{30}(\tau) + u_{20}(\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (2.31)$$

Aus der Maschenregel (**Bild 2.2**) ergibt sich bei Vernachlässigung der Spannungsabfalls an R_k und idealen Ventilen die Gleichung (2.20) und

$$\omega t = \tau \quad (2.32)$$

die Beziehung:

$$\omega L_k 2 \frac{di_{T2}}{d\tau} = u_{20}(\tau) - u_{30}(\tau) \quad (2.33)$$

Dies eingesetzt in Gleichung (2.31) führt auf

$$\begin{aligned} A_{ges} &= 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+U} [-u_{30}(\tau) + u_{20}(\tau)] d\tau = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+U} \omega L_k 2 \frac{di_{T2}}{d\tau} d\tau \\ &= 6 \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+U} \omega L_k \frac{di_{T2}}{d\tau} d\tau = 6 \cdot \int_0^{I_d} \omega L_k di_{T2} = 6 \cdot \omega L_k \cdot I_d \end{aligned} \quad (2.34)$$

Der Mittelwert der Spannungsminderung U_{dx} ergibt sich in einer Periode (2π) zu

$$U_{dx} = \frac{6 \cdot \omega L_k}{2\pi} \cdot I_d = (6 \cdot f \cdot L_k) \cdot I_d = Z_X \cdot I_d \quad \text{mit} \quad Z_X = 6 \cdot f \cdot L_k \quad (2.35)$$

Die in der gleichgerichteten Spannung U_{dix} infolge der endlichen Kommutierungsdauer fehlenden Spannungszeitflächen werden mathematisch als Spannungsabfall an der Impedanz Z_x modelliert. Das Fehlen dieser Spannungszeitflächen verursacht jedoch keinen Verbrauch von Wirkleistung.

Die Impedanz Z_X hat daher besondere Eigenschaften:

- An Z_X fällt - wie bei einem Ohmwiderstand - eine Gleichspannung ab, allerdings wird in Z_X keine Wirkleistung umgesetzt,
- Die endliche Kommutierungsdauer führt zu einer zusätzlichen Phasenverschiebung zwischen Netzspannung und Grundschwingung des Stromes. Z_X verursacht daher primär die Aufnahme von so genannter Kommutierungsblindleistung.

Weiterhin ist in der Stromrichterschaltung der Widerstand R_k wirksam. Hierbei handelt es sich um Leitungswiderstände und Durchlasswiderstände der Thyristoren.

Aus diesen beiden Spannungsabfällen lässt sich das gleichstromseitige Ersatzschaltbild ableiten. Es gilt sowohl für den Gleichrichter- als auch für den Wechselrichterbetrieb:

$$U_{d\alpha} = U_{di} \cdot \cos(\alpha) - (Z_X + R_k) \cdot I_d \quad (2.36)$$

Hilfreich ist noch die Definition der relativen Spannungsabfälle

$$d_X = \frac{U_{dX}}{U_{di}} = \frac{Z_X \cdot I_d}{U_{di}} \quad \text{und} \quad d_r = \frac{U_{dr}}{U_{di}} = \frac{R_k \cdot I_d}{U_{di}} \quad (2.37)$$

mit

$$d_X = \frac{1}{2} [\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)] \quad u = \arccos [\cos(\alpha) - 2 \cdot d_X] - \alpha \quad (2.38)$$

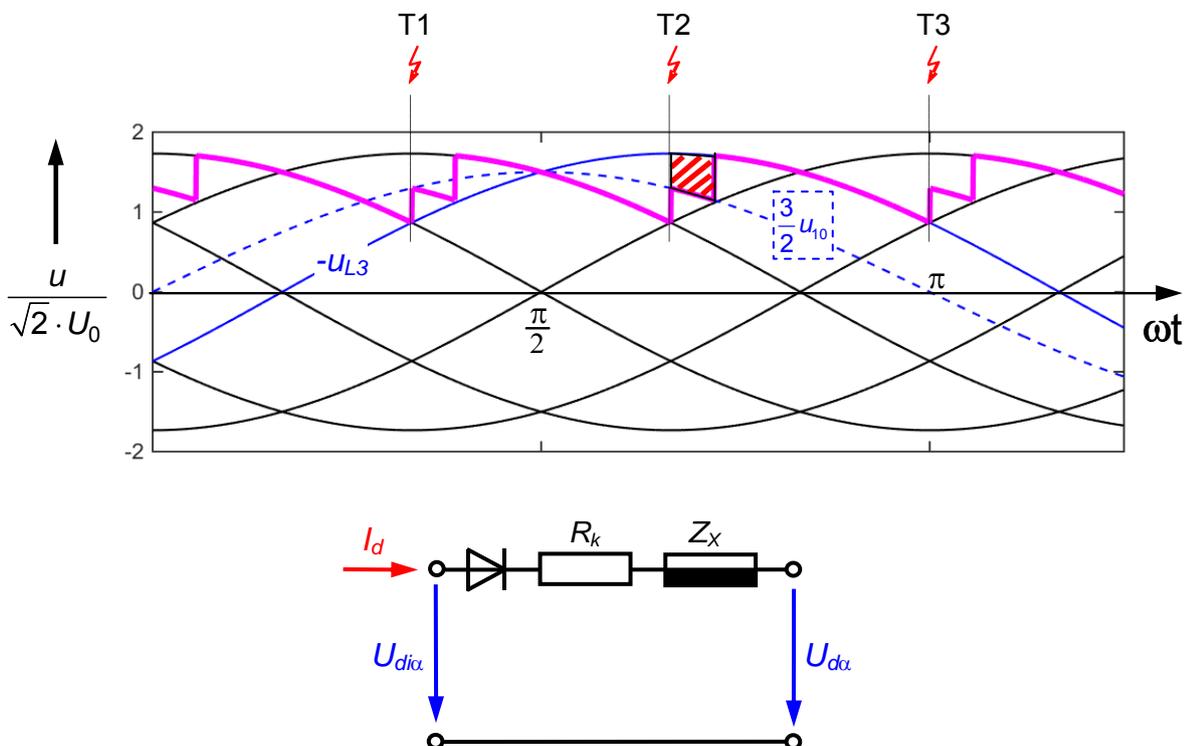


Bild 2.9 Fehlende Spannungszeitfläche durch die reale Kommutierung und gleichstromseitiges Ersatzschaltbild der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung

2.2.1.4 Statische elektrische Eigenschaften von Thyristoren

Bild 2.10 zeigt die statische Kennlinie von Thyristoren. Im Wesentlichen sind 3 Bereiche zu unterscheiden:

- ① Sperrkennlinie: $U_{AK} < 0$, der Thyristor sperrt bis zu einer bestimmten maximalen Sperrspannung U_S . Wird sie überschritten, so wird der Thyristor leitend und damit zumeist zerstört.
- ② Blockierkennlinie: $U_{AK} > 0$, der Thyristor sperrt bei positiver Vorspannung bis zu einer bestimmten maximalen Sperrspannung U_{B0} (Nullkippspannung). Wird die Nullkippspannung U_{B0} überschritten, so wird der Thyristor leitend. Man nennt dies „Überkopffzünden“. Bei positiven Spannungen U_{AK} kann der Thyristor durch einen Gateimpuls in den leitenden Zustand versetzt werden (Durchlaßkennlinie ③).
- ③ Durchlaßkennlinie: $U_{AK} \approx 0$, der Thyristor wurde durch einen (elektrischen oder - im Falle des nachfolgend beschriebenen lichtgezündeten Thyristors - optischen) Impuls in den leitenden Zustand versetzt. Der Thyristor bleibt auch wenn der Gateimpuls weggenommen wird im leitenden Zustand, falls der Thyristorstrom größer als der Einraststrom I_L ist. Ist der Thyristor einmal im leitenden Zustand, so sperrt er erst wieder, wenn der Thyristorstrom kleiner als ein minimaler Wert, der so genannte Haltestrom I_H wird.

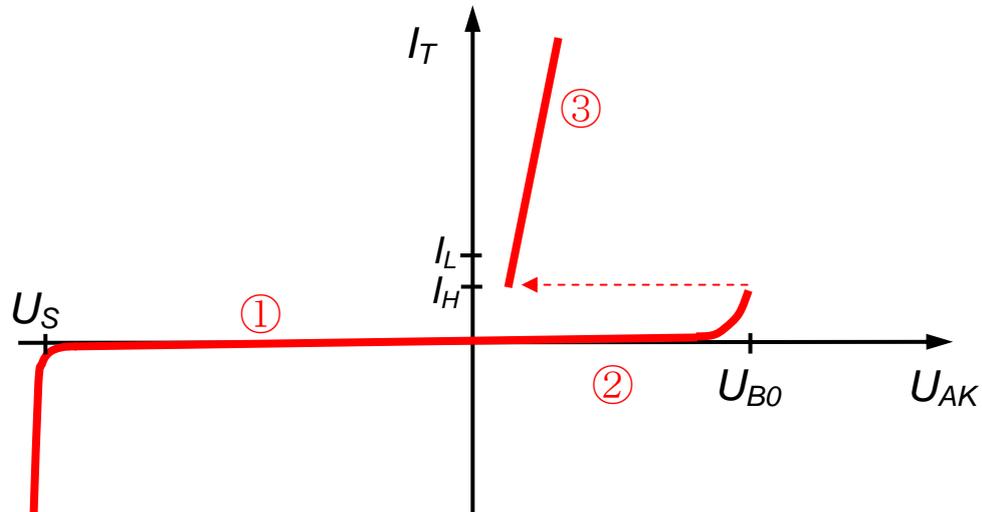


Bild 2.10 Statische U-I-Kennlinie von Thyristoren

2.2.1.5 Der Wechselrichterbetrieb und seine Grenzen

Für den geschalteten Betrieb, wie er in Stromrichtern vorkommt ist noch das dynamische Verhalten von Thyristoren wichtig. In **Bild 2.11** sind der Verlauf des Thyristorstromes $i_{AK}(t)$ und der Sperrspannung $u_{AK}(t)$ dargestellt. Zunächst fließt der Strom I_d durch den Thyristor. Zum Zeitpunkt t_0 beginnt die Kommutierung. Der Thyristorstrom sinke linear ab. In der Raumladungszone befinden sich noch Ladungsträger. Um sie auszuräumen muß ein negativer Strom fließen bis die so genannte Sperrverzugsladung Q_{rr} ausgeräumt ist. Zeitgleich steigt die negative

Sperrspannung an. Dieser Anstieg erfolgt mit einem Einschwingvorgang, dessen Amplituden (Überschwingen) durch eine geeignete Schutzbeschaltung (TSE-Beschaltung) verringert werden kann. Meist dient dazu eine RC-Reihenschaltung.

Man unterscheidet 2 wichtige Zeitparameter:

- Schonzeit t_C : zeitliche Dauer von $i_T = 0$ bis $u_{AK} > 0$ wird, d. h. Zeitdauer vom Nullwerden des Thyristorstromes bis zu dem Zeitpunkt, zu dem der Thyristor eine positive Spannung sperren muß.
 t_C ist schaltungsabhängig.
- Freierdezeit t_q : zeitliche Dauer von $i_T = 0$ bis $u_{AK} > 0$ wieder möglich ist, d. h. Zeitdauer vom Nullwerden des Thyristorstromes bis zu dem Zeitpunkt, zu dem der Thyristor wieder eine positive Spannung sperren kann.
 t_q ist bauelementabhängig.

Für die sichere Funktion einer Schaltung muß gelten:

$$t_C > t_q \quad . \quad (2.39)$$

Die Forderung gemäß Gleichung (2.39) wird *im Wechselrichterbetrieb kritisch*. Betrachtet werden soll dies am Beispiel der Kommutierung von T6 nach T2 bei leitendem Thyristor T1. Aus **Bild 2.2** ist der folgende Zusammenhang für die Spannung $u_{AK6}(t)$ zu entnehmen:

$$u_{AK6}(t) = \begin{cases} 0 & \text{solange T6 leitet} \\ -u_{L2}(t) & \text{wenn T2 leitet (und T6 sperrt)} \end{cases} \quad . \quad (2.40)$$

Kritisch wird nun das Abschalten des Thyristors T6. Aus **Bild 2.12** ist ersichtlich, dass bei einem Zündverzögerungswinkel α_{max} nahe 180° nach Ablauf der Zeit $\omega t = \alpha_{max} + u$ die Spannung $u_{AK6}(t) = -u_{L2}(t)$ positiv wird. Der Thyristor muß dann eine positive Sperrspannung halten können. Dies ist aber nach dem Nullwerden des Thyristorstromes erst nach Verstreichen der Freierdezeit t_q möglich.

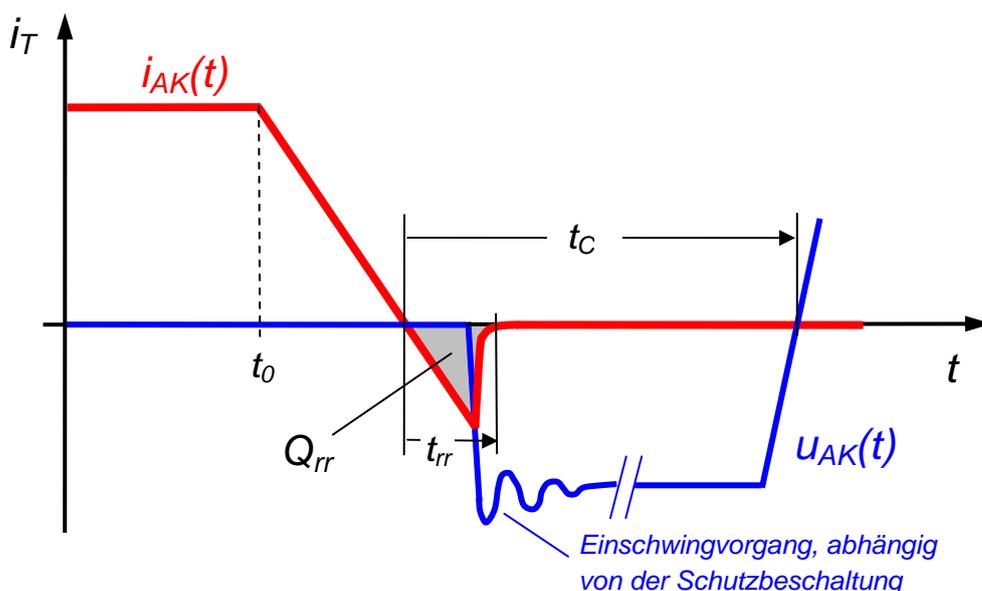


Bild 2.11 Dynamisches Verhalten von Thyristoren

Man kann nun definieren:

$$\alpha + u + \gamma = \pi \quad \text{mit} \quad \gamma_{\min} = \omega \cdot t_q \quad . \quad (2.41)$$

γ ist der so genannte Löschwinkel und γ_{\min} ist der mindestens erforderliche Löschwinkel. Dies begrenzt den Zündverzögerungswinkel α im Wechselrichterbetrieb auf

$$\alpha_{\max} \leq \pi - u - \gamma_{\min} = \pi - u - \omega \cdot t_q \quad . \quad (2.42)$$

Ein Zündverzögerungswinkel von 180° kann also bei weitem nicht realisiert werden.

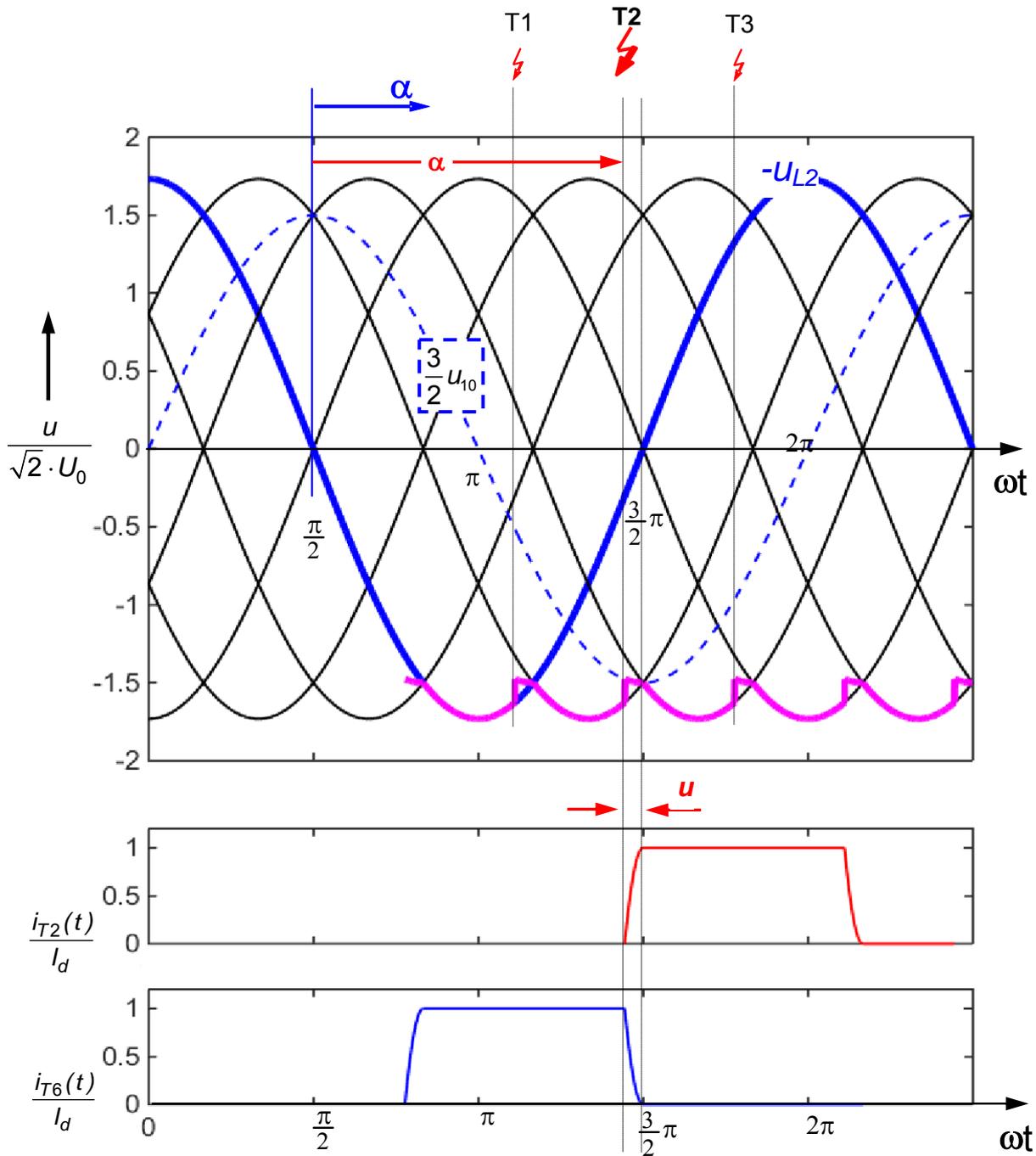


Bild 2.12 Gleichgerichtete Spannung, Kommutierungsspannung und Ströme bei der Kommutierung von T6 nach T2 im Wechselrichterbetrieb mit einem Steuerwinkel nahe 180° für die 6-pulsige Drehstrombrückenschaltung bei $u \neq 0$ und $\gamma = 0$

2.2.1.6 Gleichrichter- und Wechselrichterbetrieb

Gleichrichterbetrieb

Beim Gleichrichterbetrieb ist direkt ersichtlich, dass der Mittelwert der Umrichter Ausgangsspannung bei schlagartiger Kommutierung durch die Überlappung der Ventile des realen Kommutierungsvorgangs um einen bestimmten Betrag reduziert wird. Die Überlappung u ist implizit in der Impedanz Z_x enthalten, genauso wie die Kurzschlussinduktivität L_k der Stromrichtertransformatoren. Für den Gleichrichterbetrieb wird üblicherweise der Zündverzögerungswinkel α verwendet:

$$U_{d\alpha 1} = U_{di1} \cdot \cos(\alpha) - (Z_{X1} + R_{k1}) \cdot I_d = U_{di1} \cdot [\cos(\alpha) - (d_{X1} + d_{k1})] \cdot I_d \quad (2.43)$$

$$\text{mit } Z_{X1} = 6 \cdot f_1 \cdot L_{k1}$$

Wechselrichterbetrieb

Beim Wechselrichterbetrieb verwendet man häufig anstelle des Zündverzögerungswinkels α_2 den Löschwinkel γ oder den Voreilwinkel $\beta = \gamma + u_2$ (**Bild 2.13**). Der Mittelwert der Ausgangsspannung bei schlagartiger Kommutierung beträgt:

$$U_{di\alpha 2} = U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2) = U_{di2} \cdot \cos(\pi - \beta) = -U_{di2} \cdot \cos(\beta) \quad (2.44)$$

Gemäß **Bild 2.13** gilt

$$\begin{aligned} U_{d\alpha 2} &= \underbrace{U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2)}_{<0} - (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d = \underbrace{U_{di2} \cdot \cos(\pi - \beta)}_{<0} - (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d \\ &= -[U_{di2} \cdot \cos(\beta) + (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d] \quad (2.45) \\ &= -U_{di2} \cdot [\cos(\beta) + (d_{X2} + d_{r2})] \end{aligned}$$

Für die mittlere Gleichspannungsminderung erhält man mit (2.35) und (2.28) Spannungsabfall

$$U_{dx} = \frac{6 \cdot \omega L_k}{2\pi} \cdot I_d = \frac{1}{2} \cdot U_{di} \cdot (\cos(\gamma) - \cos(\beta)) = Z_X \cdot I_d \quad (2.46)$$

Aus Gleichung (2.45) folgt damit:

$$\begin{aligned} U_{d\alpha 2} &= -[U_{di2} \cdot \cos(\gamma) - U_{di2} \cdot \cos(\gamma) + U_{di2} \cdot \cos(\beta) + (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d] \\ &= -[U_{di2} \cdot \cos(\gamma) - U_{di2} \cdot [\cos(\gamma) - \cos(\beta)] + (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d] \\ &= -[U_{di2} \cdot \cos(\gamma) - 2Z_{X2} \cdot I_d + (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d] \quad (2.47) \\ &= -[U_{di2} \cdot \cos(\gamma) - Z_{X2} \cdot I_d + R_{k2} \cdot I_d] \\ &= -U_{di2} \cdot [\cos(\gamma) - d_{X2} + d_{r2}] \end{aligned}$$

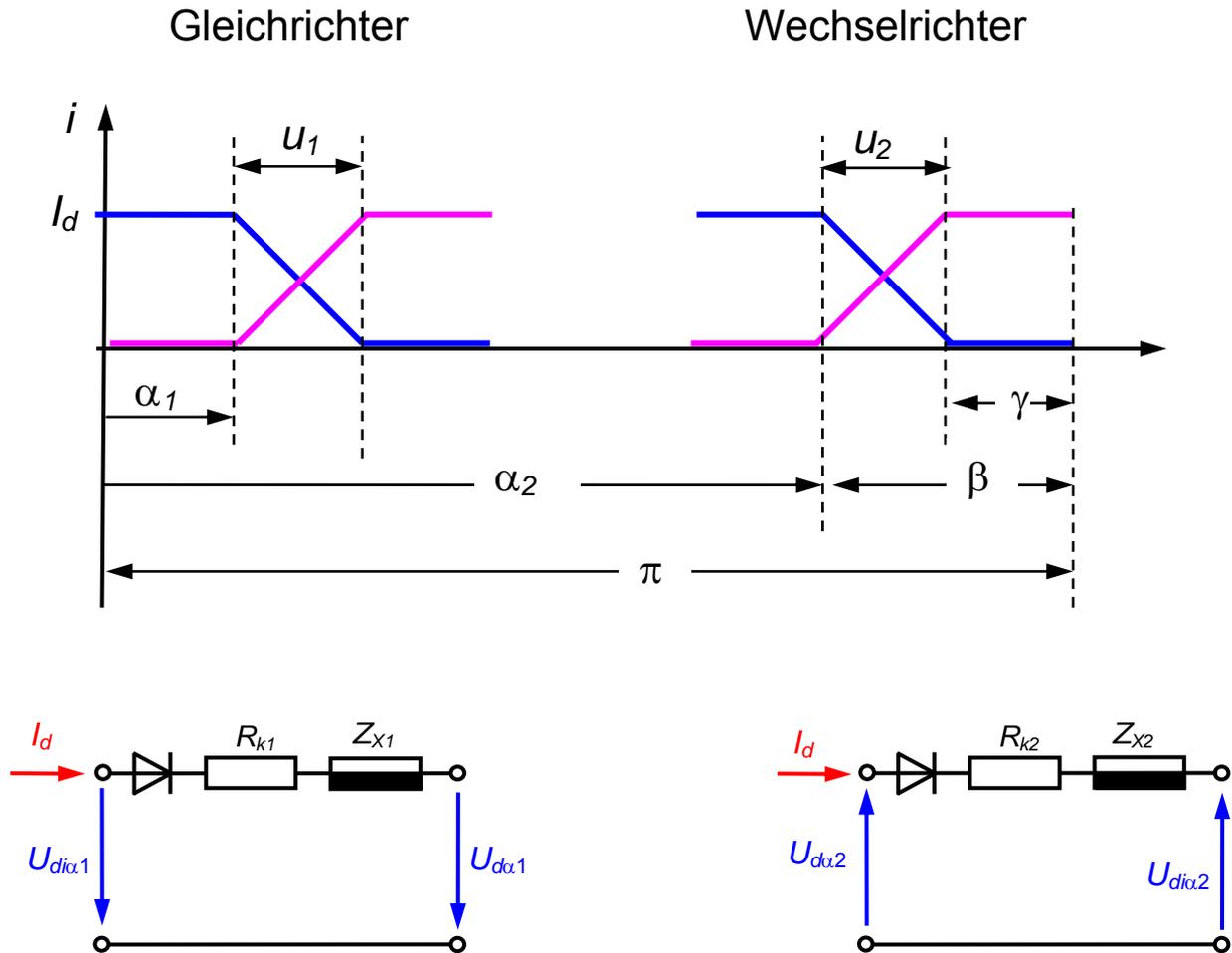


Bild 2.13 Winkelverhältnisse und Pfeilungen der Spannungen im Gleich- und Wechselrichterbetrieb

2.2.2 12-pulsige Stromrichtergruppe

2.2.2.1 Schaltung des 12-pulsigen HGÜ-Stromrichters

Eine 12-pulsigen Stromrichtergruppe besteht aus der Reihenschaltung zweier 6-pulsiger Drehstrombrückenschaltungen. Wenn die Ausgangsgleichspannung 12-pulsig sein soll, so müssen die treibenden Spannungen der beiden 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltungen um die Hälfte des zeitlichen Abstandes aufeinander folgender Kommutierungen in jedem Stromrichter erfolgen, d. h. die treibenden Spannungen der beiden Drehstrombrückenschaltungen müssen um $0,5 \cdot (\pi/3) = \pi/6$ (30°) oder ungeradzahlige Vielfache davon gegeneinander verschoben sein.

Dies wird erreicht, indem einer der Stromrichtertransformatoren eine Stern-Stern-Schaltung aufweist (Yy6 oder Yy0), der andere muß dann eine Stern-Dreieckschaltung (Yd5) haben. In der Praxis fasst man die beiden Transformatoren zu einem einzigen Stromrichtertransformator zusammen (**Bild 2.14**). Stromrichtertransformatoren können auch als Einphaseneinheiten ausgeführt sein. In diesem Fall enthält jeder der 3 Einzeltransformatoren die Netzwicklung, eine Stern-Ventilwicklung und eine Dreieck-Ventilwicklung.

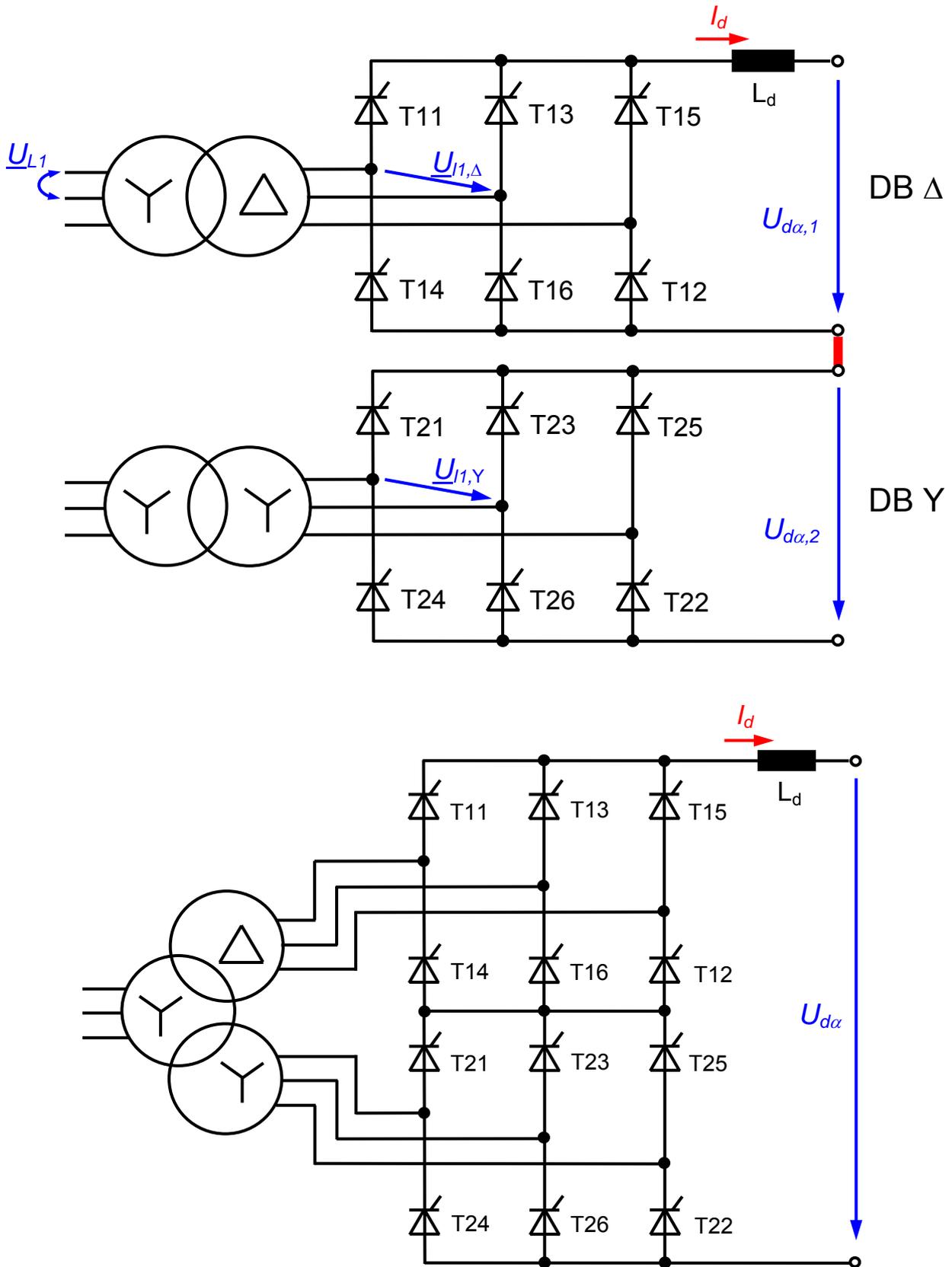


Bild 2.14 Reihenschaltung zweier 6-pulsiger Drehstrombrückenschaltungen zu einer 12-pulsigen Stromrichtergruppe (unteres Bild: Zusammenfassung der Einzeltransformatoren zu einem einzigen Stromrichtertransformator)

Die Effektivwerte der Leiterspannungen auf der Ventilseite der Stromrichtertransformatoren werden üblicherweise identisch gewählt, d. h. $U_{IKY} = U_{IK\Delta}$. Damit erhält man:

$$\underline{U}_{LK} = (\underline{\ddot{u}}_{\Delta} \cdot e^{j\varphi}) \cdot \underline{U}_{IK,\Delta} = \left(\sqrt{3} \frac{w_{1,\Delta}}{w_{2,\Delta}} \cdot e^{j\varphi} \right) \cdot \underline{U}_{IK,\Delta} \quad \text{mit } k = 1, 2, 3$$

und

$$\underline{U}_{LK} = (\underline{\ddot{u}}_{Y} \cdot e^{j\varphi}) \cdot \underline{U}_{IK,Y} = \left(\frac{w_{1,Y}}{w_{2,Y}} \cdot e^{j\varphi} \right) \cdot \underline{U}_{IK,Y} \quad (2.48)$$

Da auch die Effektivwerte der netzseitigen Leiterspannungen U_{LK} identisch sind, muß gelten

$$\underline{\ddot{u}}_{\Delta} = \underline{\ddot{u}}_{Y} = \underline{\ddot{u}} \quad \text{d. h.} \quad \sqrt{3} \frac{w_{1,\Delta}}{w_{2,\Delta}} = \frac{w_{1,Y}}{w_{2,Y}} = \underline{\ddot{u}} \quad (2.49)$$

Die reinen Windungszahlverhältnisse der Stern-Stern- und der Stern-Dreieck-Schaltung unterscheiden sich also um den Faktor $\sqrt{3}$. Für die Schaltgruppe Yd5 ist $\varphi = 150^\circ$, für die Schaltgruppe Yy0 ist $\varphi = 0^\circ$. Aus (2.48) folgt

$$\underline{U}_{IK,\Delta} = \frac{\underline{U}_{LK}}{\underline{\ddot{u}}_{\Delta}} \cdot e^{-j\varphi} \quad (2.50)$$

Damit sind die Spannungssysteme \underline{U}_{IKY} und $\underline{U}_{IK\Delta}$ – von denen die zeitliche Abfolge des Zündens der Thyristoren der beiden Drehstrombrücken DB Δ und DBY abhängt – um $\varphi = 150^\circ$ oder -30° gegeneinander verschoben (**Bild 2.18**).

2.2.2.2 Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung

Wirkleistung

Bei sinusförmiger Netzspannung überträgt nur die Grundschiwingung der Netzströme die Wirkleistung.

Beweis: Betrachtet werde eine sinusförmige Spannung $u_L(t)$ und ein sinusförmiger Strom $i_L(t)$ mit gleicher Phasenlage wie die Spannung $u_L(t)$, jedoch mit Oberschwingungen:

$$i_L(t) = \hat{i}_1 \cdot \sin(\tau) + \hat{i}_2 \cdot \sin(2\tau) + \hat{i}_3 \cdot \sin(3\tau) + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_n \cdot \sin(n \cdot \tau)$$

$$u_L(t) = \hat{u}_L \cdot \sin(\tau)$$

Für die Leistung gilt dann

$$S(t) = \hat{u}_L \cdot \sin(\tau) \left[\hat{i}_1 \cdot \sin(\tau) + \hat{i}_2 \cdot \sin(2\tau) + \hat{i}_3 \cdot \sin(3\tau) + \dots \right] = \hat{u}_L \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_n \cdot \sin(\tau) \cdot \sin(n \cdot \tau) \quad .$$

Der Mittelwert der Leistung ergibt sich zu

$$P(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\hat{u}_L \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_n \cdot \sin(\tau) \cdot \sin(n \cdot \tau) \right] d\tau = \frac{\hat{u}_L}{2\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_n \cdot \underbrace{\int_0^{2\pi} \sin(\tau) \cdot \sin(n \cdot \tau) d\tau}_{\begin{cases} 0 & \text{für } n \neq 1 \\ \pi & \text{für } n = 1 \end{cases}} = \frac{\hat{i}_1 \cdot \hat{u}_L}{2} = I_{L1} \cdot U_L$$

Die Wirkleistung P_2 , die der WR ins Drehstromnetz einspeist ist (**Bild 2.15**)

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot U_{L2} \cdot I_{L2} \cdot \cos(\varphi_2) = P_{2,zu} - P_{2,v} \quad (2.51)$$

Dies kann auch wie folgt geschrieben werden ($U_{d\alpha 2} < 0$):

$$\begin{aligned} P_2 = P_{2,zu} - P_{2,v} &= -U_{d\alpha 2} \cdot I_d - R_{k2} \cdot I_d^2 \\ &= -(U_{di\alpha 2} - (R_{k2} + Z_{X2}) \cdot I_d) \cdot I_d - R_{k2} \cdot I_d^2 = -U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2) \cdot I_d + Z_{X2} \cdot I_d^2 \end{aligned} \quad (2.52)$$

Mit der Forderung

$$P_2 = P_{2,soll} \quad (2.53)$$

kann aus Gleichung (2.52) der erforderliche Gleichstrom I_d zu

$$I_d = \frac{1}{2} \frac{U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2)}{Z_{X2}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2)}{Z_{X2}}\right)^2 + \frac{P_{2,soll}}{Z_{X2}}} \quad (2.54)$$

berechnet werden.

Die vom GR abgegebene Leistung $P_{1,ab}$ muß dann die dem WR zugeführte Leistung $P_{2,zu}$ zuzüglich der Verluste P_L in der Glättungsrossel und der Übertragungsleitung sein. Mit Gleichung (2.36) erhält man:

$$\begin{aligned} P_{1,ab} = P_{2,zu} + P_L &= -U_{d\alpha 2} \cdot I_d + (R_d + R_L) \cdot I_d^2 \\ &= -(U_{di\alpha 2} - (R_{k2} + Z_{X2}) \cdot I_d) \cdot I_d + (R_d + R_L) \cdot I_d^2 \\ &= -U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2) \cdot I_d + (R_{k2} + Z_{X2} + R_d + R_L) \cdot I_d^2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

Die vom GR abgegebene Leistung $P_{1,ab}$ läßt sich aber auch noch von der GR-Seite aus betrachten:

$$\begin{aligned} P_{1,ab} &= U_{d\alpha 1} \cdot I_d \\ &= (U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1) - (R_{k1} + Z_{X1}) \cdot I_d) \cdot I_d \\ &= U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1) \cdot I_d - (R_{k1} + Z_{X1}) \cdot I_d^2 \end{aligned} \quad (2.56)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Gleichungen (2.55) und (2.56) ergibt sich

$$U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1) \cdot I_d - (R_{k1} + Z_{X1}) \cdot I_d^2 = -U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2) \cdot I_d + (R_{k2} + Z_{X2} + R_d + R_L) \cdot I_d^2$$

oder

$$(2.57)$$

$$U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1) + U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2) = (R_{k1} + Z_{X1} + R_{k2} + Z_{X2} + R_d + R_L) \cdot I_d$$

Mit nun feststehenden Parametern I_d und α_2 und bekannten Parametern R_{ki} und X_{ki} sowie R_d kann daraus der Steuerwinkel α_1 des Gleichrichters bestimmt werden:

$$\cos(\alpha_1) = \frac{(R_{k1} + Z_{X1} + R_{k2} + Z_{X2} + R_d + R_L) \cdot I_d - U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2)}{U_{di1}} \quad (2.58)$$

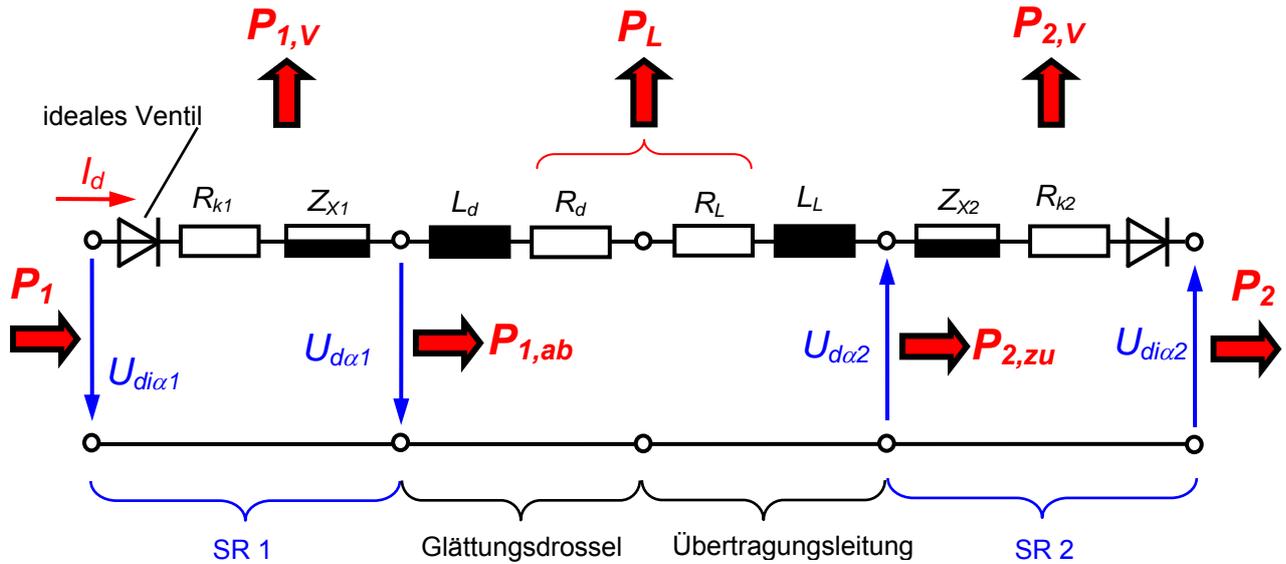


Bild 2.15 Gleichstromseitiges Ersatzschaltbild der Gleich-Wechselrichter-Kombination

Die Wirkleistung, die dem Gleichrichter auf der Drehstromseite zugeführt werden muss, ist

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L1} \cdot \cos(\varphi) = P_{1,ab} + P_{1,V} = U_{d\alpha 1} \cdot I_d + R_{k1} \cdot I_d^2 \\
 &= (U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1) - (R_{k1} + Z_{X1}) \cdot I_d) \cdot I_d + R_{k1} \cdot I_d^2 \quad . \quad (2.59) \\
 &= I_d \cdot U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1) - Z_{X1} \cdot I_d^2
 \end{aligned}$$

Hinsichtlich der Größenordnung der Stromrichterimpedanzen im Vergleich zum Widerstand der Übertragungsleitung unterscheiden sich HGÜ-Anlagen zur Energiefernübertragung und HGÜ-Kurzkupplungen. Für die HGÜ-Fernübertragung sind die Impedanzen der Stromrichter gegenüber dem Widerstand der Übertragungsleitung vernachlässigbar:

$$R_L \gg R_{k1} + Z_{X1} + R_{k2} + Z_{X2} \quad ; \quad (2.60)$$

dies führt auf

$$\cos(\alpha_1) = \frac{(R_L + R_d) \cdot I_d}{U_{di}} - \cos(\alpha_2) \stackrel{R_L \gg R_d}{=} \frac{R_L \cdot I_d}{U_{di}} - \cos(\alpha_2) \quad . \quad (2.61)$$

Die daraus resultierende einfache Beziehung geht auch bereits aus (2.1) hervor

$$U_{di} \cos(\alpha_1) + U_{di} \cos(\alpha_2) = R_L \cdot I_d = U_{d\alpha 1} + U_{d\alpha 2} \quad . \quad (2.62)$$

Im Falle der HGÜ-Kurzkupplung spielt der ohmsche Widerstand der Übertragungsleitung praktisch keine Rolle gegenüber den Impedanzen der Stromrichter und dem Widerstand der Glättungsdrossel:

$$R_L \ll R_{k1} + Z_{X1} + R_{k2} + Z_{X2} + R_d \quad . \quad (2.63)$$

Zur Berechnung des Steuerwinkels α_1 des GR muß daher die Gleichung (2.58) herangezogen werden, in der dann R_L vernachlässigt werden kann.

Blindleistung

Die vom Stromrichter aufgenommene Blindleistung unterscheidet man in

- Grundschiebungsbindleistung und
- Verzerrungsbindleistung.

Die Grundschiebungsbindleistung entsteht durch eine Phasenverschiebung der Grundschiebungen der netzseitigen Ströme und der zugehörigen sinusförmigen Netzspannungen durch einen Zündverzögerungswinkel $\alpha \neq 0$ (Steuerblindleistung) und eine endliche Kommutierungsdauer $u \neq 0$ (Kommutierungsbindleistung) (**Bild 2.16**). Diese Phasenverschiebung kann grafisch direkt konstruiert werden, indem man sich z. B. den Verlauf des Stromes $i_{L1}(t)$ in der Zuleitung der Phase L1 aus den Strömen durch die Ventile T1 und T4 überlegt und daraus die Phasenlage der Grundschiebung dieses Stromes ableitet. Auf diese Weise lässt sich grafisch direkt

$$\varphi \approx \alpha \quad (2.64)$$

ermitteln.

Zur exakteren Berechnung der Steuerblindleistung betrachtet man die Grundschiebungsbindleistung

$$Q_1 = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L1} \cdot \sin(\varphi) = P \cdot \tan(\varphi) \quad (2.65)$$

Der Verschiebungsfaktor $\cos(\varphi)$ lässt sich aus Gleichung (2.59) bestimmen. Der mit Ψ bezeichnete Term ist bei schlagartiger Kommutierung exakt 1 (Gleichung (2.69)), er weicht aber auch bei endlicher Kommutierungsdauer ($u \neq 0$) nur minimal von 1 ab.

Damit erhält man

$$\cos(\varphi) = \left(\cos(\alpha) - \frac{Z_X \cdot I_d}{U_{di}} \right) \cdot \underbrace{\frac{U_{di} \cdot I_d}{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L1}}}_{\Psi \approx 1} \approx \cos(\alpha) - \frac{Z_X \cdot I_d}{U_{di}} = \cos(\alpha) - d_X = \frac{P}{S_{L1}} \quad (2.66)$$

Die Verzerrungsbindleistung entsteht aufgrund der Oberschiebungen in den Netzströmen

$$D = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot \sqrt{I_L^2 - I_{L1}^2} \quad (2.67)$$

Die gesamte Blindleistung ist dann

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + D^2} \quad (2.68)$$

Scheinleistung

Entsprechend dem Netzstrom $I_{L(eff)}$ erhält man für die gesamte Scheinleistung S_L und die Grundschiwingungsscheinleistung S_{L1} unter Verwendung von (2.6) sowie (2.81) und (2.82), wobei \ddot{u} die Übersetzung der Stromrichtertransformatoren ist:

$$S_L = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L(eff)} = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{2.69}$$

$$S_{L1} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L1} = \sqrt{P^2 + Q^2} \stackrel{\substack{\text{schlagartige Kommutierung} \\ \& \\ \text{12-pulsiger Stromrichter}}}{=} \sqrt{3} \cdot U_L \cdot 2 \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_d = U_{di} \cdot I_d \cdot \frac{2}{\ddot{u}}$$

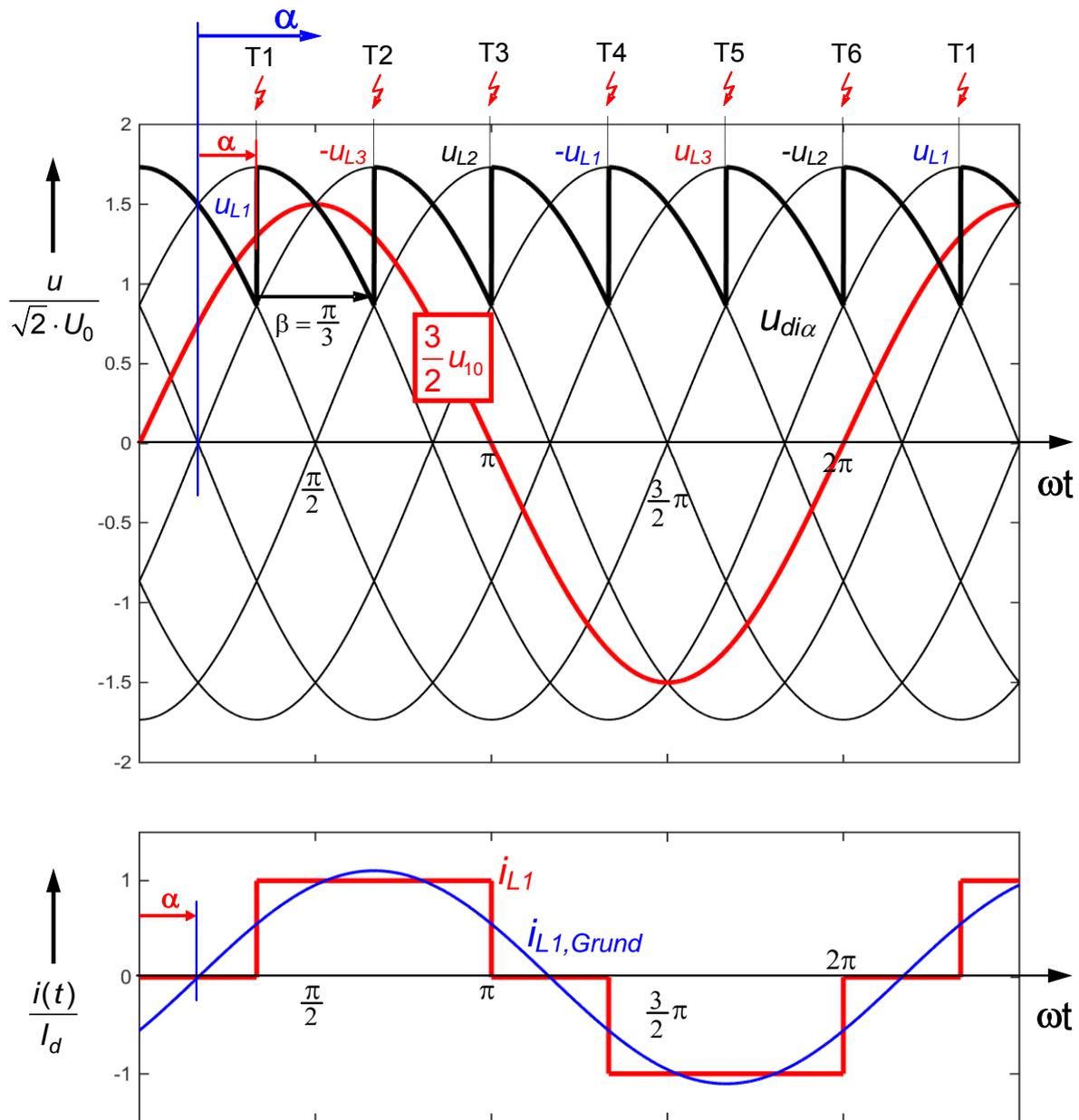


Bild 2.16 Verdeutlichung der Phasenverschiebung φ zwischen der Grundschiwingung des netzseitigen Leiterstromes $i_{L1,Grund}(t)$ und der zugehörigen Sternspannung $u_{10}(t)$ für $\alpha = \pi/6$ und $u = 0$ (schlagartige Kommutierung)

2.2.2.3 Oberschwingungen in den netzseitigen Leiterströmen

Hinsichtlich der drehstromseitigen Spannungsqualität sind vor allem die Oberschwingungen in den Netzströmen von Interesse. Zur Bestimmung der Amplituden und Frequenzen der Oberschwingungen kann der Netzstrom in eine Fourier-Reihe entwickelt werden. Hierzu genügt die Betrachtung des Leiterstroms einer Phase, da die beiden anderen Ströme um 120° und 240° gegenüber der ersten Phase verschoben sind.

Der Leiterstrom der 12-pulsigen Stromrichterschaltung ergibt sich durch phasenkorrekte Addition der Leiterströme der einzelnen 6-pulsigen Brückenschaltungen. Dazu müssen zunächst die zeitlichen Verläufe der Leiterströme auf der Netzseite der Stromrichtertransformatoren in Yy0- und Yd5-Schaltung ermittelt werden. Die Thyristoren (Ventile) verbinden zyklisch wechselnd die Gleichstromklemmen des Stromrichters mit den ventileitigen Wicklungen des Stromrichtertransformators. Zunächst müssen die in den ventileitigen Wicklungen des Stromrichtertransformators fließenden Ströme entsprechend den jeweils leitenden Thyristoren bestimmt werden. Hierbei genügt es in der Regel, die schlagartige Kommutierung zu betrachten. In diesem Fall sind die ventileitigen Ströme Rechteckblöcke entsprechend dem Gleichstrom I_d .

Bei dem Stromrichtertransformator in Yy0-Schaltung werden die ventileitig fließenden Ströme direkt entsprechend dem Windungszahlverhältnis (w_{2Y}/w_{1Y}) auf die Netzseite übertragen:

$$i_{Lk} = \frac{1}{\ddot{u}_Y} \cdot i_{Ik} = \frac{w_{2,Y}}{w_{1,Y}} \cdot i_{Ik} \quad \text{mit} \quad k = 1,2,3 \quad , \quad (2.70)$$

wobei i_{Ik} die ventileitigen und i_{Lk} die netzseitigen Ströme sind.

Bei dem Yd5-Transformator müssen zunächst die Ströme i_X , i_Y und i_Z in den ventileitigen Wicklungen bestimmt werden. Nimmt man eine Impedanz Z der Wicklung an, so erzeugen die Ströme i_X , i_Y und i_Z einen Spannungsabfall längs der Wicklungen, dessen Summe Null ergeben muss. Daraus ergibt sich:

$$i_X + i_Y + i_Z = 0 \quad . \quad (2.71)$$

Außerdem ergeben sich die drei ventileitigen Ströme aus den Wicklungsströmen entsprechend der Knotenregel; diese transformieren sich mit dem Windungszahlverhältnis auf die Netzseite:

$$\begin{pmatrix} i_{I1} \\ i_{I2} \\ i_{I3} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_X \\ i_Y \\ i_Z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{pmatrix} = \frac{w_{2,\Delta}}{w_{1,\Delta}} \cdot \begin{pmatrix} i_X \\ i_Y \\ i_Z \end{pmatrix} \quad . \quad (2.72)$$

Setzt man Gleichung (2.71) anstelle der letzten Gleichung in (2.72) ein und invertiert die entstehende Matrix so folgt daraus

$$\begin{pmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{pmatrix} = \frac{w_{2,\Delta}}{w_{1,\Delta}} \cdot \begin{pmatrix} i_X \\ i_Y \\ i_Z \end{pmatrix} = \frac{w_{2,\Delta}}{w_{1,\Delta}} \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{I1} \\ i_{I2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad . \quad (2.73)$$

Wicklungssysteme:
 System 1: Netzwicklung (NW)
 System 2: Ventilwicklung (VW)

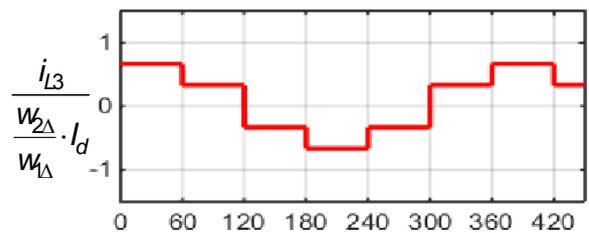
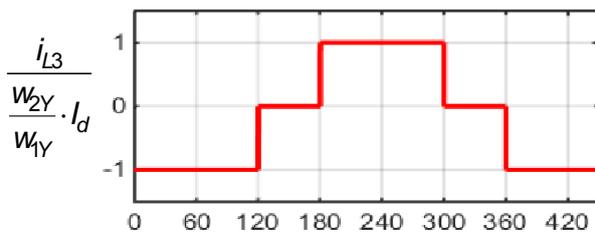
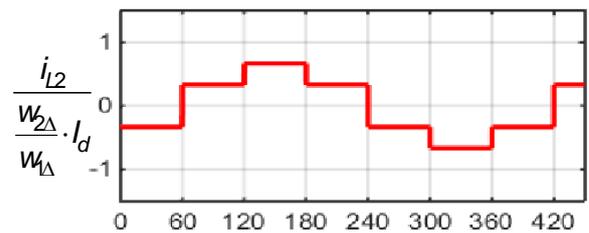
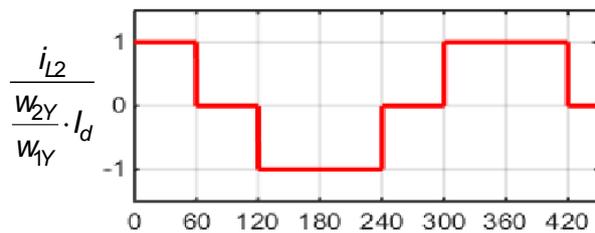
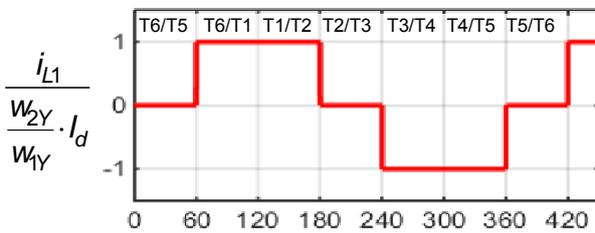
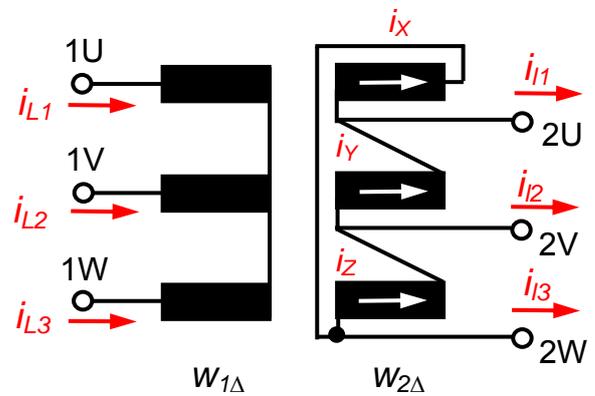
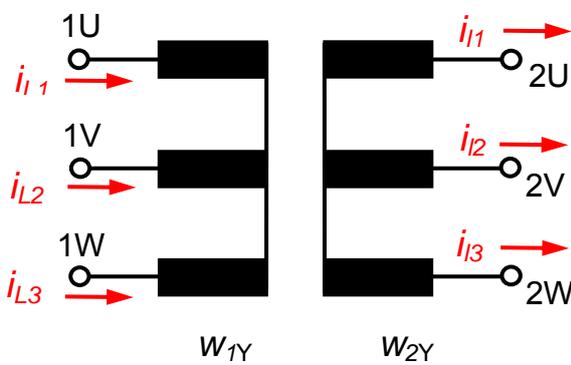
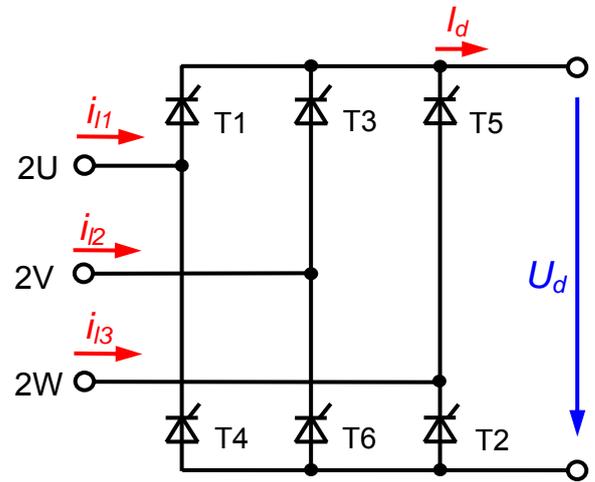


Bild 2.17 Leiterströme auf der Netzseite der Stromrichtertransformatoren mit den Schaltgruppen Yy0 und Yd5

Bei leitenden Thyristoren T1 und T6 ist $i_{T1} = +I_d$ und $i_{T6} = -I_d$, woraus man für die Ströme auf der Netzseite

$$\begin{pmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{pmatrix} = \frac{w_{2,\Delta}}{w_{1,\Delta}} \cdot \frac{1}{3} \cdot I_d \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} . \quad (2.74)$$

erhält. Die Analyse muss auch hier für alle Kombinationen leitender Thyristoren durchgeführt werden, wodurch sich schließlich für die netzseitigen Leiterströme der Verlauf gemäß **Bild 2.17** ergibt.

Auf der Netzseite addieren sich die netzseitigen Leiterströme der beiden Drehstrombrückenschaltungen DB Δ und DBY für jeden Leiter. Zur Bestimmung der Oberschwingungen in den netzseitigen Leiterströmen genügt die Betrachtung eines Leiters. Ferner können die netzseitigen Ströme der beiden Stromrichtertransformatoren ohne Berücksichtigung der Phasenzuordnung einer Fourier-Analyse unterzogen werden. Das jeweilige Einzelergebnis darf anschließend unter Berücksichtigung der Gleichung (2.49) addiert werden.

Für die Fourier-Analyse der netzseitigen Leiterströme der beiden Stromrichtertransformatoren bietet es sich an, den Nullpunkt so zu wählen, dass sich in beiden Fällen ungerade Zeitfunktionen ergeben, so dass nur die Koeffizienten der Sinusfunktionen berechnet werden müssen.

Für die Fourierkoeffizienten des Leiterstroms in der Netzwicklung des Stromrichtertransformators in Yy0-Schaltung ergibt sich

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i_{L1}(\omega t) \cdot \sin(k\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{2 \cdot I_d}{\pi} \cdot \frac{w_{2,Y}}{w_{1,Y}} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \sin(k\omega t) \cdot d(\omega t) \\ &= \frac{2 \cdot I_d}{k \cdot \pi} \cdot \frac{w_{2,Y}}{w_{1,Y}} \cdot \left(\cos\left(k \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(k \frac{5\pi}{6}\right) \right) \end{aligned} , \quad (2.75)$$

Damit erhält man für den Leiterstrom in der Netzwicklung des Stromrichtertransformators in Yy-Schaltung:

$$i_{L1,Y}(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d \cdot \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \left(\sin(\omega t) - \frac{1}{5} \sin(5\omega t) - \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11\omega t) + \frac{1}{13} \sin(13\omega t) - \dots \right) . \quad (2.76)$$

Die Fourier-Analyse des netzseitigen Leiterstromes der Stern-Dreieck-Schaltung ergibt:

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i_{L1}(\omega t) \cdot \sin(k\omega t) \cdot d(\omega t) \\ &= \frac{2 \cdot I_d}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{w_{2,\Delta}}{w_{1,\Delta}} \cdot \left\{ \int_0^{\pi/3} \sin(k\omega t) \cdot d(\omega t) + 2 \cdot \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sin(k\omega t) \cdot d(\omega t) + \int_{2\pi/3}^{\pi} \sin(k\omega t) \cdot d(\omega t) \right\} . \quad (2.77) \\ &= \frac{2 \cdot I_d}{3 \cdot k \cdot \pi} \cdot \frac{w_{2,\Delta}}{w_{1,\Delta}} \cdot \left(1 + \cos\left(k \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(k \frac{2\pi}{3}\right) - \cos(k\pi) \right) \end{aligned}$$

Der Strom in der Netzwicklung des Stromrichtertransformators in Yd-Schaltung ist damit

$$i_{L1,\Delta}(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d \cdot \frac{1}{\ddot{u}} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11\omega t) + \frac{1}{13} \sin(13\omega t) + \dots \right) \quad (2.78)$$

Vergleicht man die Gleichungen (2.76) und (2.78) so erkennt man, dass die Harmonischen der 5. und 7. sowie 17. und 19. Ordnung etc. entfallen. Insgesamt ergibt sich für den netzseitigen Leiterstrom des 12-pulsigen Stromrichters:

$$i_{L1}(t) = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d \cdot \frac{1}{\ddot{u}} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11\omega t) + \frac{1}{13} \sin(13\omega t) + \frac{1}{23} \sin(23\omega t) + \frac{1}{25} \sin(25\omega t) + \dots \right) \quad (2.79)$$

In den netzseitigen Leiterströmen sind demnach Oberschwingungen mit den folgenden Frequenzen enthalten:

$$\begin{aligned} f_n &= n \cdot f_0 = (k \cdot 12 \pm 1) \cdot f_0 \quad \text{mit} \quad k = 1, 2, 3, \dots \\ &= 11f_0, 13f_0, 23f_0, 25f_0, 35f_0, 37f_0, 47f_0, 49f_0, \dots \end{aligned} \quad (2.80)$$

Für die Effektivwerte der einzelnen Schwingungen gilt:

$$I_{Lv} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} \cdot I_d \cdot \left(\frac{1}{\ddot{u}} \cdot \frac{1}{n} \right) = \frac{1,559}{n \cdot \ddot{u}} \cdot I_d \quad \text{mit} \quad n = 1, 11, 13, 23, 25, 35, 37, 47, 49, \dots \quad (2.81)$$

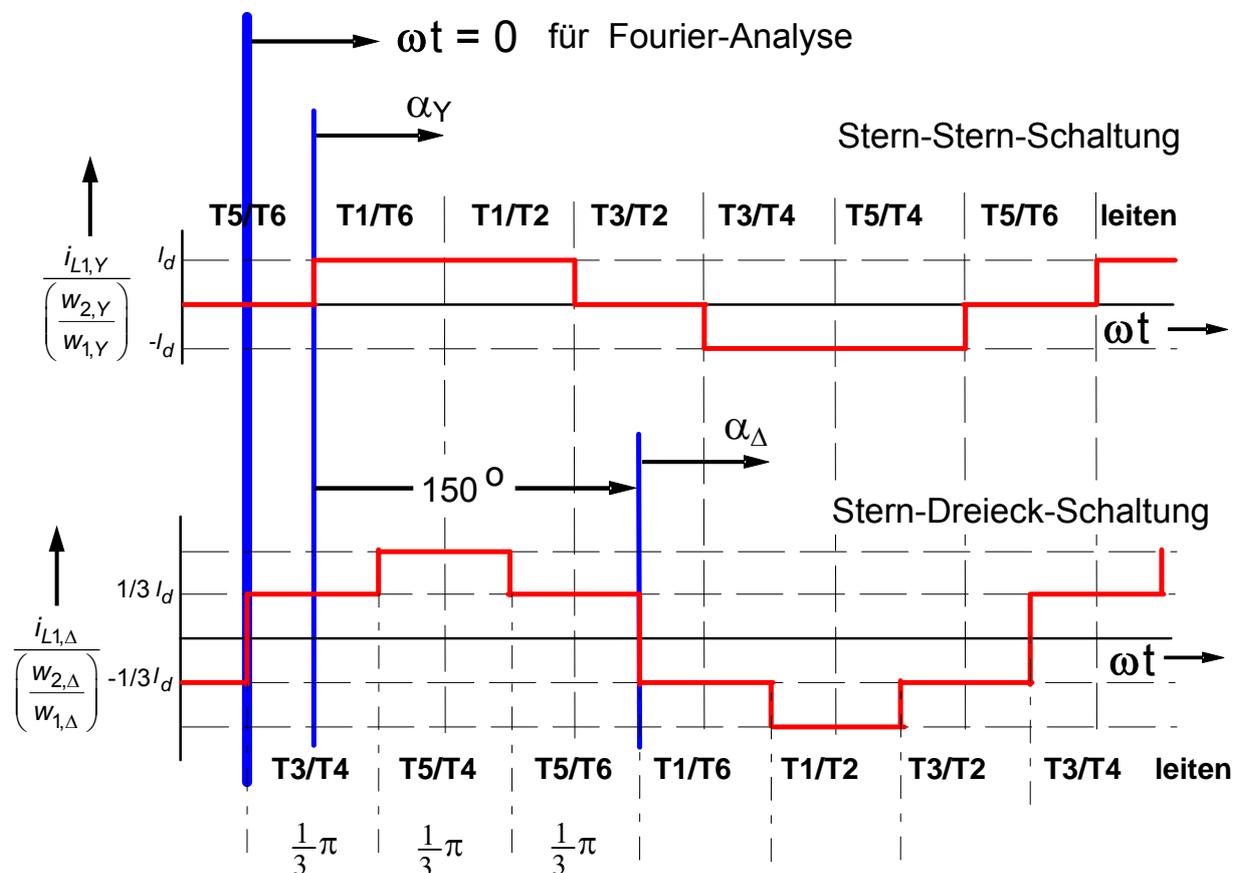


Bild 2.18 Leiterströme i_{L1} auf der Netzseite der Stromrichtertransformatoren (Yy0 und Yd5)

Für den Effektivwert des Netzstromes gilt:

$$I_{L(\text{eff})} = \sqrt{I_{L1}^2 + I_{L2}^2 + I_{L3}^2 + \dots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{Ln}^2} \quad \text{mit} \quad \frac{I_{Ln}}{I_{L1}} = \frac{f_0}{f_n}$$

und I_{L1} Grundschiwingung mit der Frequenz f_0 (2.82)

I_{Ln} Oberschwingungen mit den Ordnungen $n = k \cdot 12 \pm 1$ mit $k = 1, 2, 3, \dots$

Neben den Harmonischen gemäß Gleichung (2.80) gibt es aber auch bei anderen Frequenzen Harmonische. Diese zusätzlichen Harmonischen haben im Wesentlichen folgende Ursachen:

- Realer Kommutierungsvorgang mit Überlappung und Einschwingvorgängen,
- Abweichungen zwischen den Transformatorreaktanzen der 3 Phasen,
- Abweichungen der Stromeinsatzpunkte der einzelnen Ventile von der 30°-Äquidistanz,
- Unsymmetrien im speisenden Drehspannungssystem,
- bei asynchronen Netzen bewirkt die Gegenstation (im Wechselrichterbetrieb) eine asynchrone Welligkeit im Gleichstrom; dies wirkt sich sowohl auf die Gleichspannung, als auch auf die Netzseite der speisenden Station aus.

Bild 2.19 zeigt Messungen der Leiterströme der HVDC-Verbindung Schweden-Polen in der Stromrichterstation im schwedischen Sternö. Die ohne AC-Filter gemessenen Harmonischen sind etwas niedriger als dies theoretisch zu erwarten wäre. Im Vergleich der 3 Phasen untereinander sind die Stromwerte sehr gut ausbalanciert.

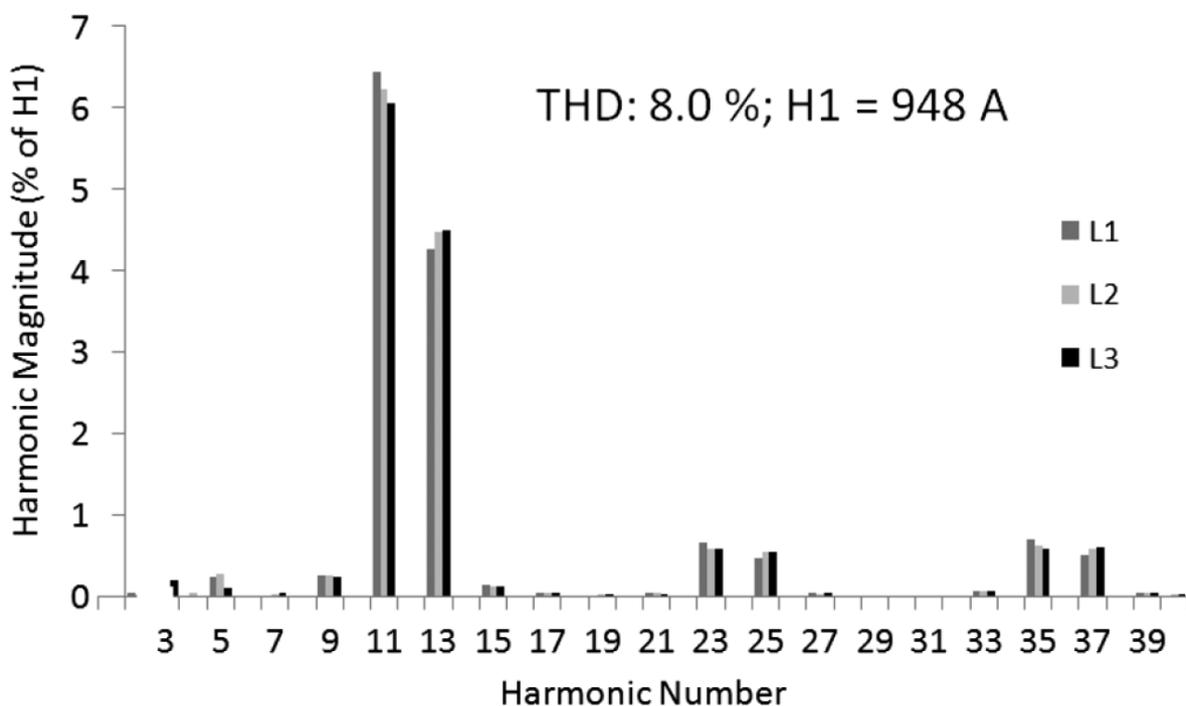


Bild 2.19 Messungen der Harmonischen in den Leiterströmen der HVDC-Verbindung Schweden-Polen (± 450 kVDC, 600 MW) in der Stromrichterstation Sternö in Schweden (Quelle: „Onsite Measurements for Power-Quality Estimation at the Sweden-Poland HVDC Link“, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 29, No.1, February 2014)

2.2.2.4 Wechselanteile in den gleichgerichteten Größen

Voraussetzungen zur Berechnung der im Folgenden angegebenen Amplituden der Harmonischen sind:

- das speisende Drehstromsystem ist symmetrisch und sinusförmig,
- nicht lückender Gleichstrom, d. h. es ist stets $i_d(t) > 0$.

Zur Berechnung der Harmonischen in der gleichgerichteten Spannung der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung unter Berücksichtigung eines Überlappungswinkels u muss eine Fourieranalyse der folgenden Funktion durchgeführt werden (**Bild 2.20**):

$$u(t) = \begin{cases} u_2(t) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\hat{U}_L}{\sqrt{3}} \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) & \text{im Bereich } \frac{\pi}{3} + \alpha \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \alpha + u \\ u_1(t) = \hat{U}_L \cdot \sin(x) & \text{im Bereich } \frac{\pi}{3} + \alpha + u \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + \alpha \end{cases} \quad (2.83)$$

mit $x = \omega t$

Mit der Periodendauer $\pi/3 = 60^\circ$ folgt für die Koeffizienten der Fourierreihe

$$u(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{p} x\right) + b_k \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{p} x\right) \stackrel{p=\frac{\pi}{3}}{=} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos(6kx) + b_k \cdot \sin(6kx)$$

mit

$$a_k = \frac{2}{p} \cdot \int_p u(x) \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{p} x\right) dx = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}} u(x) \cdot \cos(6kx) dx \quad (2.84)$$

$$b_k = \frac{2}{p} \cdot \int_p u(x) \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{p} x\right) dx = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}} u(x) \cdot \sin(6kx) dx \quad \text{und } x = \omega t$$

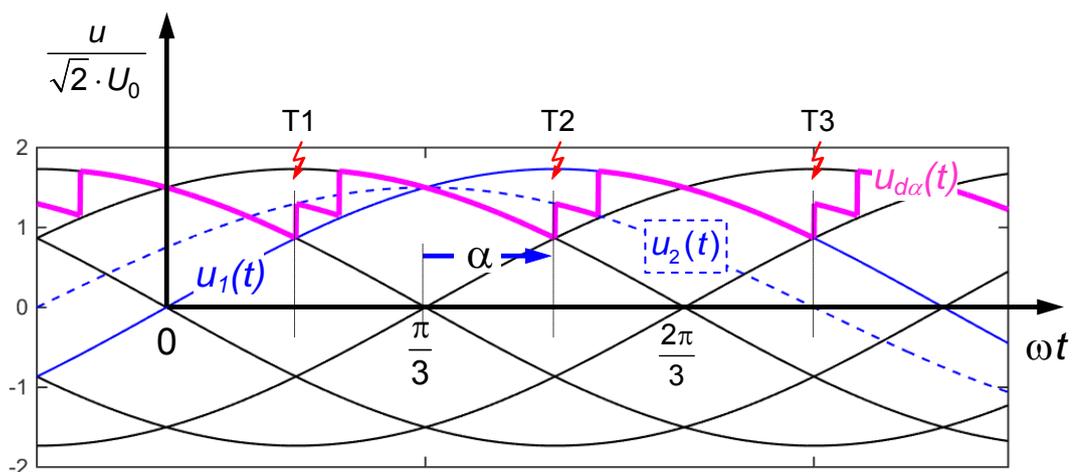


Bild 2.20 Berechnung der Harmonischen in der gleichgerichteten Spannung einer 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung

Mit Gleichung (2.83) wird daraus:

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{6 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \left[\int_{\frac{\pi}{3} + \alpha}^{\frac{\pi}{3} + \alpha + u} \frac{3 \hat{U}_L}{2 \sqrt{3}} \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos(6kx) dx + \int_{\frac{\pi}{3} + \alpha + u}^{\frac{2\pi}{3} + \alpha} \hat{U}_L \cdot \sin(x) \cos(6kx) dx \right] \\
 &= \frac{3 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \left[\frac{1}{6k+1} \cdot \cos(6k+1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cdot \cos(6k+1) \frac{u}{2} - \frac{1}{6k-1} \cdot \cos(6k-1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cdot \cos(6k-1) \frac{u}{2} \right] \quad (2.85)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{6 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \left[\int_{\frac{\pi}{3} + \alpha}^{\frac{\pi}{3} + \alpha + u} \frac{3 \hat{U}_L}{2 \sqrt{3}} \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin(6kx) dx + \int_{\frac{\pi}{3} + \alpha + u}^{\frac{2\pi}{3} + \alpha} \hat{U}_L \cdot \sin(x) \sin(6kx) dx \right] \\
 &= \frac{3 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \left[\frac{1}{6k+1} \cdot \sin(6k+1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cdot \cos(6k+1) \frac{u}{2} - \frac{1}{6k-1} \cdot \sin(6k-1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cdot \cos(6k-1) \frac{u}{2} \right]
 \end{aligned}$$

Dies kann zu einer Schwingung

$$u(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{p} x\right) + b_k \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{p} x\right) \stackrel{p=\frac{\pi}{3}}{=} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos(6kx) + b_k \cdot \sin(6kx) \quad (2.86)$$

mit der Amplitude

$$A_{k,6} = \frac{3 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{6k+1}\right)^2 \cdot \cos^2(6k+1) \frac{u}{2} + \left(\frac{1}{6k-1}\right)^2 \cdot \cos^2(6k-1) \frac{u}{2} - \frac{2}{(6k+1)(6k-1)} \cdot \cos(6k+1) \frac{u}{2} \cdot \cos(6k-1) \frac{u}{2} \cdot \cos(2\alpha + u)} \quad (2.87)$$

zusammengefasst werden. Für den Fall $u = 0$, d.h. schlagartige Kommutierung zerfällt dies in

$$A_{k,6} = \frac{3 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{6k+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{6k-1}\right)^2 - \frac{2}{(6k+1)(6k-1)} \cdot \cos(2\alpha)} \quad (2.88)$$

Ausgehend von den Harmonischen $A_{k,6}$ in der Gleichspannung $u_{d\alpha}$ der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung kann man die den Harmonischen in der Gleichspannung der 12-pulsigen Schaltung ableiten. Diese besteht aus 2 in Serie geschalteten 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltungen, deren speisende Drehspannungssysteme um $\varphi_0 = 30^\circ = \pi/6$ gegeneinander verschoben sind.

Die Ausgangsspannungen $u_{d\alpha 1}$ und $u_{d\alpha 2}$ der beiden 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltungen lassen sich durch eine komplexe Fourierreihe mit den Koeffizienten $c_{k,6}$ darstellen. Unter Verwendung des Zeitverschiebungssatzes bei Fourierreihen lässt sich damit für die Ausgangsspannung der 12-pulsigen Schaltung schreiben:

$$\begin{aligned}
 u_{d\alpha}(\omega t) &= u_{d\alpha 1}(\omega t) + u_{d\alpha 2}(\omega t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{k,6} \cdot e^{j6k\omega t} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} [c_{k,6} \cdot e^{j6k\varphi_0}] \cdot e^{j6k\omega t} \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{k,6} \cdot [1 + e^{j6k\varphi_0}] \cdot e^{j6k\omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{k,12} \cdot e^{j6k\omega t} \quad (2.89)
 \end{aligned}$$

Die Koeffizienten $c_{k,12}$ der Fourierreihe der 12-pulsigen Schaltung hängen daher mit den Koeffizienten $c_{k,6}$ der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung und der Phasenverschiebung φ_0 ab.

$$c_{k,12} = c_{k,6} \cdot \left[1 + e^{j6k\varphi_0} \right] = c_{k,6} \cdot \left[1 + \cos(6k\varphi_0) + j\sin(6k\varphi_0) \right]. \quad (2.90)$$

Daraus ergibt sich für die Amplituden der Harmonischen:

$$A_{k,12} = A_{k,6} \cdot \sqrt{(1 + \cos(6k\varphi_0))^2 + (\sin(6k\varphi_0))^2} = A_{k,6} \cdot \sqrt{2(1 + \cos(6k\varphi_0))}. \quad (2.91)$$

Im Fall einer Phasenverschiebung um $\varphi_0 = 60^\circ = \pi/3$ ergibt sich keine 12-pulsige Ausgangsspannung, sondern eine Verdoppelung der Amplitude der 6-pulsigen Ausgangsspannung:

$$A_{k,2\cdot6} = A_{k,6} \cdot \sqrt{2 \left(1 + \cos\left(6k \frac{\pi}{3}\right) \right)} = 2 \cdot A_{k,6}. \quad (2.92)$$

Im Fall einer Phasenverschiebung um $\varphi_0 = 30^\circ = \pi/6$ ergibt sich eine 12-pulsige Ausgangsspannung:

$$A_{k,12} = A_{k,6} \cdot \sqrt{2 \left(1 + \cos\left(6k \frac{\pi}{6}\right) \right)} = A_{k,6} \cdot \sqrt{2(1 + \cos(k\pi))} = \begin{cases} 0 & \text{für } k \text{ ungerade} \\ 2 \cdot A_{k,6} & \text{für } k \text{ gerade} \end{cases}. \quad (2.93)$$

Die Harmonischen der 12-pulsigen Schaltung ergeben sich damit zu:

$$A_{k,12} = 2 \cdot \frac{3 \cdot \hat{U}_L}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{12k+1} \right)^2 \cdot \cos^2(12k+1) \frac{U}{2} + \left(\frac{1}{12k-1} \right)^2 \cdot \cos^2(12k-1) \frac{U}{2} - \frac{2}{(12k+1)(12k-1)} \cdot \cos(12k+1) \frac{U}{2} \cdot \cos(12k-1) \frac{U}{2} \cdot \cos(2\alpha+u)}. \quad (2.94)$$

Diese Harmonischen treten bei den folgenden Frequenzen f_k auf:

$$\frac{2\pi k}{\rho} \omega_0 t = \omega_k t \quad \overset{\rho = \frac{\pi}{6}}{=} \quad 12k\omega_0 t \quad \text{d.h.} \quad f_k = 12 \cdot k \cdot f_0 \quad \text{und} \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.95)$$

darin sind f_0 die Frequenz des speisenden Drehstromnetzes und ρ die Periodendauer der gleichgerichteten Spannung U_{dica} .

Bild 2.21 zeigt das für die gleichstromseitig wirksamen Harmonischen gültige Ersatzschaltbild. Auf beiden Seiten befinden sich 12-pulsige Stromrichter. Hierbei sind L_{Tr1} und L_{Tr2} die wirksamen Streuinduktivitäten der Stromrichtertransformatoren auf beiden Seiten, L_d ist die Induktivität der Glättungsdrossel und L_L die Induktivität der DC-Leitung. Die Harmonischen in der gleichgerichteten Spannung auf der Gleich- und der Wechselrichterseite überlagern sich entsprechend der Phasenverschiebung ϑ der AC-Systeme von Gleich- und Wechselrichterseite zu einer Spannungsquelle mit

$$\underline{U}_{k,ges} = \underline{U}_{k,1} + \underline{U}_{k,2} \cdot e^{-j\vartheta}. \quad (2.96)$$

Hierbei erfolgt die Berechnung der Spannungsamplituden $\underline{U}_{k,1}$ und $\underline{U}_{k,2}$ der Gleich- und Wechselrichterseite mit den jeweiligen Werten für Steuerwinkel, Überlappung und Leiterspannung der AC-Seite. Für einen Winkel von $\vartheta = 0$ addieren sich die Spannungsbeträge, für einen Winkel von $\vartheta = \pm\pi$ subtrahieren sie sich. Für Designstudien nimmt man daher einen Winkel von $\vartheta = \pm\pi/2$ an, womit man erhält:

$$U_{k,ges} = \sqrt{(U_{k,1})^2 + (U_{k,2})^2} \quad . \quad (2.97)$$

Für die Harmonischen im Gleichstrom ergibt sich damit unmittelbar:

$$I_{d,k,ges} = \frac{U_{k,ges}}{k \cdot \omega_0 \cdot L_{ges}} = \frac{\sqrt{(U_{k,1})^2 + (U_{k,2})^2}}{k \cdot \omega_0 \cdot (L_{Tr1} + L_{Tr2} + L_d + L_L)} \quad , \quad (2.98)$$

wobei L_{ges} die Summe aus allen im Kreis wirksamen Induktivitäten darstellt.

Die wirksame Induktivität L_{Tr} durch die Stromrichtertransformatoren ist für

- 6-pulsige Drehstrombrückenschaltung:

$$L_{Tr} = \begin{cases} 2 \cdot L_k & \text{ohne Kommutierung} \\ 1,5 \cdot L_k & \text{während der Kommutierung} \end{cases} \quad . \quad (2.99)$$

- 12-pulsige Stromrichterschaltung:

$$L_{Tr} = \begin{cases} 4 \cdot L_k & \text{ohne Kommutierung} \\ 3,5 \cdot L_k & \text{während der Kommutierung} \end{cases} \quad . \quad (2.100)$$

Dabei ist L_k die Kurzschlussinduktivität (Streuinduktivität) der Stromrichtertransformatoren.

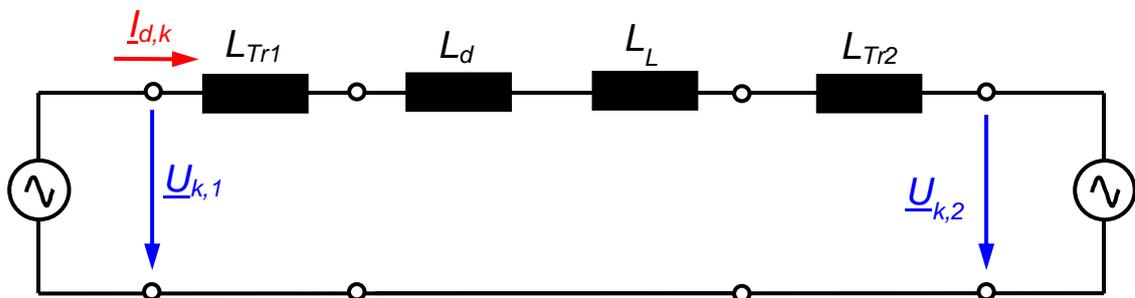


Bild 2.21 Gleichstromseitiges Ersatzschaltbild zur Berechnung der Harmonischen im Gleichstrom

In der Praxis ergeben sich aufgrund einer ganzen Reihe von nichtidealen Bedingungen, z. B.

- Oberschwingungen in der Spannung auf der AC-Seite,
- nicht exakt identische Amplituden der Spannungen auf der AC-Seite,
- leichte Abweichungen der Frequenzen der AC-Netze auf beiden Seiten,
- Variationen des Überlappungswinkels und der Steuerwinkel

sogenannte nicht charakteristische Oberschwingungen (engl.: noncharacteristic harmonics). Eine weitere Gruppe von Harmonischen entsteht durch Kreuzmodulation infolge der Einkopplung Harmonischer in der Gleichspannung eines der Umrichter über den DC-Strom auf die AC-Seite des anderen Umrichters.

2.2.2.5 Dimensionierung der Glättungsdrosseln

Zur Dimensionierung der Glättungsdrossel L_d sind mehrere Vorgehensweisen denkbar. Zwei Möglichkeiten werden im Folgenden diskutiert.

1) Vorgabe der Amplitude der Harmonischen des Wechselanteils von $i_d(t)$

Wenn bestimmte Amplituden der Harmonischen, aus denen sich der dem Gleichstrom I_d überlagerte Wechselanteil zusammensetzt, nicht überschritten werden sollen, so bestimmt dies den erforderlichen Wert der Glättungsdrossel L_d . Somit können Werte für die Glättungsdrossel aus Gleichung (2.98) bei Vorgabe der Grenzwerte für die Harmonischen $I_{d,k,ges}$ für jede Ordnungszahl k berechnet werden:

$$L_{d,k} = \frac{\sqrt{(U_{k,1})^2 + (U_{k,2})^2}}{k \cdot \omega_0 \cdot (I_{d,k,ges})} - (L_{Tr1} + L_{Tr2} + L_L) \quad , \quad (2.101)$$

Für die Anlage ist dann der größte Wert von $L_{d,k}$ zu wählen:

$$L_d = \max\{L_{d,k}\} \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots \quad . \quad (2.102)$$

2) Firmenspezifische Auslegungsrichtlinien

Eine weitere Funktion der Glättungsdrossel ist – neben der Reduktion der Welligkeit des Gleichstromes und der Vermeidung des Lückens bei geringen Gleichströmen – die Reduktion der Stromanstiegsgeschwindigkeit bei gleichstromseitigen Fehlern. Dies sind insbesondere:

- Leitungsfehler (gleichstromseitige Fehler bilden sich direkt auf die Drehstromseite ab) und
- Kommutierungsfehler der Wechselrichterstation.

Bei einem Kommutierungsfehler im Wechselrichter ist die Begrenzung der Stromanstiegsgeschwindigkeit entscheidend für die „Selbsteilung“, d. h. die Möglichkeit, dass die nächste Kommutierung wieder erfolgreich ist. Der Kurzschlussstrom auf der Gleichstromseite darf nicht zu hoch sein, um drehstromseitig eine Abschaltung noch mit einem vernünftigen Aufwand hinsichtlich des Leistungsschalters realisieren zu können. Für eine Fehlererkennung ist eine gewisse Zeit erforderlich; durch die Begrenzung der Stromanstiegsgeschwindigkeit erreicht man dass der Strom während einiger ms nur um einen begrenzten Faktor über den Nennstrom ansteigt.

Zur Charakterisierung der Stromanstiegsgeschwindigkeit wurde der Stromsteilheitsfaktor

$$S_I = \frac{1}{I_{dN}} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{1}{I_{dN}} \cdot \frac{U_{dN}}{L_{Ges}} \quad (2.103)$$

definiert. U_{dN} und I_{dN} sind die Nennwerte der Gleichspannung in kV und des Gleichstromes in A und L_{Ges} ist die gesamte, gleichstromseitig wirksame Induktivität in H. Damit erhält der Stromsteilheitsfaktor die Einheit $(\text{ms})^{-1}$. Die Werte für die Stromsteilheit ausgeführter HGÜ-Anlagen liegen bei

$$0,22 \frac{1}{\text{ms}} \leq S_I \leq 1 \frac{1}{\text{ms}} \quad (2.104)$$

und haben sich in der Praxis als tauglich erwiesen. Zur Bestimmung der Drosselinduktivität L_d müssen noch die Streuinduktivitäten der Stromrichtertransformatoren berücksichtigt werden.

Die wirksame Induktivität L_{Tr} der Stromrichtertransformatoren ergibt sich aus (2.99) und (2.100). L_d ergibt sich schließlich aus

$$L_d = L_{Ges} - L_{Tr} \quad . \quad (2.105)$$

2.2.3 Ausführungen von HGÜ-Anlagen

2.2.3.1 Kurzschluss, Seekabelverbindung, Fernübertragung

Bild 2.22 zeigt das Prinzipschaltbild einer HGÜ-Anlage. Im Falle der HGÜ-Fernübertragung besteht die Verbindung zwischen den beiden Stromrichterstationen aus einer mehrere hundert Kilometer langen Übertragungsleitung. Wird hingegen eine HGÜ-Kurzschlusskupplung (back-to-back) realisiert, so befinden sich beide Stromrichter im selben Gebäude und die Übertragungsleitung ist eine kurze Verbindung.

Die Netzfilter dienen der Dämpfung bestimmter Harmonischer in den netzseitigen Strömen, um die Netzurückwirkungen der Stromrichter zu reduzieren, die Kapazitäten stellen die benötigte Blindleistung für den Stromrichter bereit. Durch die HGÜ-Kurzschlusskupplung können entweder 2 hinsichtlich der Frequenz oder der Frequenzregelung asynchrone Netze (System 1 und System 2) gekoppelt werden.

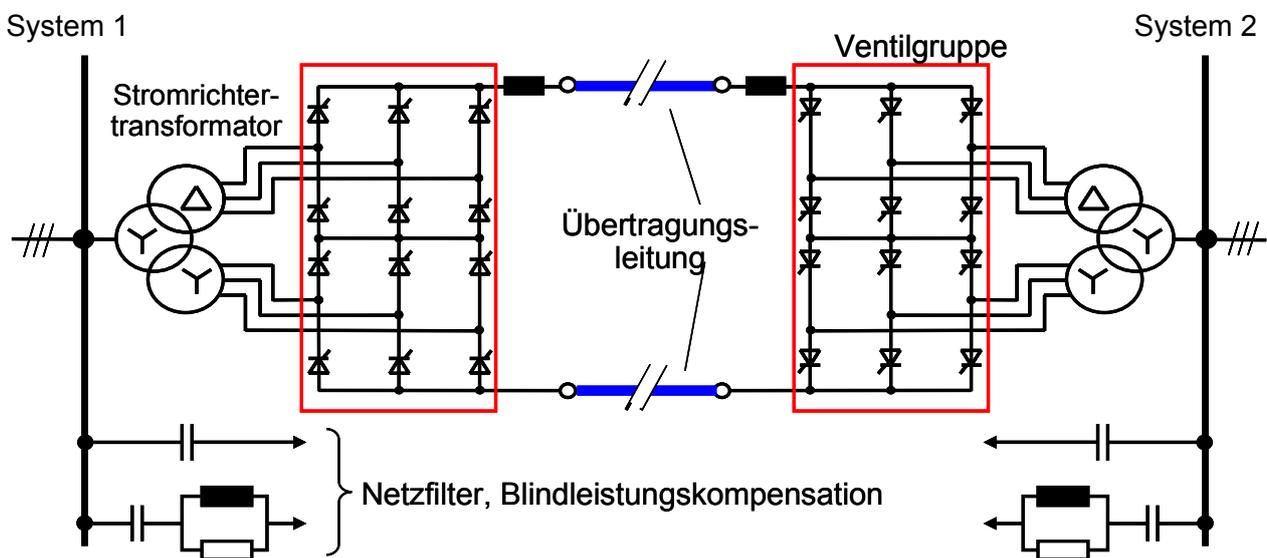


Bild 2.22 Prinzip der HGÜ-Fernübertragung und Struktur einer HGÜ-Anlage

In **Bild 2.23** ist das Prinzip einer einfachen HGÜ-Seekabelverbindung dargestellt. Dabei wird ein Pol durch das Kabel übertragen, der Stromrückfluß erfolgt durch das stark leitfähige Meerwasser. Diese Ausführung von HGÜ-Anlagen ist aus Umweltschutzgründen jedoch umstritten, da Veränderungen in der Meeresbiologie aufgrund der Stromleitung vermutet werden. Alternativ werden deshalb auch oft zwei Kabel verlegt.

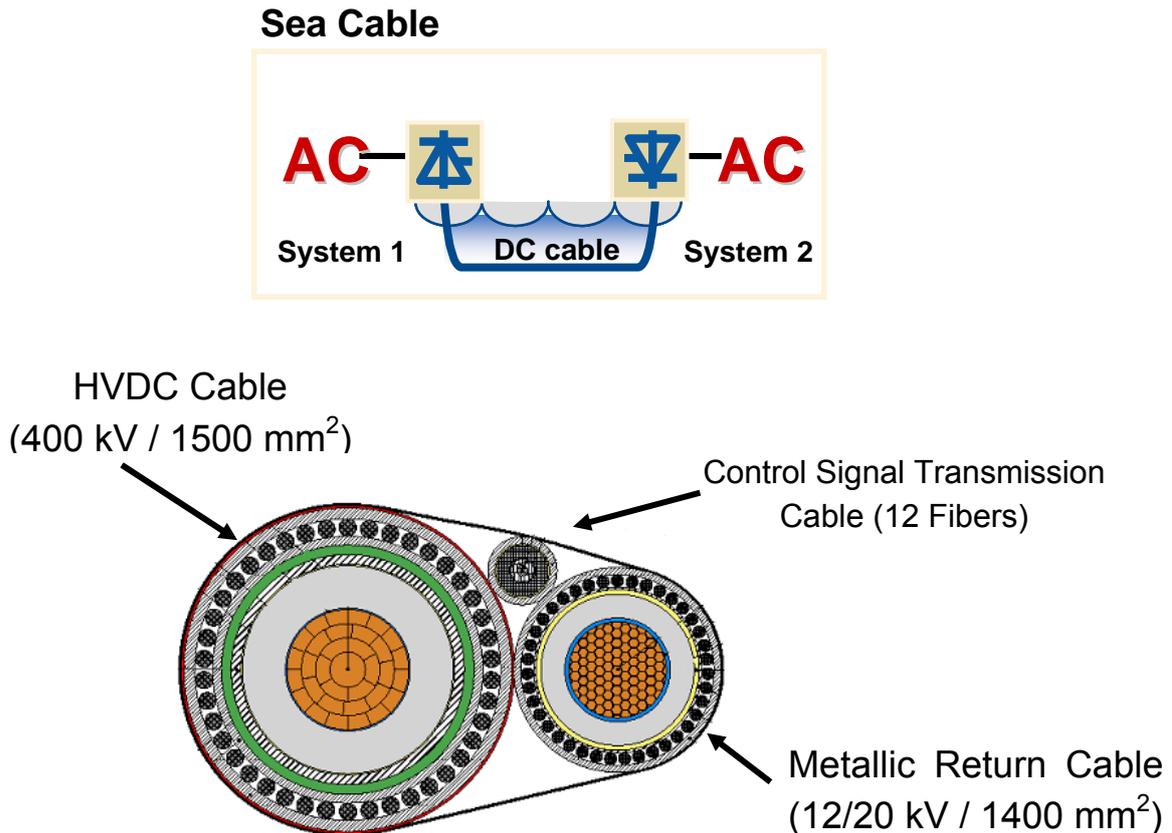


Bild 2.23 Prinzip der HGÜ-Seekabelverbindung und Aufbau des HGÜ-Seekabels

2.2.3.2 Mono- und bipolare Schaltung

Es gibt mehrere Arten der Verbindung:

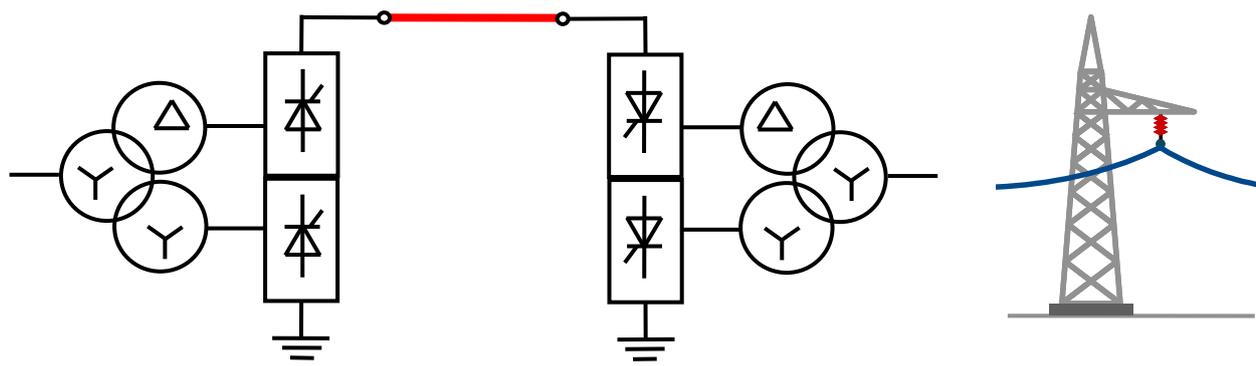
- Monopolare Schaltung
- Bipolare Schaltung

Monopolare Schaltung

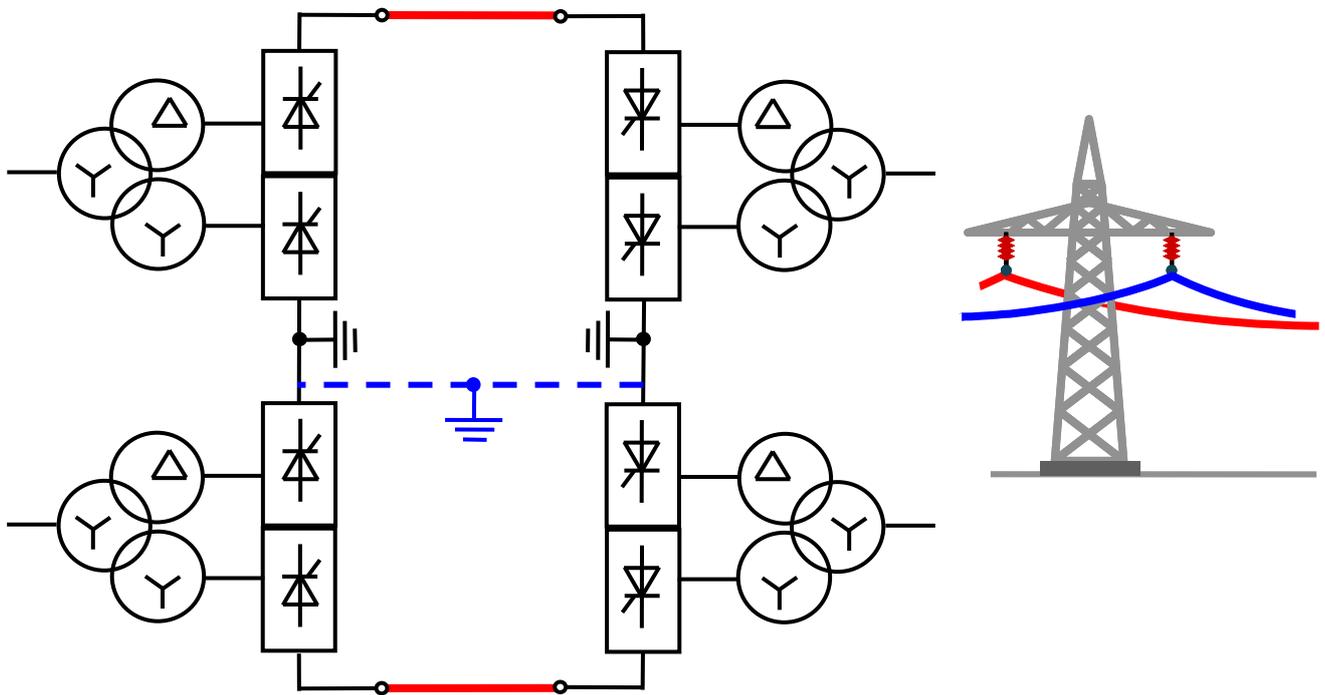
Die monopolare Schaltung (**Bild 2.24a**) wurde in großer Zahl bei Anlagen kleinerer Leistung realisiert. Dabei kommen als Kontakte Erd- oder Seeelektroden zum Einsatz. Den Rückleiter bildet das Erdreich oder bei Seekabelverbindungen das Meerwasser. Bei kleineren Anlagen liegen die Kosten für eine zweite Kabelader schon bei kurzer Entfernung zwischen den beiden Stationen deutlich höher, als jene für die Elektroden und ihre Anschlussleitungen.

Bipolare Schaltung

Die bipolare Schaltung (**Bild 2.24b**) ist eine Erweiterung der monopolaren Schaltung und benötigt eine zweiadrige Verbindung. Wenn bei einer HGÜ eine auch nur kurzzeitige Stromführung über Erde nicht zugelassen ist, kann die Verfügbarkeit der Gesamtanlage dadurch erhöht werden, dass die Erdpunkte beider Stationen über einen 3. Leiter miteinander verbunden werden. Bei Ausfall eines Pols kann dann mit 50 % der Nennleistung zeitlich unbegrenzt weitergefahren werden.



a.



b.

Bild 2.24 Ausführung von HGÜ-Anlagen (Fernübertragung)

a. Monopolare Schaltung

b. Bipolare Schaltung

2.2.4 Konzept zur Regelung einer HGÜ-Übertragungsstrecke

2.2.4.1 Steuerwinkel der Gleich- und Wechselrichterstation

Grundlegende Anforderungen an den Betrieb einer HGÜ-Anlage:

- Die Anlage soll möglichst mit dem Nennwert der Gleichspannung $U_{d\alpha}$ betrieben werden. Dadurch bleibt der Strom I_d für eine gewünschte Leistung P , die übertragen werden soll, so gering wie möglich. Dies minimiert die Verluste und die Beanspruchung der Ventile.
- Die Anlage soll mit möglichst hohem Leistungsfaktor $\cos\varphi$ betrieben werden.
 - Wegen

$$P = P_1 = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L1} \cdot \cos(\varphi)$$

ist dann bei gegebenen Nennwerten für Spannung (U_L) und Strom (I_{L1}) der Stromrichtertransformatoren und der Ventile die übertragbare Leistung der Anlage so hoch wie möglich.

- Bei hohem Leistungsfaktor $\cos\varphi$ sind die netzseitigen Ströme I_{L1} bei gegebener zu übertragender Leistung P so gering wie möglich. Dadurch ergeben sich geringere Netzrückwirkungen und geringere netzseitige Spannungsabfälle.
- Bei geringem Leistungsfaktor $\cos\varphi$ erhöht sich wegen (2.65)

$$Q_1 = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_{L1} \cdot \sin(\varphi) = P \cdot \tan(\varphi)$$

der Blindleistungsbedarf der Anlage. Die Blindleistung muß durch entsprechende Kondensatorbänke bereitgestellt werden, die wiederum kostenintensiv sind.

Ein Betrieb der Anlagen mit hohem Leistungsfaktor (nahe 1) bedeutet wegen (2.66), d. h.

$$\cos(\varphi) = \cos(\alpha) - \frac{Z_X \cdot I_d}{U_{di}} \stackrel{Z_X \text{ klein}}{\approx} \cos(\alpha) \quad , \quad (2.106)$$

dass der Steuerwinkel α Werte annehmen muß, die nur wenig größer als $\alpha = 0^\circ$ sind.

Bei einem Zündverzögerungswinkel von $\alpha = 0^\circ$ liegt am Ventil gerade noch keine Spannung in Vorwärtsrichtung an. Dies kann z. B. leicht anhand der Kommutierung von T5 zu T1 bei leitendem Ventil T6 an der 6-pulsigen Drehstrombrückenschaltung nachvollzogen werden, denn für $\alpha = 0^\circ$ gilt dann gerade $u_{AK1} = u_{L1} + u_{L2}$ und $u_{L1} = -u_{L2}$. Speziell lichtgezündete Thyristoren benötigen jedoch eine Vorwärtsspannung von einigen 10 V für ein sicheres Durchzünden. Deshalb hält man bei vielen Anlagen in der Praxis einen bestimmten Abstand von $\alpha = 0^\circ$ und definiert

$$\alpha_{\min} = 5^\circ \quad . \quad (2.107)$$

Gleichrichter von HGÜ-Anlagen arbeiten daher üblicherweise mit Steuerwinkeln von

$$\alpha \approx 10^\circ \dots 20^\circ \quad , \quad (2.108)$$

um noch etwas Raum für die Erhöhung der Gleichspannung zu lassen, wodurch der Leistungsfluß beeinflusst werden kann.

Im Nennbetrieb rechnet man bei Wechselrichtern mit Löschwinkeln im Bereich von

$$\gamma \approx 15^\circ \dots 20^\circ \quad (\text{typ. } 17^\circ) \quad , \quad (2.109)$$

und für die Überlappung werden Werte von

$$u \approx 20^\circ \quad (2.110)$$

angesetzt, so dass man auf einen maximalen Steuerwinkel des Wechselrichters von

$$\alpha_{\max} \approx 143^\circ \quad (2.111)$$

kommt.

2.2.4.2 Vereinfachtes Modell einer bipolaren HVDC-Energieübertragungsstrecke

Die in **Bild 2.15** dargestellte HVDC-Übertragungsstrecke wird durch die folgenden Gleichungen beschrieben, wobei zunächst unterschiedliche Stromrichterimpedanzen, jedoch identische Leiterspannungen ($U_{di1} = U_{di2}$) auf Gleich- und Wechselrichterseite angenommen werden:

$$\begin{aligned} U_{d\alpha 1}(t) &= 2 \cdot U_{di1} \cdot \cos(\alpha_1(t)) - 2 \cdot (R_{k1} + Z_{X1}) \cdot I_d(t) \\ U_{d\alpha 2}(t) &= 2 \cdot U_{di2} \cdot \cos(\alpha_2(t)) - 2 \cdot (Z_{X2} + R_{k2}) \cdot I_d(t) \quad U_{di1} = U_{di2} \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$U_{d\alpha 1}(t) + U_{d\alpha 2}(t) = (2R_d + R_L) \cdot I_d(t) + (2L_d + L_L) \frac{dI_d(t)}{dt}$$

Hierbei werden die Steuerwinkel α_1 und α_2 und damit die Umrichterausgangsspannungen sowie der Gleichstrom I_d als zeitabhängig angenommen, um auch die Dynamik der Übertragungsstrecke beschreiben zu können. Diese Gleichungen werden der Laplace-Transformation unterzogen und normiert, so dass man dimensionslose Größen erhält

$$\begin{aligned} \frac{U_{d\alpha 1}(s)}{2U_{di1}} &= \cos(\alpha_1(s)) - 2 \cdot (R_{k1} + Z_{X1}) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}} \cdot \frac{I_d(s)}{I_{dN}} \\ \frac{U_{d\alpha 2}(s)}{2U_{di1}} &= \cos(\alpha_2(s)) - 2 \cdot (R_{k2} + Z_{X2}) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}} \cdot \frac{I_d(s)}{I_{dN}} \end{aligned} \quad (2.113)$$

$$\frac{U_{d\alpha 1}(s)}{2U_{di1}} + \frac{U_{d\alpha 2}(s)}{2U_{di1}} = (R_d + R_L) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}} \cdot \frac{I_d(s)}{I_{dN}} + s \cdot (L_d + L_L) \cdot \frac{I_{dN}}{2 \cdot U_{di1}} \cdot \frac{I_d(s)}{I_{dN}}$$

oder

$$\begin{aligned} u_{d\alpha 1}(s) &= \cos(\alpha_1(s)) - (d_{X1} + d_{r1}) \cdot i_d(s) \\ u_{d\alpha 2}(s) &= \cos(\alpha_2(s)) - (d_{X2} + d_{r2}) \cdot i_d(s) \\ u_{d\alpha 1}(s) + u_{d\alpha 2}(s) &= (r_{dL} + sT_L) \cdot i_d(s) \end{aligned} \quad (2.114)$$

$$\text{mit } r_{dL} = (2R_d + R_L) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}} \quad T_L = (2L_d + L_L) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}}$$

In **Bild 2.25** ist das Strukturbild der Regelstrecke grau hinterlegt dargestellt. Eingangsgrößen des Systems sind die Steuerwinkel α_1 des Gleichrichters und α_2 des Wechselrichters. Ausgangsgrößen sind die Ausgangsspannung $U_{d\alpha 2}$ des Wechselrichters und der Gleichstrom I_d . Aus Gleichung (2.114) ergibt sich in Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} i_d(s) \\ u_{d\alpha 2}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_{dL} + d_{X1} + d_{X2} + d_{r1} + d_{r2} + sT_L} & \frac{1}{r_{dL} + d_{X1} + d_{X2} + d_{r1} + d_{r2} + sT_L} \\ -\frac{d_{X2} + d_{r2}}{r_{dL} + d_{X1} + d_{X2} + d_{r1} + d_{r2} + sT_L} & \frac{r_{dL} + d_{X2} + d_{r2} + sT_L}{r_{dL} + d_{X1} + d_{X2} + d_{r1} + d_{r2} + sT_L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1(s)) \\ \cos(\alpha_2(s)) \end{pmatrix} \quad (2.115)$$

$$= \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1(s)) \\ \cos(\alpha_2(s)) \end{pmatrix}$$

Aus regelungstechnischer Sicht ist bei der vorliegenden Struktur der Regelstrecke eine Mehrgrößenregelung erforderlich. Es müssen sowohl der Gleichstrom I_d als auch die Ausgangsspannung des Wechselrichters $U_{d\alpha 2}$ geregelt werden. Für den Fall $G_{12}(s) = 0$ und $G_{21}(s) = 0$ zerfällt das gekoppelte System in zwei entkoppelte Systeme, die mit zwei einschleifigen Regelungen geregelt werden können. Daher bietet es sich an, zu untersuchen, welche Auswirkungen zwei einschleifigen Regelungen im vorliegenden Fall auf das Gesamtsystem haben. Bei geringer gegenseitiger Kopplung kann eine Regelung des Gesamtsystems durch zwei einschleifigen Regelungen durchaus erfolgreich sein. Hierzu kann der Kopplungsfaktor

$$K(s) = \frac{G_{12}(s) \cdot G_{21}(s)}{G_{11}(s) \cdot G_{22}(s)} = -\frac{d_{X2} + d_{r2}}{d_{X2} + d_{r2} + r_{dL} + sT_L} = \frac{1}{1 + \frac{r_{dL}}{d_{X2} + d_{r2}} + s \frac{T_L}{d_{X2} + d_{r2}}} \quad (2.116)$$

untersucht werden. Ist der Betrag des Kopplungsfaktors für alle s (wesentlich) kleiner als 1, so kann man das System mit einiger Wahrscheinlichkeit durch zwei einschleifigen Regelungen regeln. Diese Analyse zeigt, dass der Betrag des Kopplungsfaktors im Fall der Energiefernübertragung wegen Gleichung (2.60) deutlich kleiner als 1 wird; selbst im Fall der Kurzschlusskopplung ist der Kopplungsfaktor noch kleiner als 1. Somit ist die stabile Regelung des Gesamtsystems durch zwei einschleifige Regelungen sehr aussichtsreich.

2.2.4.3 Regelung der HVDC-Energieübertragungsstrecke

Bild 2.25 zeigt das Strukturbild der Regelung mit der gleichrichterseitig realisierten Regelung der Abgabeleistung $P_{1,ab}$, die den Sollwert für den Gleichstrom I_d liefert. Wechselrichterseitig wird die Gleichspannung $U_{d\alpha 2}$ auf einen konstanten Wert geregelt. Der Istwert der Abgabeleistung erfolgt entweder durch direkte Messung oder – wie hier realisiert – über die Produktbildung aus der Spannung $U_{d\alpha 1}$ am Gleichrichterausgang und dem Strom I_d . In der realen Anlage kann die Ausgangsspannung des Gleichrichters gemessen werden. In dem Strukturbild wird sie aus der Spannung $U_{d\alpha 2}$ des Wechselrichters zuzüglich dem Spannungsabfall über den Glättungs-drosseln und der DC-Übertragungsleitung berechnet. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Spannung $U_{d\alpha 2}$ negativ ist.

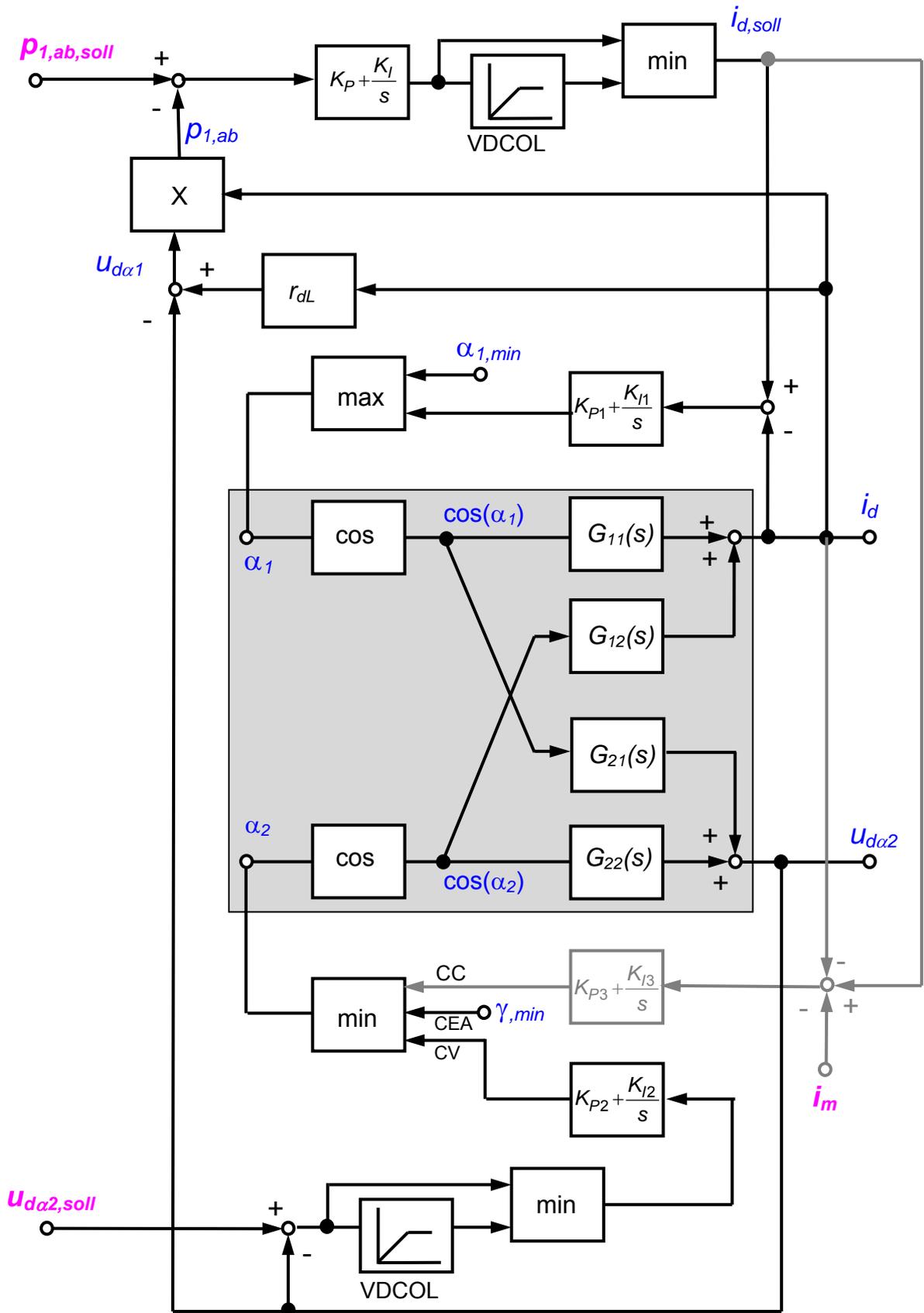


Bild 2.25 Schema zur Regelung einer HVDC-Energieübertragungsstrecke mit Stromregler auf der Gleichrichterseite und Spannungsregler auf der Wechselrichterseite

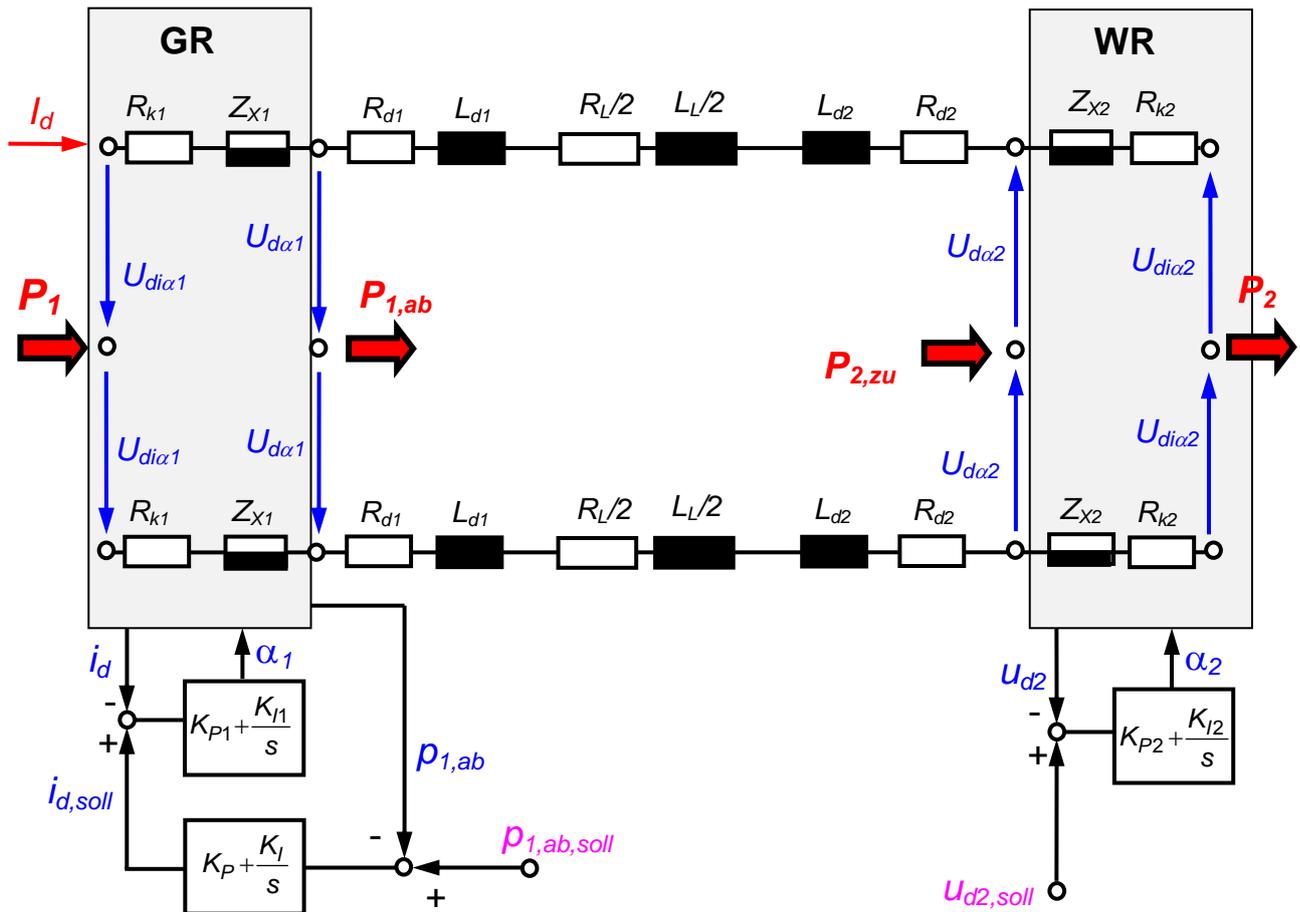


Bild 2.26 Schema zur Regelung einer bipolar aufgebauten HVDC-Übertragungsstrecke mit Strom- und Leistungsregler auf der Gleichrichterseite und Spannungsregler auf der Wechselrichterseite in Verbindung mit dem gleichstromseitigen Ersatzschaltbild der Anlage

Die PI-Regler der Stromregelung und der Regelung der Wechselrichterspannung $U_{d\alpha 2}$ speisen auf eine Maximalauswahl. Gleichrichterseitig soll ein minimaler Steuerwinkel $\alpha_{1,min}$ (typ. 5°) nicht unterschritten werden und wechselrichterseitig darf ein minimaler Löschwinkel γ_{min} (typ. 17°) nicht unterschritten werden, was durch die Maximalauswahl dieser Grenzwerte und der jeweiligen PI-Reglerausgänge sichergestellt wird.

In **Bild 2.27** ist die $U_d\alpha-I_d$ -Charakteristik von Gleich- und Wechselrichter zur Darstellung der Betriebseigenschaften gezeigt. Die in blau gezeigte Spannungskennlinie des Gleichrichters zeigt ein lineares Absinken bei zunehmendem Strom aufgrund der Spannungsabfälle im Gleichrichter (d_{X1} und d_{r1}) und die Begrenzung der Spannungshöhe durch $\alpha_{1,min}$. Die vertikale blaue Linie charakterisiert die gleichrichterseitige Stromregelung (CC, constant current). Der Wechselrichter verfügt über einen Löschwinkelregler, der die Spannung $U_{d\alpha 2}$ am Wechselrichter nach oben begrenzt. Der WR wird nicht ganz mit minimalem Löschwinkel betrieben, so dass wechselrichterseitig eine Spannungsregelung (CV, constant voltage) möglich ist. Bei Betrieb des Gleichrichters im Stromregelmodus mit $\alpha_1 > \alpha_{1,min}$ und des Wechselrichters im Spannungsregelmodus mit $\gamma > \gamma_{min}$ ergibt sich der Arbeitspunkt AP. Bei Betrieb mit minimalen Winkel $\gamma = \gamma_{min}$ ergäbe sich der Arbeitspunkt AP_{max}.

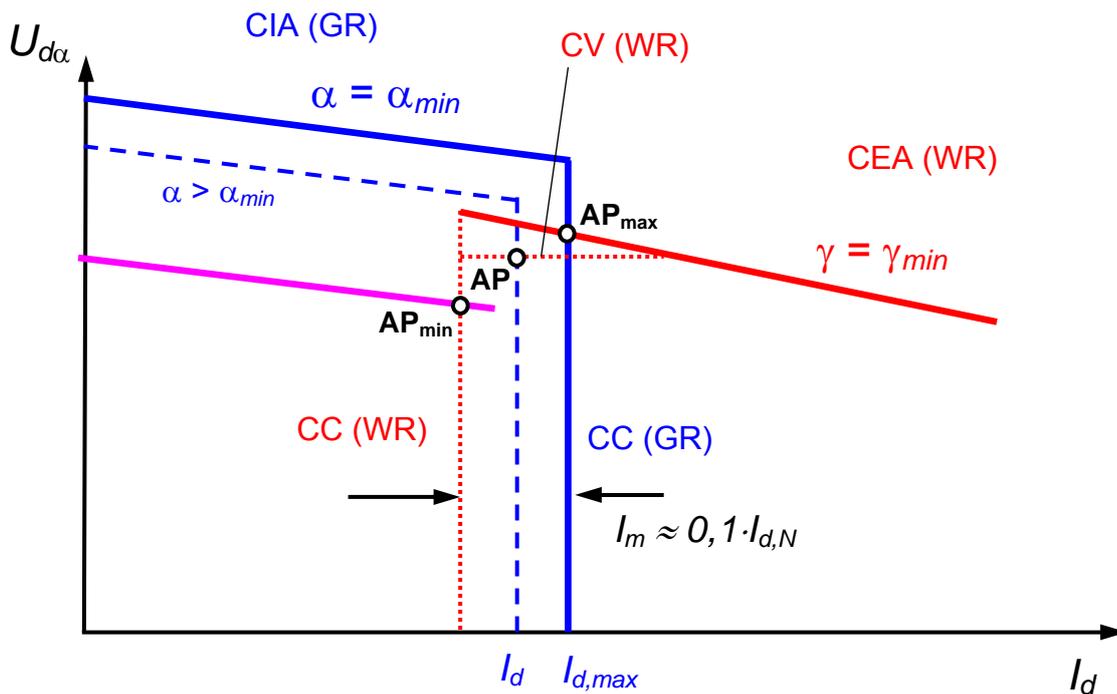


Bild 2.27 $U_{d\alpha}$ - I_d -Charakteristik von Gleich- und Wechselrichter

CIA constant ignition angle ($\alpha = \text{const}$)

CEA constant extinction angle ($\gamma = \gamma_{\min}$)

CC constant current

CV constant voltage

Für den Fall, dass auf der Gleichrichterseite die Wechselspannung absinkt, verringert sich auch die bei minimalem Steuerwinkel $\alpha_1 > \alpha_{1,\min}$ erreichbare Gleichspannung. Damit müsste der Gleichstrom sehr stark ansteigen, um die geforderte Leistung nahe der Nennleistung übertragen zu können. Eine Steigerung des Stromes über einen bestimmten Grenzwert ist jedoch nicht möglich, so dass es keinen Schnittpunkt zwischen der Wechselrichtererkennlinie (CV) und der in magenta dargestellten Gleichrichtererkennlinie geben würde. Um ein starkes Absinken des Stromes (ggf. bis zum Wert Null) zu vermeiden, geht der Wechselrichter in den Stromregelmodus über, wodurch sich der Arbeitspunkt AP_{\min} ergibt. Der Stromsollwert des Wechselrichters ist um eine Strommarge I_m kleiner als der Sollwert des Gleichrichters. Typischerweise wählt man $I_m = 0,1 \cdot I_d$. In **Bild 2.25** ist die Regelung für den CC-Modus des Wechselrichters grau dargestellt.

Voltage Dependent Current Order Limitation (VDCOL):

Bei zu geringer Spannung auf der AC-Seite der Umrichter steigt das Risiko von Kommutierungsfehlern durch das Absinken der Kommutierungsspannung, weiterhin kann der Blindleistungsbedarf des Umrichters bei zu geringer AC-Spannung durch die Kompensationseinrichtungen nicht mehr bereitgestellt werden. Abhängig von der Spannung auf der AC-Seite oder der DC-Spannung von Gleich und Wechselrichter muss daher der Sollwert $I_{d,\text{soll}}$ des Gleichstroms begrenzt werden. Hierzu dient die „spannungsabhängige Sollwertbegrenzung des Stromes“ VDCOL (**Bild 2.28**).

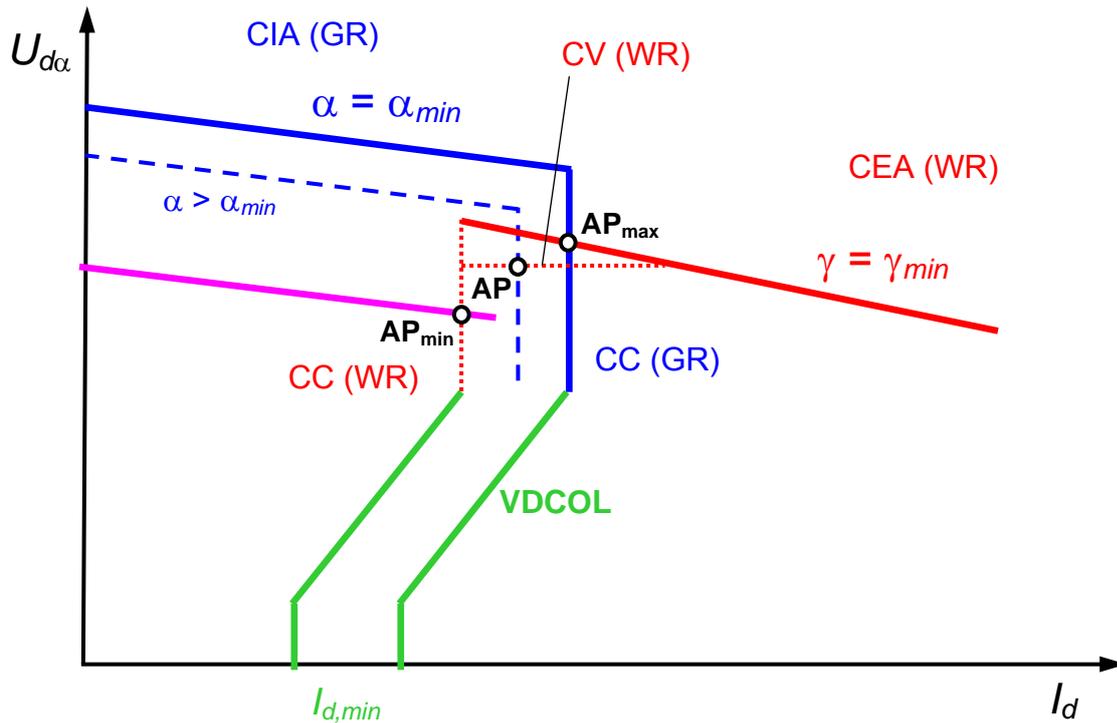


Bild 2.28 $U_{d\alpha}$ - I_d -Charakteristik von Gleich- und Wechselrichter mit VDCOL

In der Praxis existieren Verfeinerungen in der Wechselrichterregelung, so z. B. eine Glättung des Übergangs zwischen dem CV- und dem CC-Modus des Wechselrichters und zur Beherrschung transienter Vorgänge.

2.2.5 Basic Design einer bipolaren HVDC-Übertragungsstrecke

2.2.5.1 Anlagendaten

Eine HGÜ-Anlage mit folgenden Daten soll dimensioniert werden:

- Bipolare Anlage mit $U_{d\alpha 2} = \pm 500$ kV
- Übertragungsstrecke: 794 km
- Leistung $P_{1,ab} = 3000$ MW.

Stromrichter:

Größe		Einheit	GR	WR
Steuerwinkel Gleichrichter	α_1	deg	15	-
Löschwinkel Wechselrichter	γ	deg	-	17
Überlappung	u	deg	20,3	20
Rel. induktiver Spannungsabfall	d_x	pu	0,075	0,075
Rel. ohmscher Spannungsabfall	d_r	pu	0,003	0,003

Übertragungsleitung:

Typ LGJ-4*720: 0,00995 Ω/km bei 20°C

2 * 794 km (Hin- und Rückleiter): 15,8 Ω

Leiterabstand auf dem Mast: D = 20 m

Leiterradius: r = 4,5 cm

Induktivität:
$$L = \frac{\mu_0 \cdot \ell}{\pi} \left(\ln \left(\frac{D}{r} \right) + \frac{1}{4} \right) \approx 2H$$

Glättungsdrosseln:

Im oberen und unteren Zweig befindet sich je zwei Glättungsdrosseln mit $L_d = 150$ mH und $R_d = 0,05$ Ω.

Stromrichtertransformatoren:

Zum Einsatz kommen Einphasen-Transformatoren mit 2 Wicklungen und einstellbarer Übersetzung, daher werden insgesamt 12 Transformatoren pro Umrichterstation benötigt.

Stern-Stern: 525/√3 / 208,6/√3 ; 295 MVA

Stern-Dreieck: 525/√3 / 208,6 ; 295 MVA

$u_k = 15\%$

2.2.5.2 Berechnung der elektrischen Daten

Gleichstrom:

$$I_d = \frac{P_{2,zu}}{2 \cdot U_{d\alpha 2}} = \frac{3000 \text{ MW}}{2 \cdot 500 \text{ kV}} = 3000 \text{ A}$$

Scheinleistungsbedarf bei Nennbetrieb:

$$S_{L1,GR} = \frac{P}{\cos(\alpha) - d_X} = \frac{3000 \text{ MW}}{\cos(15^\circ) - 0,075} = 3367,3 \text{ MVA}$$

Die übertragbare Scheinleistung der Stromrichtertransformatoren ergibt:

$$S_{T,ges} = \underbrace{(3 \cdot S_{T,N})}_{\substack{6\text{-puls-} \\ \text{Brücke}}} \cdot \underbrace{2}_{\substack{12\text{-pulsiger} \\ \text{SR}}} \cdot \underbrace{2}_{\substack{\text{bipolare} \\ \text{Anlage}}} = 12 \cdot S_{T,N} = 12 \cdot 295 \text{ MVA} = 3540 \text{ MVA}$$

Die Stromrichtertransformatoren sind also ausreichend dimensioniert, auch unter Berücksichtigung der noch hinzukommenden Oberschwingungsblindleistung.

Transformatorreaktanzen:

Die Transformatorreaktanzen für einen Einphasen-Transformator ergibt sich aus seiner relativen Kurzschlussspannung, der ventileseitigen Nennspannung und der Nennleistung zu:

$$L_{Tr} = \frac{1}{2\pi f} \cdot u_k \cdot \frac{U^2}{S_{T,N}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} \cdot 0,15 \cdot \frac{\left(\frac{208,6}{\sqrt{3}} \text{ kV} \right)^2}{295 \text{ MVA}} = 23,476 \text{ mH}$$

Der durch die Impedanz Z_x beschriebene Spannungsabfall infolge der Kommutierung kann für die 6-pulsige Drehstrombrücke gemäß (2.35) berechnet werden. Für den 12-pulsigen Stromrichter müssen die Impedanzen der in Serie geschalteten 6-puls-Drehstrombrücken addiert werden:

$$Z_{X,12} = Z_{X,6\Delta} + Z_{X,6Y} = 2 \cdot Z_{X,6} = 2 \cdot (6 \cdot f \cdot L_{Tr}) = 12 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 23,476 \text{ mH} = 14,085 \Omega$$

Daraus ergeben sich der relative Spannungsabfall sowie der wirksame ohmsche Widerstand für den 12-pulsigen Stromrichter zu

$$d_x = \frac{Z_x \cdot I_d}{U_{di1}} = \frac{14,08 \Omega \cdot 3000 \text{ A}}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = 0,075 \quad R_k = d_r \cdot \frac{U_{di1}}{I_d} = 0,003 \cdot \frac{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}}{3000 \text{ A}} = 0,563 \Omega$$

Stromsteilheitsfaktor:

$$S_i = \frac{1}{I_{dN}} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{1}{I_{dN}} \cdot \frac{U_{dN}}{L_{Ges}} = \frac{500 \text{ kV}}{3000 \text{ A} \cdot (150 \text{ mH} + 4 \cdot 23,476 \text{ mH})} = 0,68 \frac{1}{\text{ms}}$$

Spannung auf der Wechselrichterseite:

Hierbei muss die bipolare Ausführung der Anlage berücksichtigt werden.

$$2 \cdot U_{d\alpha1} + 2 \cdot U_{d\alpha2} = (R_L + R_{d1} + R_{d2}) \cdot I_d$$

$$U_{d\alpha2} = \frac{(R_L + R_{d1} + R_{d2}) \cdot I_d - 2 \cdot U_{d\alpha1}}{2} = \frac{(15,8 \Omega + 2 \cdot 0,1 \Omega) \cdot 3 \text{ kA} - 1000 \text{ kV}}{2} = -476 \text{ kV}$$

AC-Spannungen auf der GR-Seite (U_{L1}) und der WR-Seite (U_{L2}) im Nennbetrieb:

$$U_{di\alpha1} = (R_{k1} + Z_{x1}) \cdot I_d + U_{d\alpha1} = 2 \cdot 1,35 \cdot U_{L1} \cdot \cos(\alpha_1)$$

oder

$$U_{L1} = \frac{U_{d\alpha1}}{2 \cdot 1,35 \cdot [\cos(\alpha_1) - (d_r + d_x)]} = \frac{500 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot [\cos(15^\circ) - 0,078]} = 208,6 \text{ kV}$$

$$U_{L2} = \frac{U_{d\alpha2}}{2 \cdot 1,35 \cdot [\cos(\alpha_2) - (d_r + d_x)]} = \frac{-476 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot [\cos(143^\circ) - 0,078]} = 201,1 \text{ kV}$$

Parameter der Regelstrecke:

$$r_{dL} = (2R_d + R_L) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}} = 16 \Omega \cdot \frac{3000 \text{ A}}{2 \cdot 2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = 0,0426$$

$$T_L = (2L_d + L_{Tr} + L_L) \cdot \frac{I_{dN}}{2U_{di1}} = \left(0,6 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} + 0,376 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} + 2 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \right) \cdot \frac{3000 \text{ A}}{2 \cdot 2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = 7,92 \text{ ms}$$

Kopplungsfaktor

$$K(s) = \frac{G_{12}(s) \cdot G_{21}(s)}{G_{11}(s) \cdot G_{22}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{r_{dL}}{d_{X2} + d_{r2}} + s \frac{T_L}{d_{X2} + d_{r2}}} = \frac{1}{1,55 + s(101,5 \text{ ms})}$$

2.2.5.3 Analyse der Regelung der HVDC-Übertragungsstrecke

Zur Analyse der Regelung der HVDC-Übertragungsstrecke werden 4 Betriebszustände betrachtet, deren stationäre Werte im Folgenden berechnet werden. In der Praxis ändern sich Wirkleistungsvorgaben jedoch nicht sprunghaft sondern mit einer Rampe im Bereich MW/min, also vergleichsweise langsam.

- **Stationäre Werte im Betriebsbereich ① ($0 \leq t \leq 1$ s):**

$P = 3$ GW, $I_d = I_{dN} = 3000$ A und $U_{d\alpha 1} = 2 \cdot 500$ kV = 1000 kV:

$$u_{d\alpha 1} = \frac{U_{d\alpha 1}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{L1}} = \frac{500 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = 0,8878 \quad u_{d\alpha 2} = \frac{U_{d\alpha 2}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{L2}} = \frac{-476 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = -0,845$$

$$i_d = \frac{I_d}{I_{dN}} = \frac{3000 \text{ A}}{3000 \text{ A}} = 1$$

$$\alpha_1 = \arccos(u_{d\alpha 1} + (d_{x1} + d_{r1}) \cdot i_d) = \arccos(0,8878 + 0,078) = 15,04^\circ$$

$$\alpha_2 = \arccos(u_{d\alpha 2} + (d_{x2} + d_{r2}) \cdot i_d) = \arccos(-0,845 + 0,078) = 140,1^\circ$$

$$\gamma = \arccos(-u_{d\alpha 2} + [d_{x2} - d_{r2}] \cdot i_d) = \arccos(0,845 + [0,075 - 0,003] \cdot 1) = 23,5^\circ$$

$$u_2 = \arccos[\cos(\alpha) - 2 \cdot d_X] - \alpha = \arccos[\cos(140,1^\circ) - 2 \cdot 0,075] - 140,1^\circ = 180^\circ - 140,1^\circ - 23,5^\circ = 16,4^\circ$$

- **Stationäre Werte im Betriebspunkt ② ($1 \leq t \leq 10$ s):**

$P = 0,8 \cdot 3$ GW = 2,4 GW

Auf die Spannung $U_{d\alpha 2} = -2 \cdot 476$ kV = -952 kV wird geregelt, α_2 bleibt dadurch (stationär) konstant bei $140,1^\circ$. Aus der Abgabeleistung am Gleichrichter

$$P_{1,ab} = U_{d\alpha 1} \cdot I_d = (U_{d\alpha 2} + (R_L + 2R_d) \cdot I_d) \cdot I_d$$

kann der Strom I_d berechnet werden:

$$I_d = -\frac{U_{d\alpha 2}}{2 \cdot (R_L + 2R_d)} + \sqrt{\left(\frac{U_{d\alpha 2}}{2 \cdot (R_L + 2R_d)}\right)^2 + \frac{P_{1,ab}}{(R_L + 2R_d) \cdot I_d}}$$

$$= -\frac{476 \text{ kV}}{16 \Omega} + \sqrt{\left(\frac{476 \text{ kV}}{16 \Omega}\right)^2 + \frac{2400 \text{ MW}}{16 \Omega}} = 2422,4 \text{ A} \quad \text{d.h.} \quad i_d = \frac{I_d}{I_{dN}} = \frac{2422,4 \text{ A}}{3000 \text{ A}} = 0,8075$$

$$U_{d\alpha 1} = \frac{(R_L + R_{d1} + R_{d2}) \cdot I_d - 2 \cdot U_{d\alpha 2}}{2} = \frac{(15,8 \Omega + 2 \cdot 0,1 \Omega) \cdot 2422,2 \text{ A} + 952 \text{ kV}}{2} = +495,38 \text{ kV}$$

$$u_{d\alpha 1} = \frac{U_{d\alpha 1}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{L1}} = \frac{495,38 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = 0,8187 \quad u_{d\alpha 2} = -0,845$$

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{U_{d\alpha 1}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{L1}} + (d_{x1} + d_{r1}) \cdot i_d\right) = \arccos\left(\frac{495,38}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} + 0,078 \cdot 0,8075\right) = 19,52^\circ$$

$$\alpha_2 = 140,1^\circ$$

$$\gamma = \arccos(-u_{d\alpha 2} + [d_{x2} - d_{r2}] \cdot i_d) = \arccos(0,845 + [0,075 - 0,003] \cdot 0,8075) = 25,43^\circ$$

$$u_2 = 180^\circ - 140,1^\circ - 25,43^\circ = 14,5^\circ$$

- **Stationäre Werte im Betriebspunkt ③ ($10 \leq t \leq 20$ s):**

$$P = 0,8 \cdot 3 \text{ GW} = 2,4 \text{ GW}$$

Die Spannung $U_{d\alpha 2}$ wird von -952 kV um 7,5% auf -880,6 kV abgesenkt. Dadurch verändern sich beide Steuerwinkel und der Gleichstrom.

$$I_d = -\frac{440,3 \text{ kV}}{16 \Omega} + \sqrt{\left(\frac{440,3 \text{ kV}}{16 \Omega}\right)^2 + \frac{2400 \text{ MW}}{16 \Omega}} = 2602,4 \text{ A} \quad \text{d.h.} \quad i_d = \frac{I_d}{I_{dN}} = \frac{2602,4 \text{ A}}{3000 \text{ A}} = 0,8675$$

$$U_{d\alpha 1} = \frac{(R_L + R_{d1} + R_{d2}) \cdot I_d - 2 \cdot U_{d\alpha 2}}{2} = \frac{(15,8 \Omega + 2 \cdot 0,1 \Omega) \cdot 2602,2 \text{ A} + 880,6 \text{ kV}}{2} = +461,1 \text{ kV}$$

$$u_{d\alpha 1} = \frac{U_{d\alpha 1}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{L1}} = \frac{461,1 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = 0,8187 \quad u_{d\alpha 2} = \frac{U_{d\alpha 2}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{L2}} = \frac{-440,3 \text{ kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot 208,6 \text{ kV}} = -0,7818$$

$$\alpha_1 = \arccos(u_{d\alpha 1} + (d_{x1} + d_{r1}) \cdot i_d) = \arccos(0,8187 + 0,078 \cdot 0,8675) = 27,6^\circ$$

$$\alpha_2 = \arccos(u_{d\alpha 2} + (d_{x2} + d_{r2}) \cdot i_d) = \arccos(-0,7818 + 0,078 \cdot 0,8675) = 135,6^\circ$$

$$\gamma = \arccos(-u_{d\alpha 2} + [d_{x2} - d_{r2}] \cdot i_d) = \arccos(0,7818 + [0,075 - 0,003] \cdot 0,8675) = 32,41^\circ$$

$$u_2 = 180^\circ - 135,6^\circ - 32,41^\circ = 12^\circ$$

- **Stationäre Werte im Betriebspunkt ④ ($20 \leq t \leq 25$ s):**

$$P = 0,8 \cdot 3 \text{ GW} = 2,4 \text{ GW}$$

Die Spannung $U_{d\alpha 2}$ wird von -952 kV um 7,5% auf -1023,4 kV erhöht. Der minimal zulässige Löschwinkel begrenzt die Spannung. Aus Gleichung folgt

$$P_{1,ab} = U_{d\alpha 1} \cdot I_d = (2 \cdot 2 \cdot 1,35 \cdot U_{L2} \cdot \cos(\gamma) + (R_L + 2R_d - 2Z_{X2} + 2R_{k2}) \cdot I_d) \cdot I_d$$

oder

$$\frac{P_{1,ab}}{2 \cdot 2 \cdot 1,35 \cdot U_{L2} \cdot I_{dN}} = [\cos(\gamma) + (r_{dL} - d_{X2} + d_{r2}) \cdot i_d] \cdot i_d$$

kann der Strom I_d und daraus die anderen Größen berechnet werden:

$$i_d = -\frac{\cos(\gamma)}{2 \cdot (r_{dL} - d_{X2} + d_{r2})} - \sqrt{\left(\frac{\cos(\gamma)}{2 \cdot (r_{dL} - d_{X2} + d_{r2})}\right)^2 + \frac{P_{1,ab}}{2 \cdot 2 \cdot 1,35 \cdot U_{L2} \cdot (r_{dL} - d_{X2} + d_{r2})}} = 0,7604$$

$$\gamma = 17^\circ$$

$$u_{d\alpha 2} = -[\cos(17^\circ) + (-d_{X2} + d_{r2}) \cdot i_d] = -[0,9563 - 0,072 \cdot 0,7604] = -0,9016$$

$$\alpha_2 = \arccos(u_{d\alpha 2} + (d_{x2} + d_{r2}) \cdot i_d) = \arccos(-0,9016 + 0,078 \cdot 0,7604) = 147,4^\circ$$

$$u_{d\alpha 1} = (r_{dL} + d_{X2} + d_{r2}) \cdot i_d - \cos(147,4^\circ) = 0,1206 \cdot 0,7604 - (-0,8423) = 0,934$$

$$\alpha_1 = \arccos(u_{d\alpha 1} + (d_{x1} + d_{r1}) \cdot i_d) = \arccos(0,934 + 0,078 \cdot 0,7604) = 6,6^\circ$$

$$u_2 = 180^\circ - 147,4^\circ - 17^\circ = 15,6^\circ$$

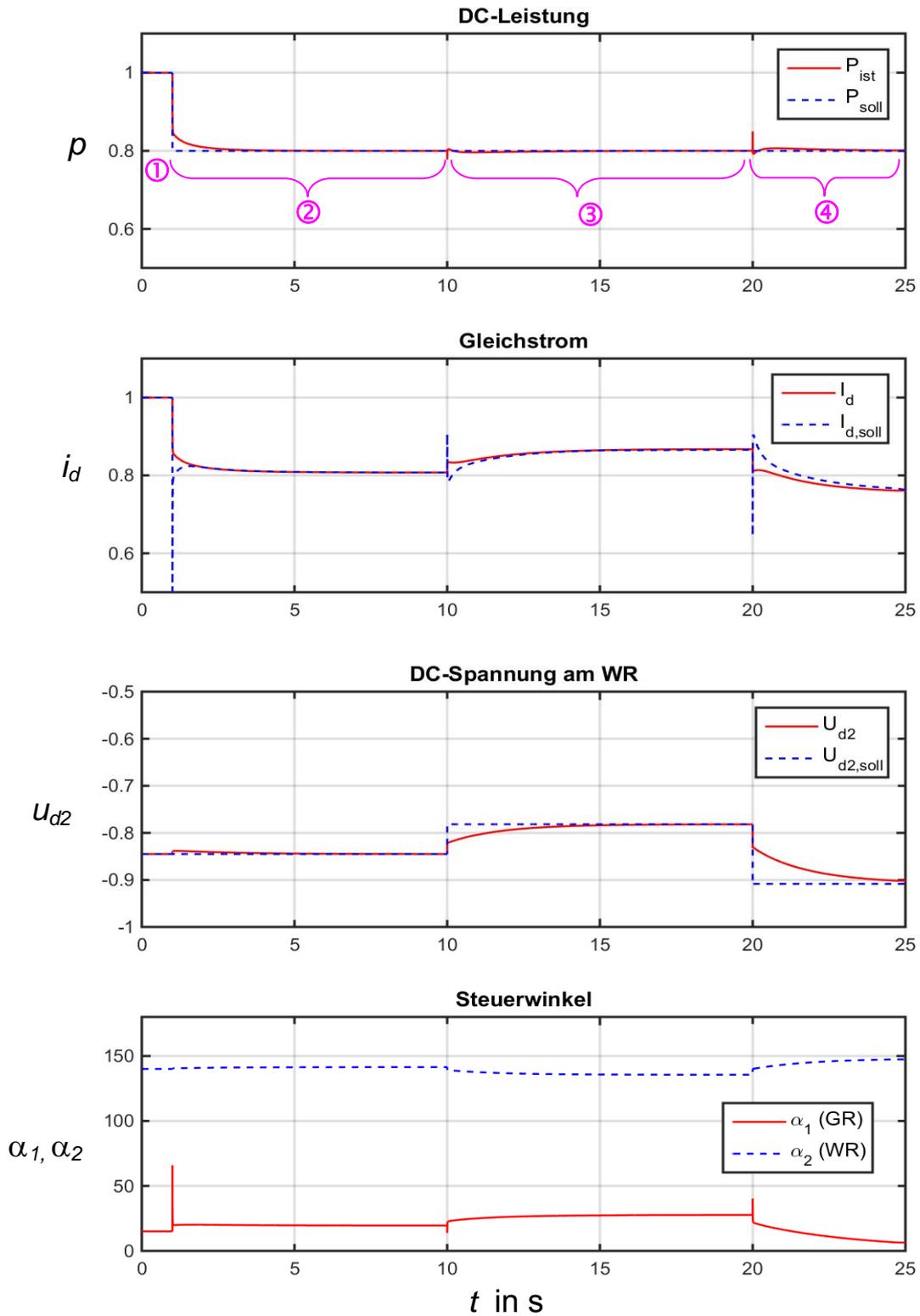


Bild 2.29 Zeitverläufe wichtiger elektrischer Betriebsparameter einer HVDC-Übertragungsstrecke mit den Parametern für verschiedene Betriebszustände und Sollwertvorgaben gemäß Abschnitt 2.2.5.3

2.2.6 AC- und DC-Filter

2.2.6.1 AC Filter

Die AC-Filter könnten in Serienschaltung ausgeführt sein, d. h. längs zwischen Netz und HGÜ-Station oder sie können parallel zum Netz angeordnet sein (**Bild 2.30a**). Bei der Serienschaltung müsste das Filter den vollen Strom führen, außerdem müssten alle Filterelemente gegen die volle Netzspannung isoliert sein. Ein weiterer Vorteil der parallel zum Netz angeordneten Filter ist, dass ihre Blindleistung lastunabhängig ist, was eine einfachere Steuerung der Blindleistung ermöglicht.

Bild 2.30a zeigt eine Zusammenstellung der möglichen Filterschaltungen auf der Drehstromseite. In **Bild 2.30b** ist die Impedanz eines AC-Filters 2. Ordnung (Double Tuned, DT) dargestellt. Die Filterimpedanz ist minimal im Bereich der 11. und 13. sowie der 23. und 25. Harmonischen der Netzfrequenz. Für die Impedanz des Filters gilt:

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{j\omega R_1 [L_2 + L_1 \cdot (1 - \omega^2 L_2 C_2)]}{R_1(1 - \omega^2 L_2 C_2) + j\omega [L_2 + L_1 \cdot (1 - \omega^2 L_2 C_2)]} \quad (2.117)$$

Werte für die Bauelemente des bereits realisierten Filters (**Bild 2.30b**) sind:

$$R_1 = 500 \, \Omega$$

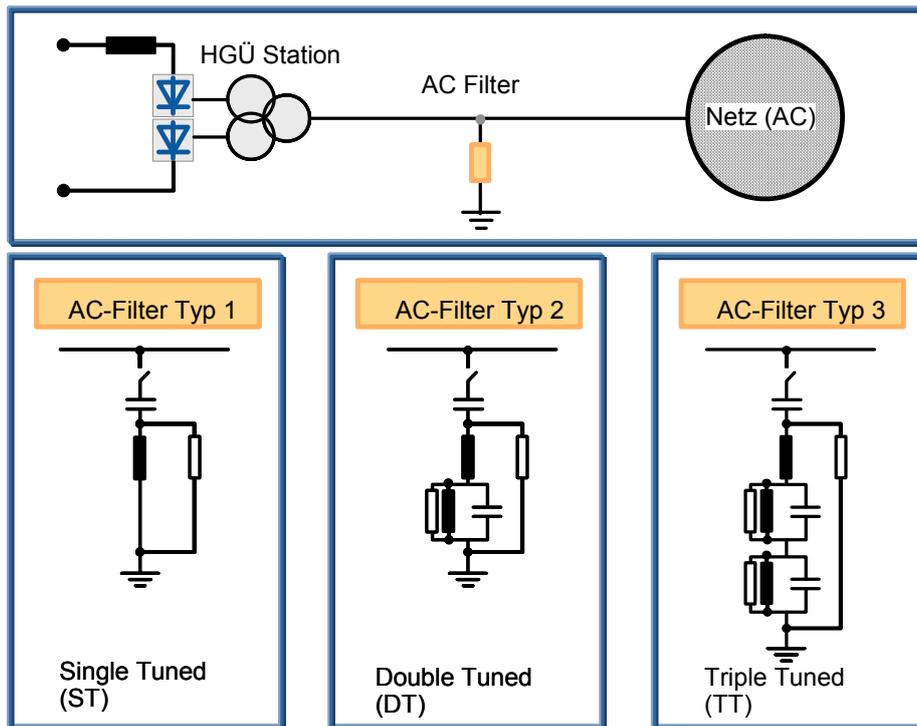
$$L_1 = 10,89 \, \text{mH} \quad C_1 = 2,79 \, \mu\text{F}$$

$$L_2 = 7,06 \, \text{mH} \quad C_2 = 5,64 \, \mu\text{F}$$

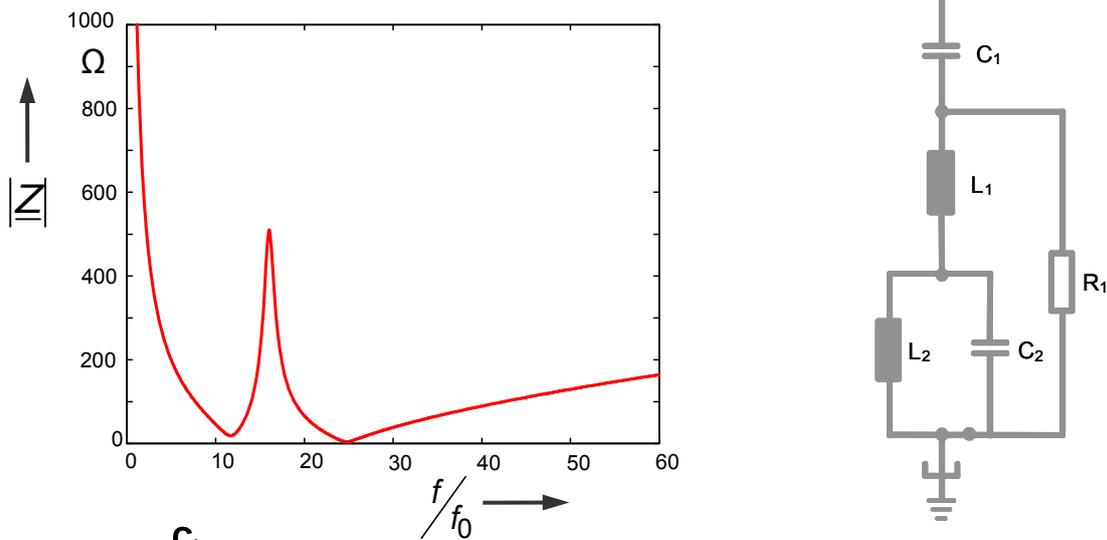
In **Bild 2.30c** ist der Aufbau eines AC-Filters (double tuned, DT) dargestellt.

Man unterscheidet scharf abgestimmte Filter mit reinen L-C-Elementen und Hochpassfilter mit einem Widerstand parallel zu den Drosselspulen. Scharf abgestimmte Filter haben den Vorteil, dass ihre Impedanz im Resonanzpunkt besonders niedrig und damit die Filterung besonders effektiv ist. Nachteilig wirkt sich die Empfindlichkeit der Resonanzstelle gegen eine Verstimmung aus. Eine solche Verstimmung ist in der Praxis aus konstruktiven Gründen kaum vermeidbar. Deshalb wurde bei frühen HGÜ-Anlagen die Drosselinduktivität veränderbar gestaltet. Dies geschah entweder durch feinstufige Anzapfungen an der Wicklung der Drosselspule oder durch Eisenkerne, deren Magnetisierung durch z. B. einen veränderlichen Gleichstrom geeignet eingestellt werden kann.

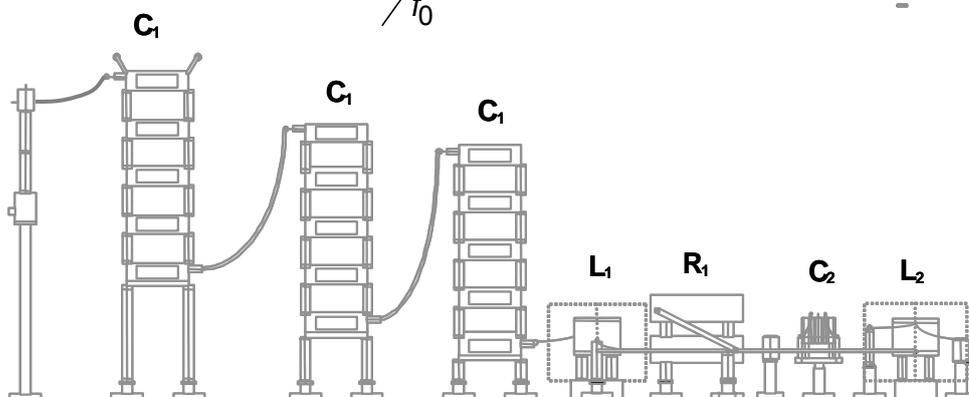
Eine kostengünstigere Lösung ist die Verwendung von Hochpassfiltern mit einem Dämpfungswiderstand parallel zur Drosselinduktivität. Diese Filter haben die vorteilhafte Eigenschaft, dass die Filterimpedanz in einem relativ breiten Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz relativ niedrig ist. Außerdem nähert sich die Filterimpedanz bei hohen Frequenzen einem Wert, der durch den Dämpfungswiderstand gegeben ist. Dadurch werden auch höherfrequente Harmonische noch gedämpft.



a.



b.



c.

Bild 2.30 AC-Filter zur Unterdrückung der Harmonischen in den Netzströmen

a. Anordnung und Arten der AC-Filter

b. Impedanz (Betrag) eines AC-Filters Double Tuned, DT, $f_0 =$ Netzfrequenz (50 Hz)

c. Anlagentechnische Ausführung eines AC-Filters

Die Festlegung der Filtereigenschaften erfolgt nach Kriterien der Spannungsverzerrung und der Telefonstörung. Man verlangt von den Filtern, dass sie im Zusammenwirken mit dem jeweiligen Drehstromnetz die Oberschwingungsströme soweit reduzieren, dass die ins Netz abfließenden Restströme an den Netzreaktanzen die maximal zulässigen Spannungsverzerrungen nicht überschreiten. Außerdem sollen Telefonstörungen ausgeschlossen sein.

Zur Beschreibung der Telefonstörung definiert man die Größen TIF (Telefon-Interferenz-Faktor) und THFF (Telefon-Harmonischer-Form-Faktor). Zur Berechnung von TIF und THFF werden die einzelnen Effektivwerte der Oberschwingungen mit einem Faktor, unterschiedlich für TIF und THFF, gewichtet und geometrisch aufsummiert.

Zur Beschreibung der Netzurückwirkungen werden Grenzwerte für die Einzelverzerrungen D_n meist bis zur 50. Harmonischen festgelegt. Die Einzelverzerrung D_n ist gemäß

$$D_n = \frac{U_n}{U_1}$$

mit

(2.118)

U_n : Effektivwert der Oberschwingung mit der Frequenz $n \cdot f_0$

U_1 : Effektivwert der Grundschwingung mit der Frequenz f_0

definiert. Meist wird auch die Gesamtverzerrung D_{tot} spezifiziert

$$D_{tot} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} D_n^2} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{U_n}{U_1} \right)^2} \quad . \quad (2.119)$$

Ein üblicher oberer Grenzwert für D_{tot} ist 2%.

Bild 2.31 zeigt das Ersatzschaltbild für die Oberschwingungen im Netzstrom im Zusammenwirken mit der Netzimpedanz Z_N .

$$U_n = I_n \cdot \left| \frac{Z_N \cdot Z_F}{Z_N + Z_F} \right| \quad (2.120)$$

Gleichung (2.120) beinhaltet die Netzimpedanz, deren Kenntnis also zur Berechnung der Effektivwerte der Harmonischen in der Netzspannung bis in den kHz-Bereich bekannt sein muß.

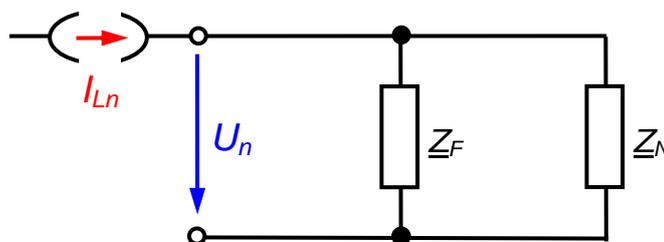


Bild 2.31 Ersatzschaltbild zur Berechnung der harmonischen Verzerrung in der netzseitigen Spannung

Prinzipiell kann die Netzimpedanz \underline{Z}_N durch eine Nachbildung des realen Netzes berechnet werden. Hinsichtlich der Netzbelastung muß man verschiedene Szenarien annehmen, da Messungen gezeigt haben, dass die Netzimpedanz für Schwachlast eine ganz andere ist als bei Starklast. Man muß außerdem Annahmen über die Netzkonfiguration, d. h. über die in Betrieb befindlichen Verbraucher, Leitungen und Generatoren sowie die Nachbildung der Impedanz eines jeden dieser Netzelemente treffen. In der Praxis führt man eine Bestimmung der Netzimpedanz \underline{Z}_N durch eine Netznachbildung nur bei einfachen Netzstrukturen und auch nur dann aus, wenn die Einhaltung der spezifizierten Verzerrungen ein kritischer Faktor für die Auslegung der Anlage darstellt.

Bild 2.32 zeigt die Ortskurve der Netzimpedanz eines Hochspannungsnetzes im Bereich zwischen 50 Hz und 255 Hz. Bei Frequenzen zwischen 100 Hz und 140 Hz ist das System induktiv, während es bei 150 Hz und 165 Hz kapazitiv ist. Resonanzstellen liegen bei etwas über 140 Hz, unterhalb von 245 Hz und etwas über 250 Hz. Diese Ortskurve gilt nur für eine einzige Netzkonfiguration.

Um sicherzustellen, dass die Netzimpedanzkurve, die zur Auslegung des Filters verwendet wird, alle Betriebsfälle abdeckt, wird ein Kreis um alle gemessenen oder berechneten Ortskurven definiert, die diese einschließt. Anschließend wird für Studien zur Filterauslegung jede in diesem Kreis liegende Impedanz als möglich angesehen. Mit entsprechenden Algorithmen werden diejenigen Impedanzen innerhalb des Kreises gesucht, die zu den größten Einzelverzerrungen führen. Um den Suchraum etwas einzuschränken, definiert man die Winkel ϕ_1 und ϕ_2 , typischerweise zwischen 75° und 85° , sowie einen Minimalwert für den ohmschen Anteil R. Mit dieser Methode liegt man auf der sicheren Seite, da zukünftige Szenarien berücksichtigt werden. Ferner erzielt man eine pessimistische Abschätzung der auftretenden Harmonischen, speziell bei niedrigen Frequenzen, da die Impedanz bei niedrigen Frequenzen nur wenig variiert und sich keinesfalls im gesamten Kreis bewegt. Nachteilig ist, dass man auf diese Weise ein überdimensioniertes Filter erhält.

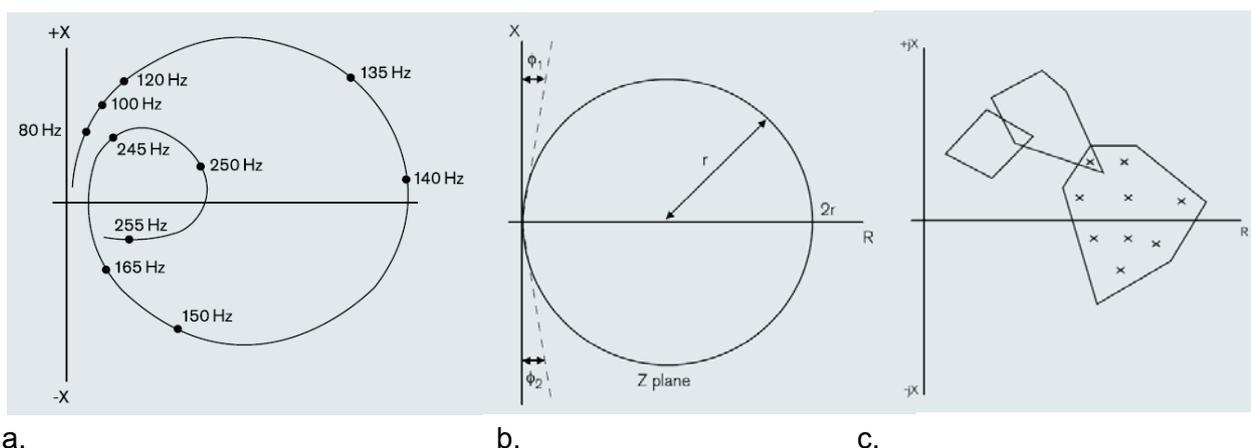


Bild 2.32 Verfahren zur Bestimmung der Netzimpedanz zur Dimensionierung des AC-Filters
a. Beispielhafter Verlauf einer Netzimpedanz im Bereich zwischen 50 Hz und 255 Hz
b. Impedanzkreis-Methode
c. Polygonzug-Methode

Ein anderer Ansatz ist die Polygonzugmethode. Hierbei berücksichtigt man, dass das Netz bei jeder Harmonischen eine bestimmte Impedanz, abhängig von der Netzkonfiguration aufweist. Für jede Harmonische kann daher ein Polygonzug definiert werden, der alle berechneten oder gemessenen Impedanzen einschließt. Nun wird für jede Harmonische innerhalb des Polygonzugs diejenige Impedanz gesucht, die zu den größten Einzelverzerrungen führt. Durch die Definition des Polygonzugs ist der Suchraum für jede Harmonische im Vergleich zum Impedanzkreis stark eingeschränkt. Dies resultiert in einem realistischeren Filterdesign und vermeidet stark überdimensionierte Filter.

2.2.6.2 DC-Filter

Die gleichstromseitig vorhandenen Wechselströme, die dem Gleichstrom I_d überlagert sind, können Störungen benachbarter elektrischer Leitungen und Anlagen, z. B. von Telefonleitungen, bewirken. Dem kann man durch gleichstromseitig angeordnete Filter begegnen, wenn der Gleichstrom nicht durch ein Kabel sondern durch eine Freileitung übertragen wird. Es kann allerdings wirtschaftlicher sein, einen entsprechenden Abschnitt einer Telefonleitung zu schirmen, anstatt ein teures und aufwendiges Gleichstromfilter vorzusehen.

DC-Filter ähneln sehr stark den AC-Filtern. Auch hier gibt es mehrere Typen von Filtern: einfach und doppelt abgestimmte Filter mit und ohne Hochpasseigenschaft. In einer Stromrichterstation können DC-Filter von einem oder mehreren Typen eingesetzt werden. Es gibt dennoch einige Unterschiede der DC-Filter zu AC-Filtern:

- Die bei AC-Filtern automatisch gegebene gleichmäßige Spannungsaufteilung auf die vielen in Serie geschalteten Einzelkondensatoren ist auf der Gleichstromseite bei DC-Filtern nicht gegeben. Vielmehr muß eine lineare Spannungsaufteilung durch entsprechende Parallelschaltung von (hochohmigen) Widerständen sichergestellt werden.
- Die Impedanz auf der Gleichstromseite ist im Wesentlichen konstant – im Gegensatz zur Netzseite, wo sich die Netzimpedanz Z_N über einen weiten Bereich ändern kann. DC-Filter können mit wesentlich höheren Güten realisiert werden, da Resonanzen der Filterkapazität mit dem Gleichstromnetz praktisch nicht zu befürchten sind.

Die bei AC-Filtern automatisch gegebene gleichmäßige Spannungsaufteilung auf die vielen in Serie geschalteten Einzelkondensatoren ist auf der Gleichstromseite bei DC-Filtern nicht gegeben. Vielmehr muß eine lineare Spannungsaufteilung durch entsprechende Parallelschaltung von (hochohmigen) Widerständen sichergestellt werden.

2.2.6.3 Aufbau moderner Thyristoren für HGÜ-Anlagen

1997 wurde von Siemens erstmals eine HGÜ-Anlage (Celilo Converter Station) mit lichtgezündeten Thyristoren (Light Triggered Thyristor, LTT) ausgerüstet. Die Lichtleistung beträgt derzeit ca. 40 mW, die notwendige Dauer der Lichtimpulse ist ca. 10 μ s. Die Lichtpulse werden durch Laserdioden erzeugt und durch Lichtwellenleiter (LWL) übertragen. Die Übertragungsstrecke kann dabei bis zu 100 m betragen. Dadurch können Thyristor und Steuerelektronik räumlich getrennt werden; dies verringert EMV-Probleme, also elektromagnetische Einkopplungen in Steuerleitungen und die Anstreuerelektronik. Durch die Einführung des lichtgezündeten Thyris-

tors konnte der Aufwand für ein Thyristorventil inklusive der Ansteuerung des Thyristors um ca. 80 % reduziert werden. Dies erhöht die Zuverlässigkeit der Anlage ganz wesentlich. Derzeit kommen Thyristoren mit einem Wafer-Durchmesser von 5“, einer Sperrspannung von 8 kV und einer Stromtragfähigkeit von bis zu 4500 A zum Einsatz.

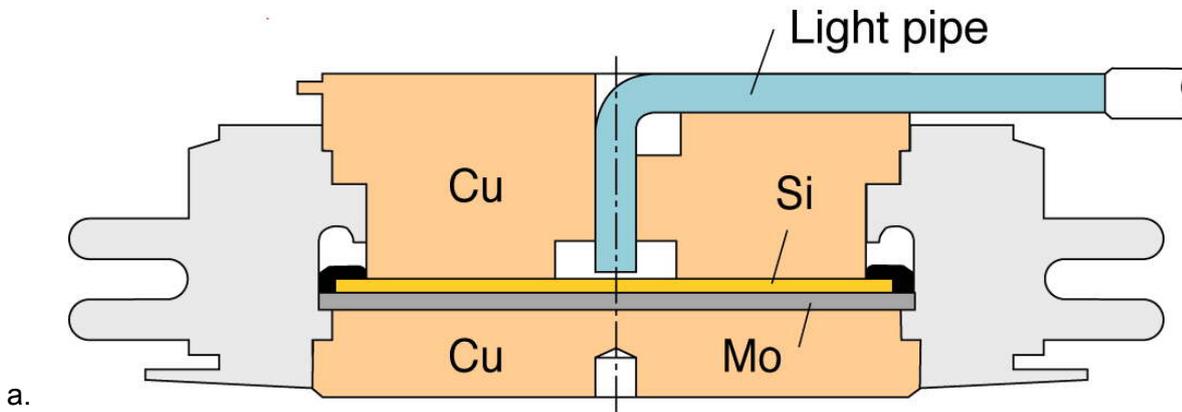


Bild 2.33 Lichtgezündete Thyristoren (LTT)
a. Schnittbild
b. Thyristor und Halbleiterscheibe (Wafer)

2.2.7 Glättungsdrossel und Stromrichtertransformatoren

2.2.7.1 Stromrichtertransformatoren

Stromrichtertransformatoren können in 4 Ausführungsformen gebaut werden:

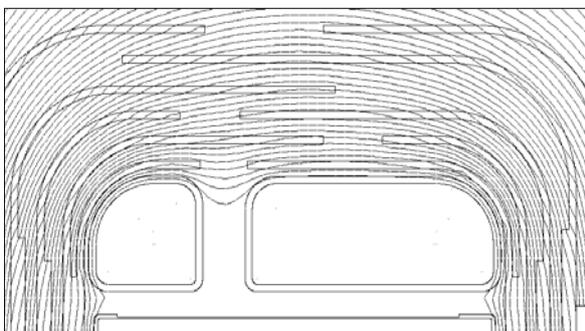
- Einphasentransformator mit 2 Wicklungen (1 Netzwicklung, 1 Ventilwicklung)
- Einphasentransformator mit 3 Wicklungen (1 Netzwicklung, 3 Ventilwicklung (in Stern- und Dreieckschaltung))
- Dreiphasentransformator mit 2 Wicklungen (1 Netzwicklung, 1 Ventilwicklung)
- Dreiphasentransformator mit 3 Wicklungen (1 Netzwicklung, 3 Ventilwicklung (in Stern- und Dreieckschaltung))

Das Transportgewicht der 4 Varianten ist

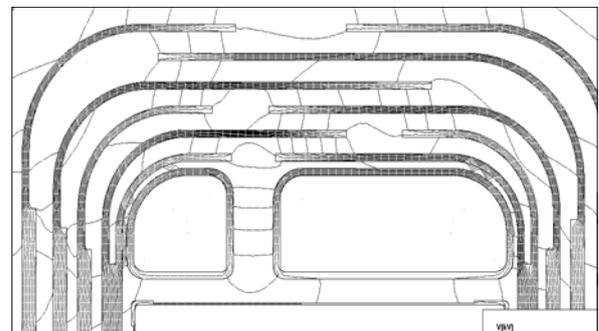
$$1 : 1,6 : 2,2 : 3,6$$

Die Variante, die letztlich realisiert wird, hängt von den Transportmöglichkeiten (Straße, Eisenbahn, Schiff) ab. Diese werden durch das Gewicht und die Abmessungen des Transformators bestimmt.

In HGÜ-Transformatoren treten zusätzlich zur Wechselspannungsbeanspruchung (von der Netzseite her kommend) noch Gleichspannungsbeanspruchungen auf. Im Öl-Papier-Dielektrikum ergibt sich für die beiden Spannungsarten eine deutlich unterschiedliche Verteilung (**Bild 2.34**). Bei Wechselspannungsbeanspruchung teilt sich das elektrische Feld entsprechend den Dielektrizitätszahlen auf das Papier und das Öl auf. Die Dielektrizitätszahlen betragen ca. 2,2 für Öl und ca. 4,5 für ölprägniertes Transformerboard; sie unterscheiden sich also nicht sehr stark. Die höchste Beanspruchung tritt entsprechend dem Verhältnis 4,5 : 2,2 im Öl auf. Bei Gleichspannungsbeanspruchung erfolgt die Aufteilung der Spannungsabfälle über dem Papier und dem Öl entsprechend den ohmschen Widerständen, d. h. entsprechend den elektrischen Leitfähigkeiten der beiden Materialien. Hier sind sehr große Unterschiede vorhanden. Die Leitfähigkeit der Feststoffisolation (Papier und Transformerboard) ist ca. 100-mal größer als jene von Öl. Demnach fällt über der Feststoffisolation der größte Teil der Spannung ab. Die elektrischen Leitfähigkeiten von Öl und Papier sind jedoch stark temperaturabhängig, außerdem spielt auch die im Laufe des Betriebs unvermeidliche Alterung für die Leitfähigkeit eine große Rolle.



a.



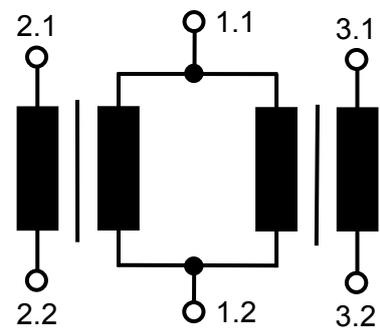
b.

Bild 2.34 Äquipotenziallinien einer Wicklungsanordnung (Wicklung = 100 %) bei

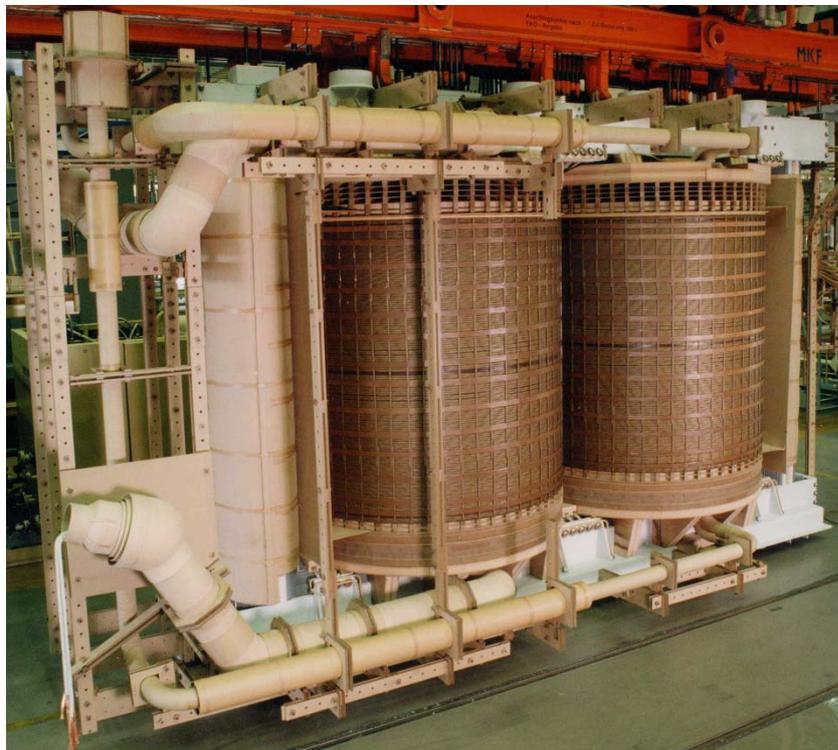
- Wechselspannungsbeanspruchung
- Gleichspannungsbeanspruchung



a.



b.



c.

Bild 2.35 a. 345-MVA-Einphasen-HGÜ-Transformator (230 kV/ $\sqrt{3} \pm 16\%$ / 208,6 kV/ $\sqrt{3}$ / 208,6kV) im Prüffeld des Herstellers bei der Gleichspannungsprüfung
 b. Prinzipschaltung des Transformators
 c. Aktivteil des Transformators

Bild 2.35a zeigt einen Einphasen-HGÜ-Transformator mit 3 Wicklungen, d. h. der Netzwicklung und 2 Ventilwicklungen. In **Bild 2.35b** ist das zugehörige Schaltbild dargestellt. Der Transformator hat 2 bewickelte Kernschenkel. Die Netzwicklung (Anschlüsse 1.1 und 1.2) befindet sich auf jedem der Kernschenkel. Auf dem einen Schenkel ist die Ventil-Stern-Wicklung (2.1 und 2.2) und auf dem anderen die Ventil-Dreieckwicklung (3.1 und 3.2) angeordnet.

Bei einer 12-pulsigen Stromrichtergruppe müssen die Spannungssysteme auf der Ventilseite um 30° gegeneinander verschoben sein. Deshalb werden einphasige Stromrichtertransformatoren zu Yy0- und Yd5-Schaltgruppen verschaltet. In Dreiphasentransformatoren sind diese beiden Schaltgruppen als Yy0d5-Schaltung in einem Kessel realisiert. Bei größeren Leistungen von ca. > 100 MVA kommen wegen der Baugröße und den damit verbundenen Transportproblemen üblicherweise Einphasentransformatoren zu Einsatz.

2.2.7.2 Glättungsdrosseln

Drosseln zur Glättung des Gleichstromes sind als Luftspulen ausgeführt. Das Magnetfeld wird jedoch außerhalb der Spule in einem Rahmen aus Kernblechen geführt, um ein Eindringen in den Stahlkessel zu vermeiden. Dies würde zu hohen Verlusten und damit zu unzulässig hohen Temperaturen führen. **Bild 2.36** zeigt eine Glättungsdrossel mit einer Induktivität von 270 mH, die für einen Gleichstrom von 3000 A ausgeführt ist. Die Drossel muß für den vollen Gleichspannungspegel ausgelegt sein. Im vorliegenden Fall wurden die Klemmen mit einer Blitzstoßspannung von 1950 kV gegen Erde geprüft. Bei der Gleichspannungsprüfung sind die Umpolprüfung und die reine Gleichspannungsprüfung mit einer Polarität zu unterscheiden. Hier betragen die Prüfpegel 664 kV (Umpolprüfung) und 773 kV (Gleichspannungsprüfung mit positiver Polarität).



Bild 2.36 270-mH-Glättungsdrossel bei der Abnahmeprüfung beim Hersteller, seitlich Mehrfachabschneidefunkenstrecke zur Erzeugung abgeschnittener Blitzstöße

2.2.8 Aufbau der Stromrichterstation

In **Bild 2.37** ist der Aufbau einer Ventileinheit dargestellt. Die in Serie geschalteten Ventile A, B, C und D sind in zwei direkt nebeneinander angeordneten Ventiltürmen angeordnet. In vielen Anlagen sind die Ventiltürme hängend an der Decke der Ventilhalle befestigt. Auf diese Weise wird die Erdbebensicherheit der Anlage im Vergleich zu einem stehenden Ventilturm erhöht.

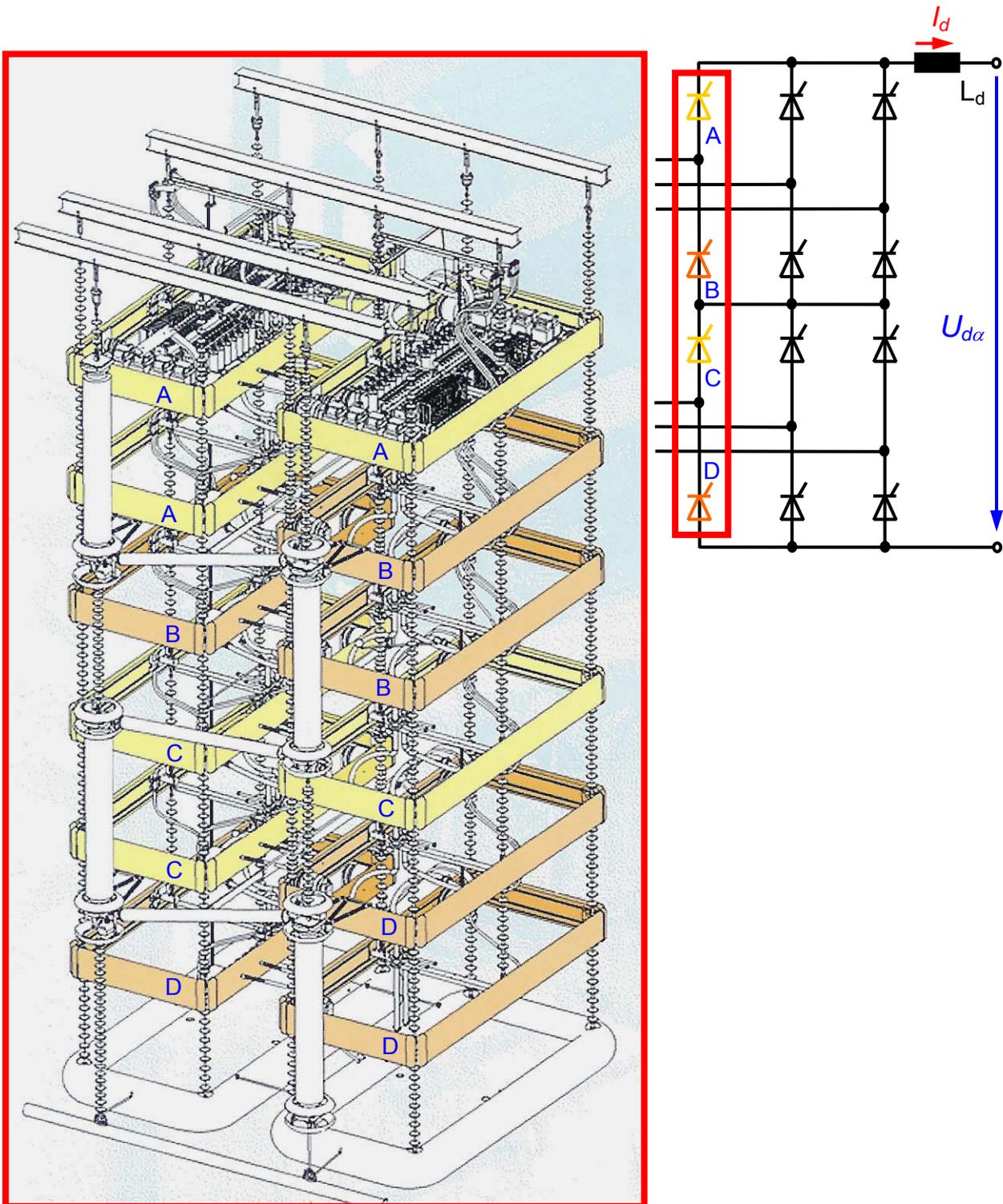


Bild 2.37 Aufbau eines Ventilturms mit den in Serie geschalteten Ventilen A, B, C und D

Es gibt insgesamt 3 gleichstromseitig parallel geschaltete Ventilgruppen, deren Einzelventile in Serie geschaltet sind. Für eine 12-pulsige Stromrichtergruppe benötigt man also 3 Ventiltürme, die aus 2 Teilen bestehen.



Bild 2.38 Aufbau der Ventilhalle für eine 12-pulsige Stromrichtergruppe

2.3 Selbstgeführte Stromrichter für HGÜ-Anlagen (HVDC Plus, HVDC Light)

2.3.1 2-Level-Umrichter

2.3.1.1 Schaltung

Der einfachste selbstgeführte Stromrichter mit Gleichspannungszwischenkreis ist in **Bild 2.39** dargestellt. Die Kondensatoren seien durch eine hier nicht gezeichnete Schaltung stets auf die Spannung $U_{DC}/2$ aufgeladen. Ihre Entladung durch den Verbraucher sei vernachlässigbar (C sehr groß). Bei positiver Stromrichtung (wie gezeichnet) liegt beim Einschalten von T1 die Spannung $U_{DC}/2$ am Verbraucher oder wenn T1 ausgeschaltet ist und der Strom über die untere Diode fließt die Spannung $-U_{DC}/2$. Bei negativer Stromrichtung muss T2 zugeschaltet werden, damit die Spannung $-U_{DC}/2$ am Verbraucher anliegt. Die Spannung U_{AC} kann also entweder den Wert $+U_{DC}/2$ oder $-U_{DC}/2$ annehmen. Deshalb wird diese Schaltung auch als 2-Level-Umrichter bezeichnet.

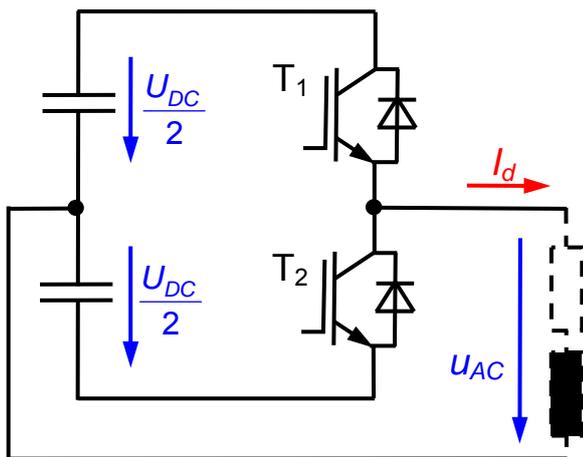


Bild 2.39 2-Level-Umrichter mit IGBT's als Schaltelemente

2.3.1.2 Steuerverfahren am Beispiel des 2-Level-Umrichters

Für Anwendungen im Bereich der Mittel- und Hochspannungstechnik legt man auf die folgenden Eigenschaften besonderen Wert:

- möglichst hohe Ausnutzung der DC-Zwischenkreisspannung, d. h. möglichst große Amplitude der Umrichterausgangsspannung bei gegebener DC-Zwischenkreisspannung,
- möglichst geringe Schaltfrequenz der Halbleiter,
- möglichst ideal sinusförmige Ausgangsspannung, d. h. geringer Oberschwingungsgehalt in der Ausgangsspannung.

Grundsätzlich existieren eine Reihe von Steuerverfahren für Umrichter für die verschiedensten Anwendungen mit den unterschiedlichsten Eigenschaften. Grundsätzlich wird eine gewünschte sinusförmige Ausgangsspannung $u(t)$ durch die begrenzte Anzahl an möglichen Schaltzuständen nur grob nachgebildet.

Sinus-PWM

Bei der Sinus-PWM wird die gewünschte Ausgangsspannung $u(t)$ mit einem sägezahnförmigen Signal $y(t)$ deutlich höherer Frequenz als $u(t)$ verglichen. Falls $u(t) \geq y(t)$ ist, soll u_{AC} die Spannung $+U_{DC}/2$, ansonsten soll u_{AC} den Wert $-U_{DC}/2$ annehmen:

$$u_{AC}(t) = \begin{cases} +\frac{U_{DC}}{2} & \text{falls } u(t) \geq y(t) \\ -\frac{U_{DC}}{2} & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.121)$$

Die Sinus-PWM ist sehr einfach zu implementieren, nachteilig ist die vergleichsweise geringe erreichbare mittlere Umrichterausgangsspannung bei gegebener DC-Zwischenkreisspannung, außerdem nimmt die Qualität der Umrichterausgangsspannung bei sinkendem Modulationsin-

den M (Verhältnis aus Spitzenwert oder Effektivwert der Umrichterausgangsspannung zur halben Zwischenkreisspannung)

$$M = \frac{U_{AC,peak}}{U_{DC}/2} \quad (2.122)$$

sehr stark ab.

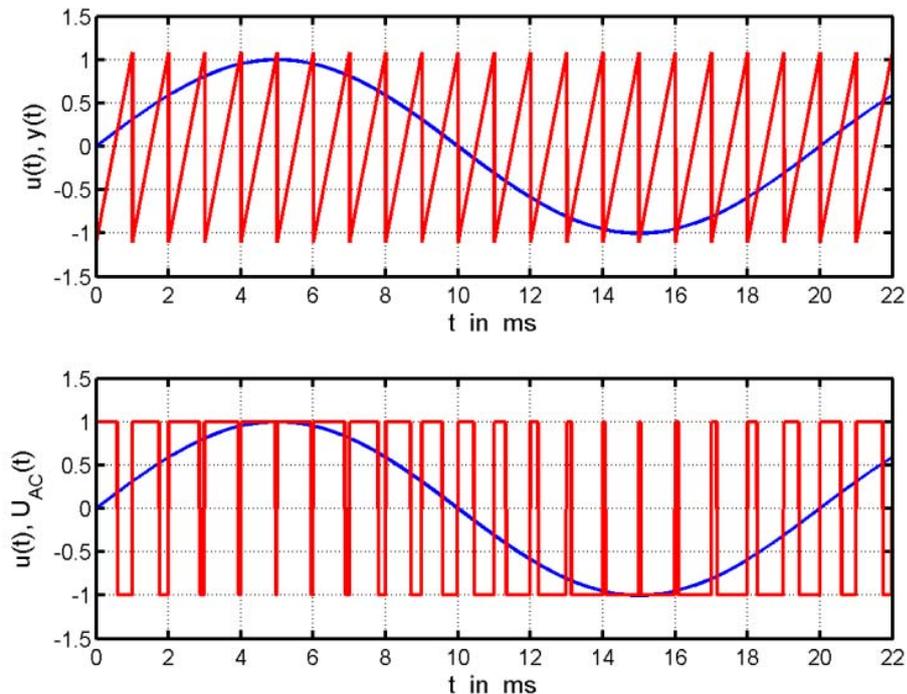


Bild 2.40 Ausgangsspannung u_{AC} eines 2-Level-Umrichters bei Steuerung mit Sinus-PWM

Selected Harmonic Elimination (SHE-PWM)

Zunächst wird **Bild 2.41a** betrachtet. Da es sich um eine ungerade Funktion handelt, lässt sich $u_{AC}(t)$ nur durch Sinusfunktionen darstellen. Die Fourier-Analyse zeigt weiter, dass nur Koeffizienten b_k mit ungeradzahligem k existieren:

$$u_{AC}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot \sin(k \omega t) \quad \text{mit} \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_{AC}(\tau) \cdot \sin(k\tau) d\tau$$

$$= \frac{U_{DC}}{k\pi} (1 - \cos(k\pi)) = \begin{cases} 0 & k \text{ gerade} \\ 2 \frac{U_{DC}}{k\pi} & k \text{ ungerade} \end{cases} \quad (2.123)$$

Bei der Selected Harmonic Elimination (SHE) definiert man eine Anzahl von Winkeln gemäß **Bild 2.41b** mit

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_k < \dots < \alpha_m < \frac{\pi}{2}. \quad (2.124)$$

Betrachtet man beispielhaft den Zeitverlauf gemäß **Bild 2.41b** mit $m = 3$ Winkeln, so ergibt sich für die Fourierkoeffizienten unter Ausnutzung der Symmetrie der Funktion:

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_{AC}(\tau) \cdot \sin(k\tau) d\tau \\
 &= \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_{DC}}{2} \cdot \left[\int_0^{\alpha_1} (-1) \cdot \sin(k\tau) d\tau + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (+1) \cdot \sin(k\tau) d\tau + \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} (-1) \cdot \sin(k\tau) d\tau + \int_{\alpha_3}^{\frac{\pi}{2}} (+1) \cdot \sin(k\tau) d\tau \right] \cdot (2.125) \\
 &= \frac{2U_{DC}}{k\pi} \cdot [2\cos(k\alpha_1) - 2\cos(k\alpha_2) + 2\cos(k\alpha_3) - 1], \quad \text{wobei } k \text{ ungeradzahlig ist}
 \end{aligned}$$

Dies kann man allgemein für m Winkel formulieren:

$$b_k = \frac{2U_{DC}}{k\pi} \cdot \left[2 \sum_{j=1}^m (-1)^{j-1} \cdot \cos(k\alpha_j) - 1 \right], \quad \text{wobei } k \text{ ungeradzahlig ist.} \quad (2.126)$$

Diese Beziehung gilt sowohl für die Amplitude der Grundschiwingung ($k = 1$), als auch für die der Harmonischen mit $k = 3, 5, 7, 9, \dots$

Im folgenden soll wieder das Beispiel mit $m = 3$ Winkeln betrachtet werden. Die Amplitude b_1 ($k = 1$) der Grundschiwingung ist identisch mit dem Spitzenwert der Umrichter Ausgangsspannung $u_{AC,peak}$. Zusammen mit der Beziehung für den Modulationsgrad lässt sich daraus eine Gleichung formulieren.

Die 3. Harmonische ($k = 3$) kann sich in einem 3-Phasensystem ohne Rückleiter nicht ausprägen und braucht daher nicht weiter betrachtet werden. Bei $m = 3$ kann man die 5. und die 7. Harmonische unterdrücken. Daraus ergeben sich weitere zwei Gleichungen und man erhält das folgende nichtlineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 2\cos(\alpha_1) - 2\cos(\alpha_2) + 2\cos(\alpha_3) - 1 &= \frac{\pi}{4} \cdot M \\
 2\cos(5\alpha_1) - 2\cos(5\alpha_2) + 2\cos(5\alpha_3) - 1 &= 0 \\
 2\cos(7\alpha_1) - 2\cos(7\alpha_2) + 2\cos(7\alpha_3) - 1 &= 0
 \end{aligned} \quad (2.127)$$

Aufgrund der Nichtlinearität des resultierenden Gleichungssystem kann dieses nur iterativ, z. B. durch das Newton-Verfahren gelöst werden. Im vorliegenden Fall ergeben sich die folgenden Winkel:

$$\alpha_1 = 16,66^\circ \quad \alpha_2 = 37,57^\circ \quad \alpha_3 = 46,52^\circ. \quad (2.128)$$

Die SHE-PWM bietet den Vorteil einer sehr niedrigen Schaltfrequenz bei Ausblendung nicht gewünschter Harmonischer. Nachteilig ist, dass die Winkel vom Modulationsgrad abhängen und daher für jeden Modulationsgrad das Gleichungssystem neu gelöst werden muss. Bei der Unterdrückung vieler Harmonischer ist dies rechenintensiv und kann üblicherweise nicht mehr online gemacht werden. Hier bietet es sich an, auf Look-up-Tabellen zurückzugreifen, in denen die Winkel für verschiedenste Modulationsgrade abgelegt sind.

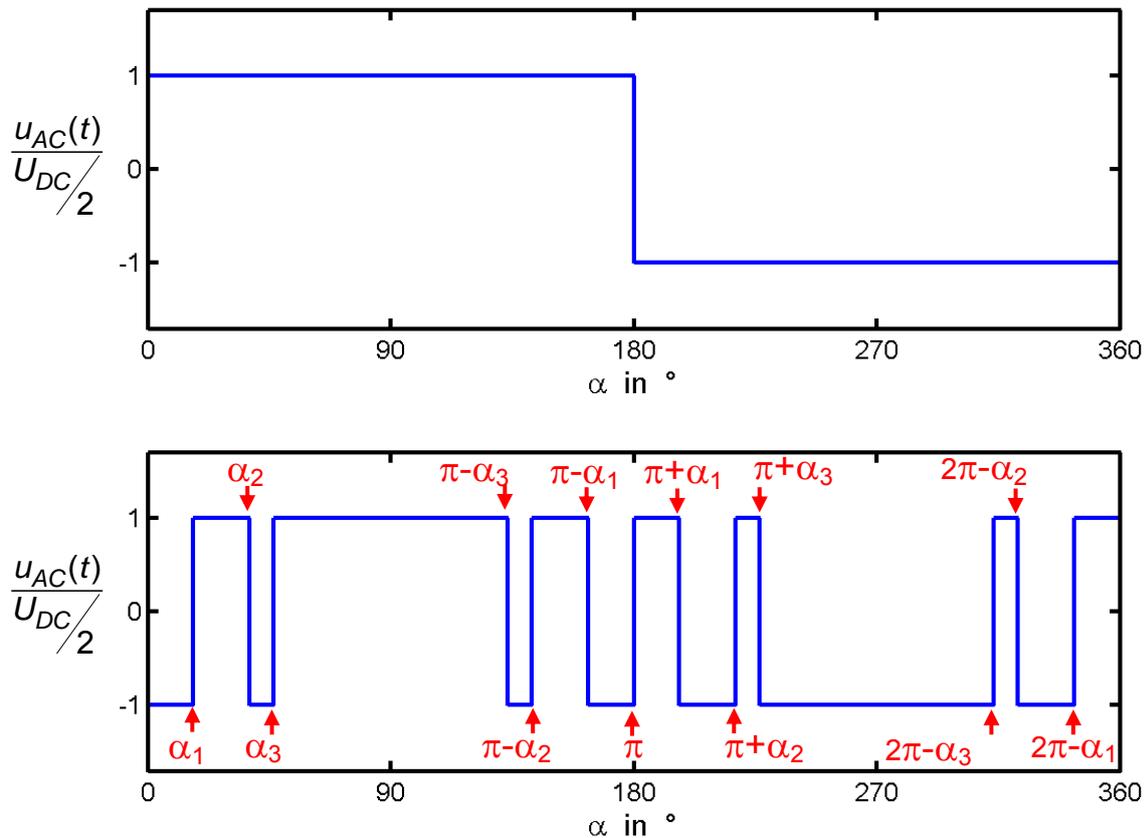


Bild 2.41 Ausgangssignal eines 2-Level-Umrichters
 a. Periodisch mit $\alpha = \pi$
 b. Ausgangsspannung u_{AC} bei Einsatz der SHE-PWM-Steuerverfahrens

Raumzeigermodulation

Zunächst muss der Begriff Raumzeiger definiert werden. Der Raumzeiger wird mit den drei komplexen Spannungszeigern

$$\underline{u}_1 = \sqrt{2} U \cdot e^{j\omega t} \quad \underline{u}_2 = \sqrt{2} U \cdot e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} \quad \underline{u}_3 = \sqrt{2} U \cdot e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} \quad (2.129)$$

und dem Drehfaktor \underline{a}

$$\underline{u} = \frac{1}{3} \cdot [\underline{u}_1 + \underline{a} \cdot \underline{u}_2 + \underline{a}^2 \cdot \underline{u}_3] \quad (2.130)$$

mit

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

definiert. Anstelle der komplexen Spannungszeiger kann man auch die Spannungen selbst verwenden ($u_i = \text{Re}\{\underline{u}_i\}$ mit $i=1,2,3$) und man erhält:

$$\underline{u} = \frac{2}{3} \cdot [u_1 + \underline{a} \cdot u_2 + \underline{a}^2 \cdot u_3] \quad (2.131)$$

Dies kann man beweisen, indem man in die Gleichung (2.131) die Spannungen gemäß der Form

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{2} U \cdot \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \\ u_2 &= \sqrt{2} U \cdot \frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2} \\ u_3 &= \sqrt{2} U \cdot \frac{e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}}{2} \end{aligned} \quad (2.132)$$

einsetzt. Es ist nun sinnvoll, den Raumzeiger gemäß (2.131) in Real- und Imaginärteil sowie in Betrag und Phase darzustellen:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= \frac{2}{3} \cdot \left[u_1 - \frac{1}{2} \cdot u_2 - \frac{1}{2} \cdot u_3 \right] \\ u_\beta &= \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_3 \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot [u_2 - u_3] \end{aligned} \quad (2.133)$$

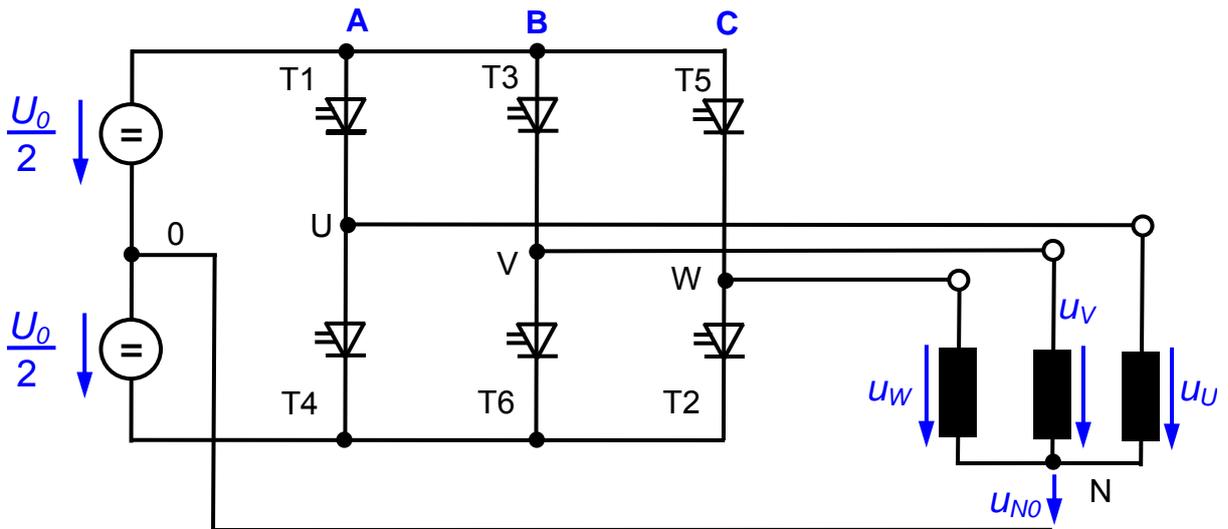
und

$$|u| = \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2} \quad \gamma = \arctan\left(\frac{u_\beta}{u_\alpha}\right)$$

Im Folgenden soll die Drehstrombrückenschaltung mit je 3 Schaltern im oberen und im unteren Zweig betrachtet werden. Abhängig von den Schaltzuständen der Ventile T1 bis T6 in den 3 Umrichterzweigen A, B und C können die Spannungen u_U , u_V und u_W und daraus wiederum der Spannungsraumzeiger und seine Komponenten u_α und u_β . Jede Halbbrücke kann zwei unterschiedliche Schalterstellungen annehmen. Da drei Halbbrücken für ein Dreiphasendrehstromsystem notwendig sind, ergeben sich dadurch $2^3 = 8$ mögliche Schalterstellungen oder Schaltzustände. Bei den beiden Schalterstellungen, bei denen entweder alle drei oberen oder alle drei unteren Schalter geschlossen sind, werden alle drei Phasen kurzgeschlossen und somit ist zwischen den Phasen keine Spannung messbar. Diese beiden Spannungsvektoren werden als Nullspannungsraumzeiger bezeichnet. Daraus lassen sich 6 aktive und zwei passive Spannungsraumzeiger darstellen.

Eine Möglichkeit der Anwendung von Raumzeigern ist die Blocksteuerung. Man verwendet die in **Bild 2.42** dargestellten 6 aktiven Raumzeiger (um je 60° gedreht, Betrag $2/3 \cdot U_d$) sowie die beiden Nullspannungszeiger (Nr. 7 und Nr. 8). In der komplexen Ebene ergibt sich dann das **Bild 2.44**. Aus der Tabelle gemäß **Bild 2.42** lassen sich die zeitlichen Verläufe der Spannungen gegen den Sternpunkt N und die Nullspannung U_{N0} extrahieren. Für die Spannungen gegen den Sternpunkt N ergeben sich Verläufe, die dem Stromverlauf eines 6-Puls-Stromrichters (**Bild 2.18**) entsprechen. Für die Fourieranalyse dieser Spannungen ergibt sich damit analog zu Gleichung (2.78):

$$u_{U,V,W}(t) = \frac{2}{\pi} \cdot U_d \cdot \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11\omega t) + \frac{1}{13} \sin(13\omega t) + \dots \right) \quad (2.134)$$



Schaltzustand			Sternspannungen				Spannungsraumzeiger				
Nr.	A	B	C	u_U/U_d	u_V/U_d	u_W/U_d	u_{NO}/U_d	u_α	u_β	$ \underline{u} $	γ
1	T1	T6	T2	2/3	-1/3	-1/3	-1/6	2/3	0	2/3	0
2	T1	T3	T2	1/3	1/3	-2/3	1/6	1/3	$\sqrt{3}/3$	2/3	60
3	T4	T3	T2	-1/3	2/3	-1/3	-1/6	-1/3	$\sqrt{3}/3$	2/3	120
4	T4	T3	T5	-2/3	1/3	1/3	1/6	-2/3	0	2/3	180
5	T4	T6	T5	-1/3	-1/3	2/3	-1/6	-1/3	$-\sqrt{3}/3$	2/3	240
6	T1	T6	T5	1/3	-2/3	1/3	1/6	1/3	$-\sqrt{3}/3$	2/3	300
7	T1	T3	T5	0	0	0	1/2	0	0	0	-
8	T4	T6	T2	0	0	0	-1/2	0	0	0	-

Bild 2.42 Spannungsraumzeiger und Sternspannungen für verschiedene Schaltzustände des 3-Phasenumrichters (blau: eingeschaltete Ventile der oberen Kommuntierungsgruppe, schwarz: eingeschaltete Ventile der unteren Kommuntierungsgruppe)

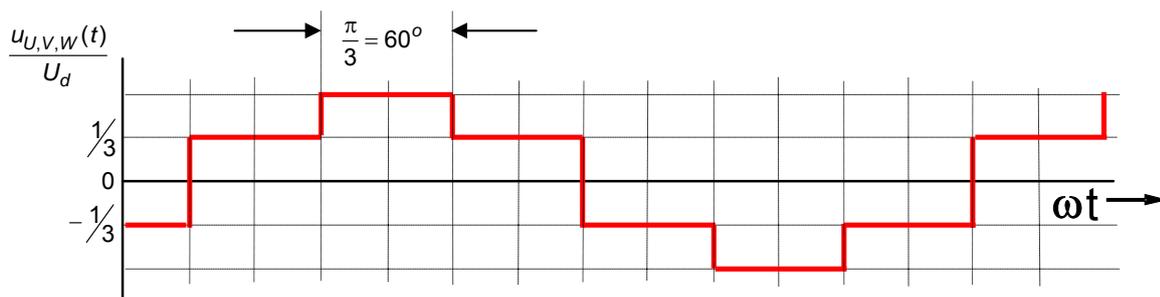


Bild 2.43 Zeitlicher Verlauf der Spannungen gegen den Sternpunkt N

Vorteilhaft sind die einfache Steuerung und die geringe Nullspannung. Dem stehen als wesentliche Nachteile der Blocksteuerung gegenüber, dass die Amplitude der Spannungsraumzeiger nicht veränderbar ist und dass nur 6 diskrete Spannungsraumzeiger existieren. Die sich ergebende der Ausgangsspannung ist deshalb stark überschwingungsbehaftet, weil die Kreisform nur mit wenigen diskreten Punkten abgefahren wird und dadurch die Sinusform der Ausgangsspannung nur unzureichend angenähert werden kann.

Bei der Raumzeigermodulation werden beliebige Raumzeiger durch vektorielle Addition benachbarter Spannungsraumzeiger erzeugt. Die Amplitude wird durch Zuhilfenahme von Nullspannungszeigern beliebig bis maximal $2/3 \cdot U_d$ geändert. In der praktischen Umsetzung erfolgt die Berechnung des Soll-Raumzeigers mit einer festen Abtastfrequenz f_0 . Innerhalb jeder Abtastperiode $T_0 = 1/f_0$ wird der Soll-Raumzeiger durch den Mittelwert der geschalteten Raumzeiger nachgebildet.

Durch Auswertung des gelben Dreiecks in **Bild 2.45a** erhält man

$$\sin(60^\circ) = \frac{|u_x| \cdot \sin(60^\circ - \gamma)}{\frac{t_1}{T_0} \cdot |u_1|} \quad , \quad (2.135)$$

aus der Betrachtung des grünen Dreiecks folgt:

$$\sin(60^\circ) = \frac{|u_x| \cdot \sin(\gamma)}{\frac{t_2}{T_0} \cdot |u_2|} \quad . \quad (2.136)$$

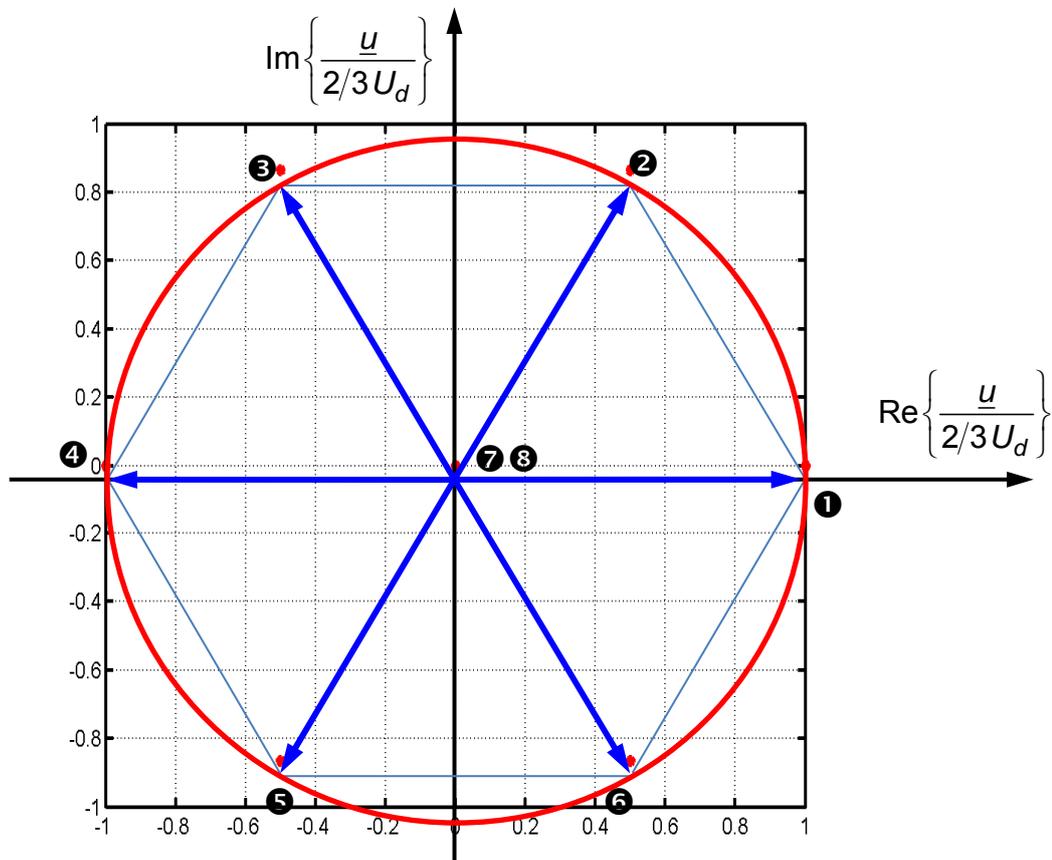


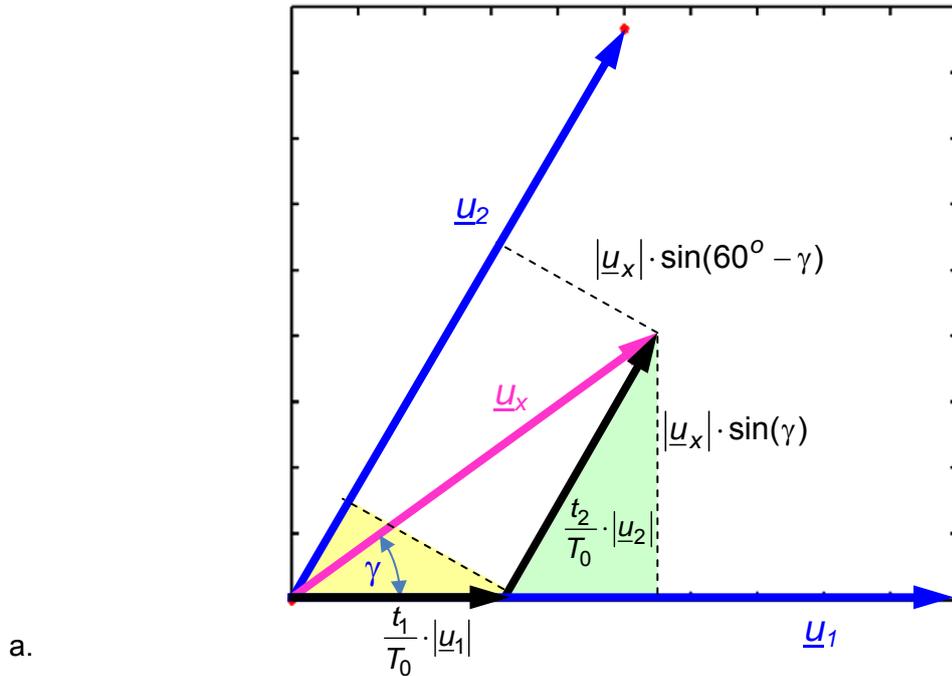
Bild 2.44 Raumzeiger bei Blocksteuerung

Daraus erhält man:

$$\frac{t_1}{T_0} = \frac{|\underline{u}_x|}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(60^\circ - \gamma) \quad \frac{t_2}{T_0} = \frac{|\underline{u}_x|}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\gamma) \quad (2.137)$$

Die Nullspannungszeiger werden während der restlichen Zeit geschaltet, also

$$\frac{t_{Null}}{T_0} = \frac{t_7 + t_8}{T_0} = 1 - \frac{t_1}{T_0} - \frac{t_2}{T_0} = 1 - \left[\frac{|\underline{u}_x|}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot (\sin(60^\circ - \gamma) + \sin(\gamma)) \right] \quad (2.138)$$



3-Arm-Modulation					2-Arm-Modulation (B und C)					2-Arm-Modulation (A und B)				
Nr.	Schaltzustände			Schaltzeiten	Nr.	Schaltzustände			Schaltzeiten	Nr.	Schaltzustände			Schaltzeiten
	A	B	C			A	B	C			A	B	C	
8	T4	T6	T2	$t_{Null}/4$	1	T1	T6	T2	$t_1/2$	8	T4	T6	T2	$t_{Null}/2$
1	T1	T6	T2	$t_1/2$	2	T1	T3	T2	$t_2/2$	1	T1	T6	T2	$t_1/2$
2	T1	T3	T2	$t_2/2$	7	T1	T3	T5	t_{Null}	2	T1	T3	T2	t_2
7	T1	T3	T5	$t_{Null}/2$	2	T1	T3	T2	$t_2/2$	1	T1	T6	T2	$t_1/2$
2	T1	T3	T2	$t_2/2$	1	T1	T6	T2	$t_1/2$	8	T4	T6	T2	$t_{Null}/2$
1	T1	T6	T2	$t_1/2$										
8	T4	T6	T2	$t_{Null}/4$										

b.

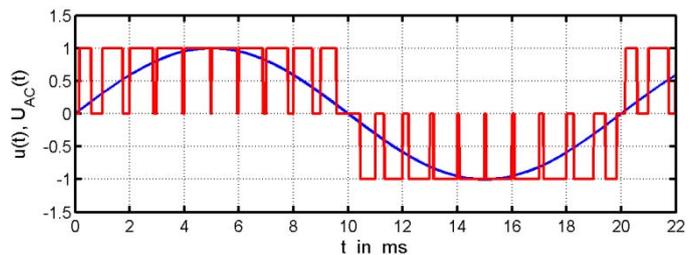
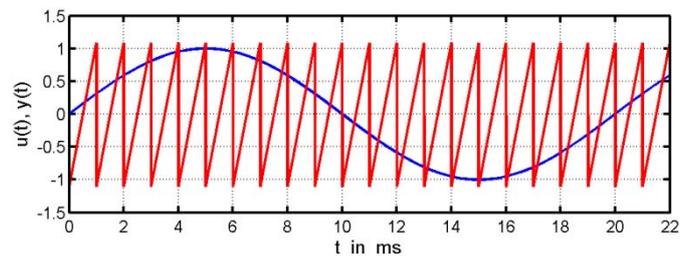
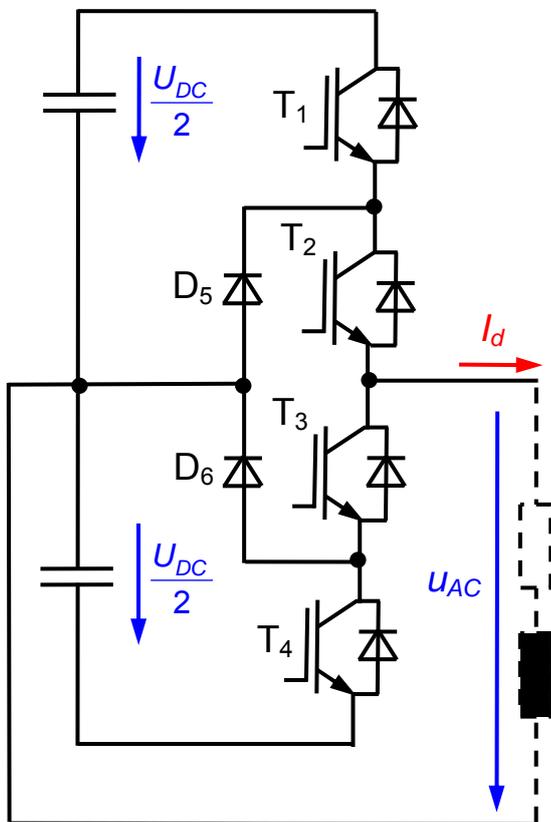
Bild 2.45 a. Berechnung der Schaltzeiten bei Raumzeigermodulation

b. Beispiel zur Realisierung eines Raumzeigers \underline{u}_x , der zwischen den Zeigern \underline{u}_1 und \underline{u}_2 liegt, durch verschiedene Modulationsverfahren

Die Realisierung des Zeigers \underline{u}_x erfolgt so, dass die Nullspannungszeiger symmetrisch aufgeteilt werden. Bei der 3-Arm-Modulation werden alle 3 Brückenzeige in einer Pulsperiode T_0 umgeschaltet, die aktiven Raumzeiger werden 2 mal pro Pulsperiode geschaltet und die Nullspannungszeiger werden symmetrisch verteilt. Bei der 2-Arm-Modulation bleiben die Schaltzustände in einem Halbbrückenzeig stets unverändert (**Bild 2.45b**).

2.3.2 3-Level-Umrichter

Die in **Bild 2.39** dargestellte Schaltung kann noch erweitert werden und man erhält den 3-Level-Umrichter. Aufgrund der beiden Dioden D5 und D6 ist auch der Zustand $u_{AC} = 0$ möglich. Falls T1 und T2 leiten ist $U_{AC} = +U_{DC}/2$, leiten T3 und T4, so ist $U_{AC} = -U_{DC}/2$ und für den Fall dass T2 und T3 leiten führt entweder D5 oder D6 den Strom und es gilt $u_{AC} = 0$.



a.

b.

Bild 2.46 3-Level-Umrichter mit IGBT's als Schaltelemente

a. Schaltung

b. Ausgangsspannung u_{AC} bei Pulsweitenmodulation (PWM)

Auch hier kann man die Pulsweitenmodulation einsetzen, um ein Schaltmuster zu generieren, das die gewünschte sinusförmige Ausgangsspannung bestmöglich annähert:

$$u_{AC}(t) = \begin{cases} +\frac{U_{DC}}{2} & \text{falls } u(t) \geq y(t) \ \& \ u(t) > 0 \\ 0 & \text{falls } \begin{cases} u(t) \leq y(t) \ \& \ u(t) > 0 & \text{oder} \\ |u(t)| < a \cdot \max\{u(t)\} & \text{oder} \\ u(t) \geq y(t) \ \& \ u(t) < 0 \end{cases} \\ -\frac{U_{DC}}{2} & \text{falls } u(t) \leq y(t) \ \& \ u(t) < 0 \end{cases} \quad (2.139)$$

$a = 0,05$ (Beispiel)

Nachteilig ist in beiden Fällen, beim 2-Level-Umrichter aber noch weit mehr, der hohe Gehalt der Ausgangsspannung an Harmonischen und die hohe Spannungssteilheit du_{AC}/dt der Ausgangsspannung. Aufgrund des hohen Anteils an Harmonischen werden netzseitig Filter benötigt, diese werden jedoch mit steilen Spannungsimpulsen beansprucht. Aus diesem Grund scheiden die beiden vorgestellten Varianten für die Anwendung als HGÜ-Stromrichter aus.

2.3.3 Modularer Multi-Level-Umrichter (MMC)

2.3.3.1 Grundlegende Struktur

Grundgedanke des modularen Multi-Level-Umrichters (*MMC = modular multilevel converter*) ist, dass seine Ausgangsspannung eine Vielzahl von Spannungsstufen annehmen kann. Dadurch kann man einerseits die Höhe des Spannungssprungs und damit die Steilheit der Ausgangsspannung du_{AC}/dt als auch durch eine bessere Anpassung an die sinusförmige Kurvenform den Gehalt der Ausgangsspannung an Harmonischen verringern. Bei einer genügend hohen Anzahl von Spannungsstufen kann man ganz auf netzseitige Filter verzichten. Dies führt zu einer erheblichen Einsparung der benötigten Fläche für den Stromrichter und einer direkten Kostenreduktion durch den Wegfall der AC-Filter im Vergleich zu einem netzgeführten Stromrichter.

Prinzipiell könnte ein Multi-Level-Umrichter dadurch realisiert werden, dass die an einer Kette von Zwischenkreiskapazitäten entstehenden Spannungen durch einen vielstufigen Schalter an den Ausgang durchgeschaltet werden (**Bild 2.47a**). Durch eine geeignete Steuerung des Schalters ließe sich bei einer genügend großen Anzahl von Kondensatoren die gewünschte Ausgangsspannung sehr feinstufig zur Verfügung stellen. **Bild 2.47b** zeigt die erzielbare Ausgangsspannung für eine gewünschte sinusförmige Spannung.

Problematisch ist die Realisierung des vielstufigen Schalters. Der Schalter kann jedoch vereinfacht werden, indem man anstelle eines vielstufigen Schalters viele einfache Umschalter einsetzt (**Bild 2.47c**). Durch eine geeignete Ansteuerung der einzelnen Umschalter wird die am jeweiligen Kondensator anliegende Spannung zur Gesamtspannung addiert und an den Ausgang weitergeschaltet oder der Kondensator wird gebrückt und trägt nicht zur Ausgangsspannung bei.

Aus dieser Überlegung ergibt sich der prinzipielle Aufbau des Modularen Multi-Level-Umrichters. Er besteht bei einem 3-phasigen Umrichter aus drei Umrichterzweigen, die wiederum aus einem oberen und einem unteren Arm bestehen (**Bild 2.47b**).

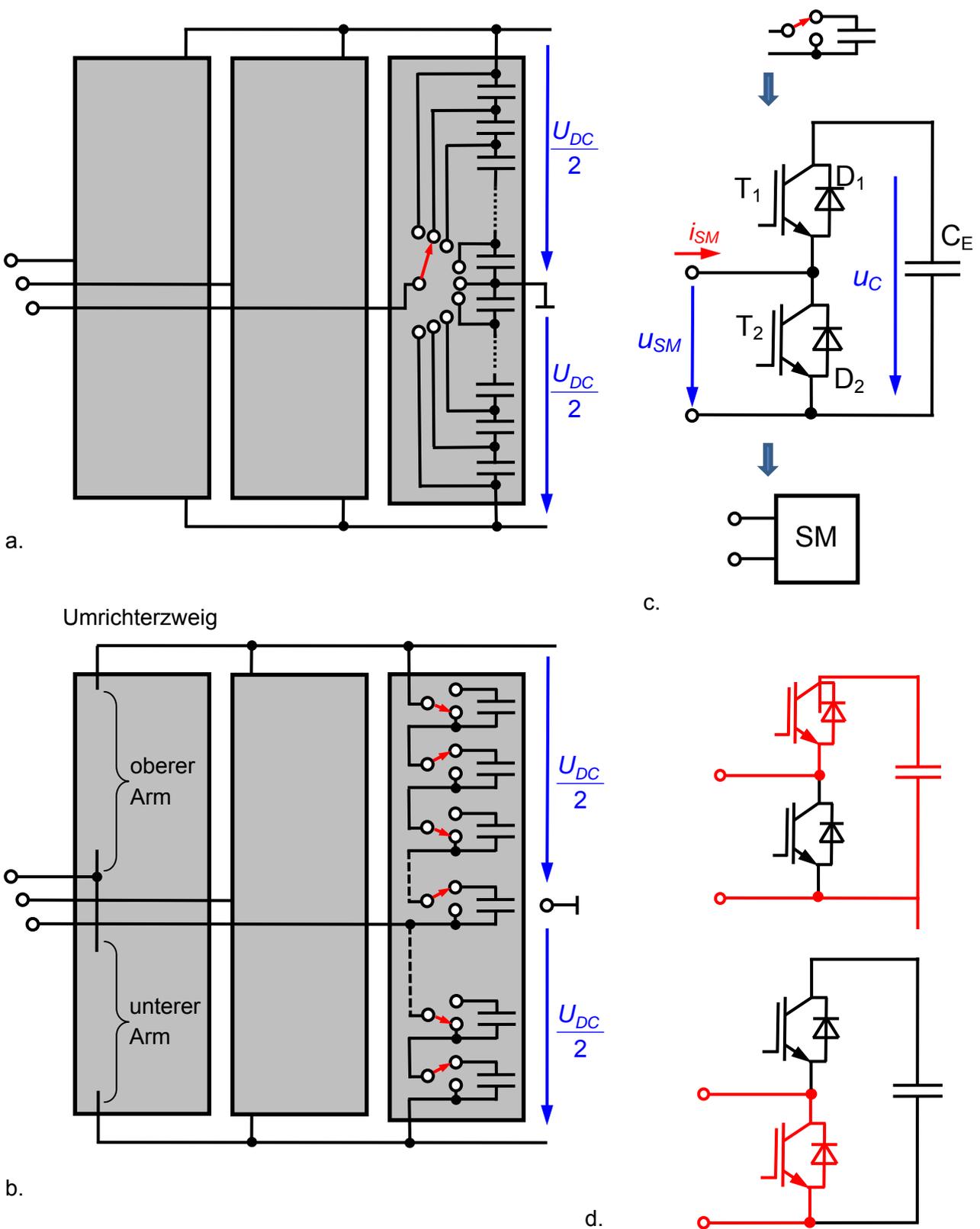


Bild 2.47 Multi-Level-Umrichter

- a. Prinzipschaltung
- b. Prinzipschaltung, etwas umgezeichnet und mit einfachen Umschaltern versehen
- c. Technische Umsetzung des geschalteten Kondensators als „Submodul“ (SM)
- d. Schaltzustände eines Submoduls

Zur Erzeugung negativer und positiver Spannungen gleicher Amplitude benötigt man gleich viele geschaltete Kondensatoren im oberen und unteren Arm. Die Kapazitäten haben alle denselben Wert, so dass an jedem Kondensator (im Mittel) dieselbe Stufenspannung entsteht. Jeder Umrichterarm besteht aus m geschalteten Kondensatoren, so dass sich eine Gesamtzahl von $2m$ Submodulen pro Umrichterzweig ergibt.

In **Bild 2.47d** ist schließlich die technische Umsetzung des Umschalters dargestellt. Das Grundelement, bestehend aus den zwei in Serie geschalteten IGBT's mit internen Rückwärtsdioden und parallel dazu dem Kondensator kann man als „Submodul“ (SM) auffassen. Falls T1 oder D1 leitend sind, wird die Kondensatorspannung u_C an den Ausgang geschaltet, falls T2 oder D2 leitend sind, wird das Modul gebrückt und seine Kondensatorspannung leistet keinen Beitrag zur Ausgangsspannung. Der Schaltzustand des i -ten Submoduls wird mit S_i bezeichnet, dann ergibt sich die Ausgangsspannung des i -ten Submoduls gemäß:

$$u_{SM,i} = S_i \cdot u_C \quad \text{mit} \quad S_i = \begin{cases} 1 & \text{falls T1 oder D1 leiten} \\ 0 & \text{falls T2 oder D2 leiten} \end{cases} \quad (2.140)$$

In **Bild 2.48** ist das Schaltschema der Submodule dargestellt. Bei negativem Submodulstrom $i_{SM} < 0$ kann T1 zugeschaltet werden, dann wird die Kondensatorspannung an den Ausgang des Submoduls geschaltet und er wird entladen. Wird T1 nicht zugeschaltet, so leitet automatisch D2 und das Submodul wird gebrückt. Bei positivem Submodulstrom $i_{SM} > 0$ kann T2 zugeschaltet werden, dann wird das Submodul gebrückt und die Kondensatorspannung bleibt unverändert. Wird T2 nicht zugeschaltet, so wird D1 automatisch leitend und der Kondensator wird geladen. Wenn T2 oder D2 leiten, wird die Kapazität weder geladen noch entladen.

Schaltzustand			Submodulstrom	Submodulspannung	Kondensator
IGBT 1 leitet	T1 leitet	&	$i_{SM} < 0$	$u_{SM} = U_C$	wird entladen
	D1 leitet	&	$i_{SM} > 0$	$u_{SM} = U_C$	wird geladen
IGBT 2 leitet	T2 leitet	&	$i_{SM} > 0$	$u_{SM} = 0$	-
	D2 leitet	&	$i_{SM} < 0$	$u_{SM} = 0$	-

Bild 2.48 Schaltschema der Submodule

Durch die beliebige Anzahl der in Serie schaltbaren Submodule kommt man zu dem Konzept des Modularen Multi-Level-Umrichters (engl. „Modular Multi Level Converter“, MMC), der aus einzelnen immer gleichen Modulen wie ein Baukasten zusammengesetzt und für einen weiten Bereich der Gleichspannung skaliert werden kann. Dies bietet hinsichtlich der Fertigung aber auch des Aufbaus enorme Vorteile. **Bild 2.49** zeigt die Prinzipschaltung des MMC.

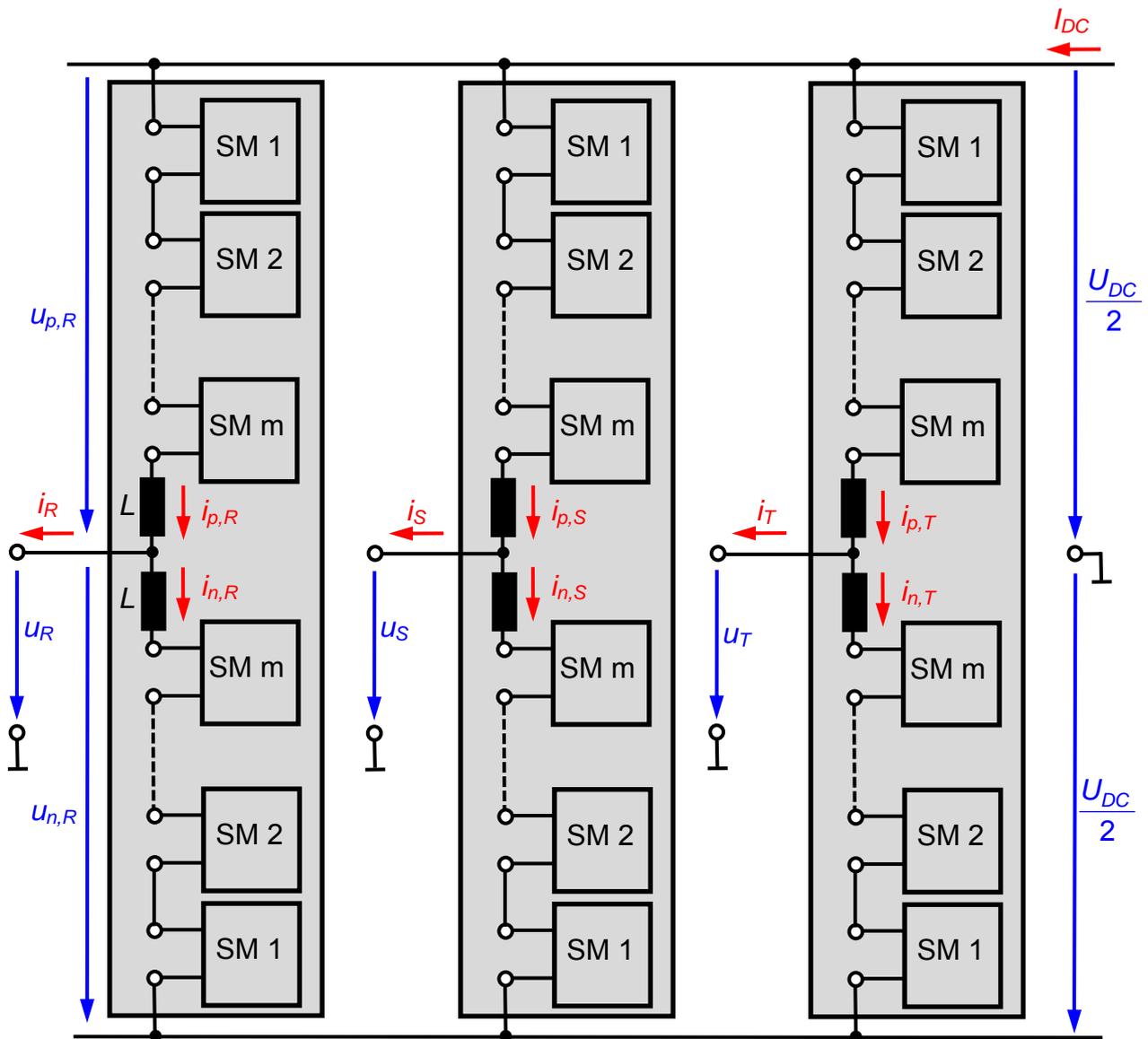


Bild 2.49 Modularer Multi-Level-Umrichter (MMC, Modular Multi Level Converter)

2.3.3.2 Strategie zur Steuerung des MMC: Direkte Modulation

Im Folgenden soll die *direkte Modulation* als eine der möglichen Strategien zur Steuerung des MMC für das Beispiel $m = 6$ vorgestellt werden. Diese Strategie ist problemlos auf $m > 6$ erweiterbar. Die Steuerung des MMC hat grundsätzlich zwei Aufgaben zu erfüllen:

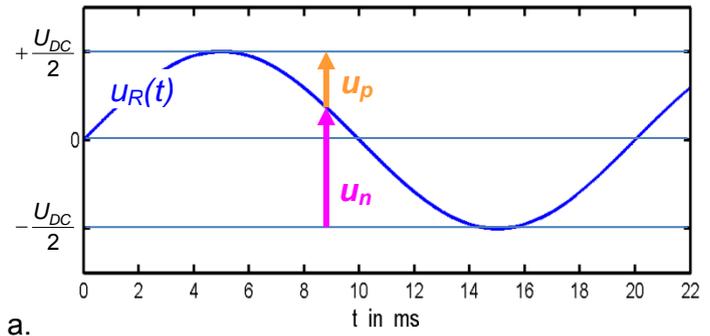
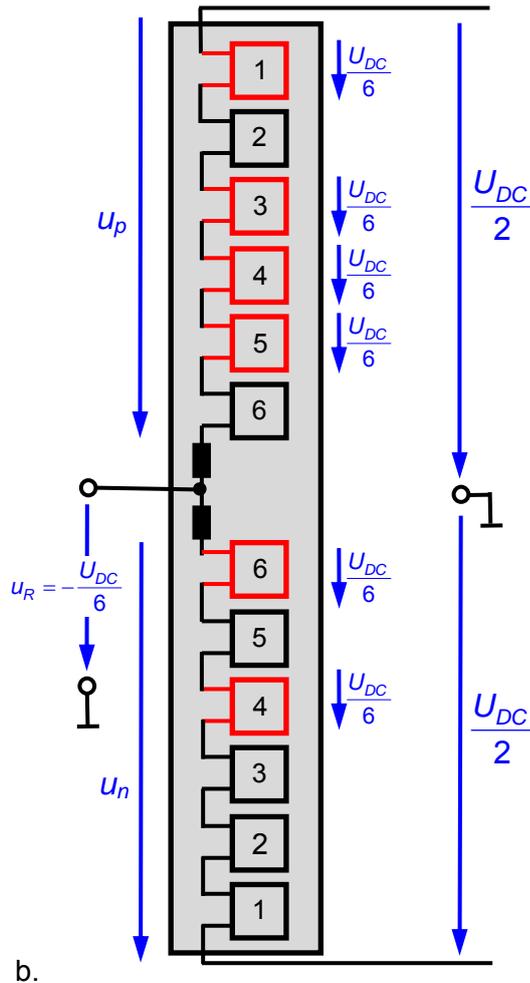
- Ansteuerung der einzelnen Submodule so, dass die gewünschte Ausgangsspannung des Umrichters bestmöglich angenähert wird

und

- Ansteuerung der einzelnen Submodule so, dass die Kondensatorspannung in den einzelnen Submodulen nur wenig vom Nennwert abweicht. Die maximal zulässige Abweichung soll z. B. 5% des Nennwertes der Spannung betragen. Diese zweite Forderung wird als „Balancing“ bezeichnet. Bei zu starker Abweichung der Kondensatorspannung vom Nennwert, würde die Qualität der erzielbaren Umrichterausgangsspannung leiden.

Bild 2.50 zeigt grundsätzlich die Entstehung einer bestimmten Ausgangsspannung. Im oberen N_p SM's und im unteren Umrichterarm und N_n SM's zugeschaltet. Damit steht ihre Kondensatorspannung am Ausgang des Submoduls an, d. h. T1 oder D1 des jeweiligen Submoduls leitet. Die Schaltzustände der Submodule im oberen und im unteren Umrichterarm werden so geregelt, dass zu jedem Zeitpunkt in einem Umrichterarm m SM's von insgesamt $2m$ SM's zugeschaltet sind, also

$$N_{p,j} + N_{n,j} = m \quad \text{für } j = R, S, T \quad (2.141)$$



obere Masche:

$$u_R - \frac{U_{DC}}{2} + N_{p,R} \cdot \frac{U_{DC}}{m} = 0$$

$$u_R = \frac{U_{DC}}{2} - N_{p,R} \cdot \frac{U_{DC}}{m} \quad \text{hier } = \frac{U_{DC}}{2} - 4 \cdot \frac{U_{DC}}{6} = -\frac{U_{DC}}{6}$$

untere Masche:

$$u_R + \frac{U_{DC}}{2} - N_{n,R} \cdot \frac{U_{DC}}{m} = 0$$

$$u_R = -\frac{U_{DC}}{2} + N_{n,R} \cdot \frac{U_{DC}}{m} \quad \text{hier } = -\frac{U_{DC}}{2} + 2 \cdot \frac{U_{DC}}{6} = -\frac{U_{DC}}{6}$$

Bild 2.50 Entstehung der Ausgangsspannung des MMC

- a. Zeitlicher Verlauf der Spannungen u_p und u_n länges der beiden Arme eines Umrichterarmes bei sinusförmiger Umrichterarmausgangsspannung
- b. Beispiel: 6 Submodule und $u_R = -U_{DC}/6$

Betrachtet man einen Umrichterarm gemäß **Bild 2.50**, so kann man für den oberen und den unteren Arm jeder Phase jeweils eine Maschengleichung aufstellen:

$$u_R - \frac{U_{DC}}{2} + u_p = u_R - \frac{U_{DC}}{2} + N_p \cdot U_{C0} = 0 \quad (2.142)$$

$$u_R + \frac{U_{DC}}{2} - u_n = u_R + \frac{U_{DC}}{2} - N_n \cdot U_{C0} = 0$$

Dabei ist U_{C0} die Spannung eines Submoduls, wobei angenommen wird, dass diese sich praktisch nicht ändert und für alle Submodule gleich ist. Beide Gleichungen müssen stets erfüllt sein, dies führt auf:

$$(N_p + N_n) \cdot U_{C0} = m \cdot U_{C0} = U_{DC} \quad \text{oder} \quad U_{C0} = \frac{U_{DC}}{m} \quad (2.143)$$

Setzt man die Gleichungen (2.143) und (2.141) in (2.142) ein, so erhält man für die Ausgangsspannung

$$u_R = \frac{U_{DC}}{2} \left(1 - \frac{2 \cdot N_p}{m} \right) = \frac{U_{DC}}{2} \left(-1 + \frac{2 \cdot N_n}{m} \right), \quad (2.144)$$

wobei N_p und N_n zwischen 0 und m variieren, je nach dem, wieviele SM's im oberen und unteren Zweig eingeschaltet sind.

Ist im oberen Zweig kein SM eingeschaltet ($N_p = 0$), so liegt der Umrichterausgang auf $+U_{DC}/2$, gleichzeitig müssen im unteren Zweig alle SM's eingeschaltet sein. Ist umgekehrt $N_n = 0$, so ist der Umrichterausgang an $-U_{DC}/2$ geschaltet und alle SM's im oberen Zweig müssen eingeschaltet sein. Bei $U_{DC} = 0$ müssen $m/2$ SM's im oberen und unteren Umrichterzweig eingeschaltet sein. Daraus ergibt sich die in dargestellte Graphik für die Spannungen U_p und U_n bei einer sinusförmigen Ausgangsspannung.

Bei der sogenannten „direkten Modulation“ wird die Zahl $N_{p,j}$ und $N_{n,j}$ der im oberen und im unteren Umrichterzweig zugeschalteten Submodule aus der gewünschten Ausgangsspannung durch ein PWM-Verfahren ermittelt. Bei m Submodulen im oberen und im unteren Umrichterzweig werden m gleichphasige dreieckförmige PWM-Signale benötigt, die symmetrisch um die Nulllinie verschoben sind, um eine Ausgangsspannung mit $m+1$ Leveln zu erzeugen (**Bild 2.51a**).

Falls y_0 ein dreieckförmiges PWM-Signal mit dem Wertebereich zwischen -1 und +1 ist, so gilt für die verschobenen Signale

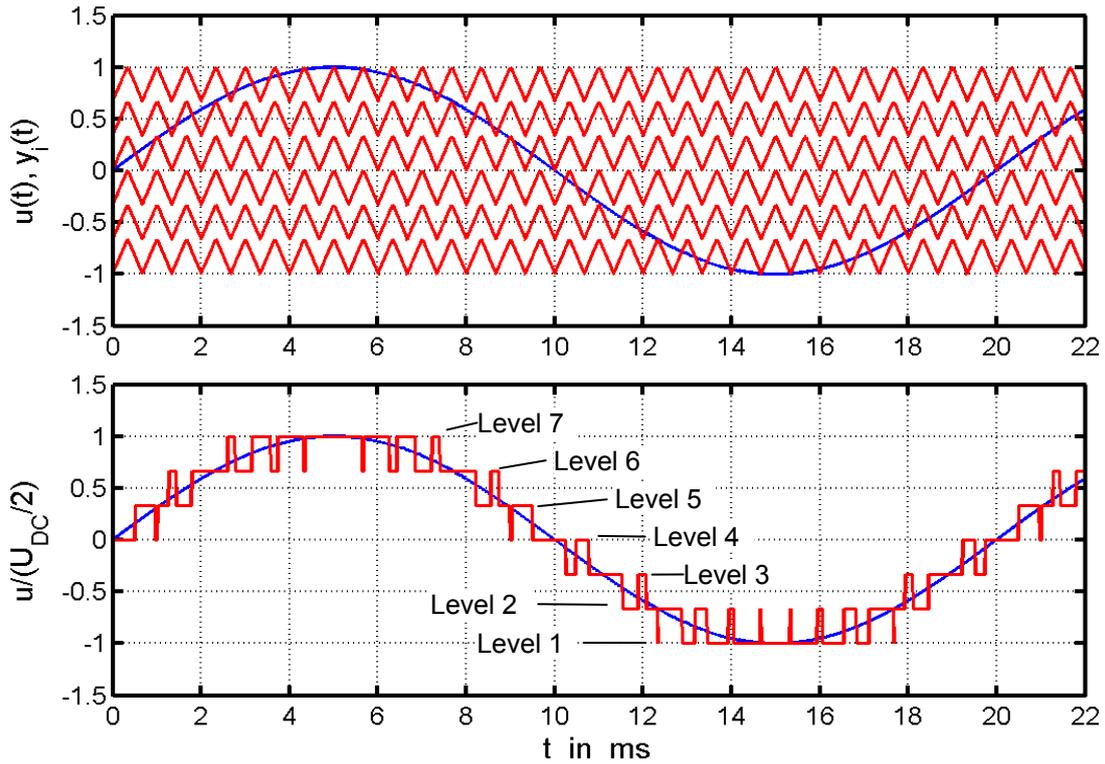
$$y_i = -1 + \frac{2 \cdot i - 1}{m} + \frac{1}{m} \cdot y_0 \quad \text{für} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.145)$$

Nun erfolgt ein Vergleich zwischen der gewünschten sinusförmigen Ausgangsspannung $u(t)$ des Umrichters und den einzelnen PWM-Signalen $y_i(t)$ zur Bestimmung der Levelzustände LZ_i gemäß folgendem Schema (**Bild 2.51b**)

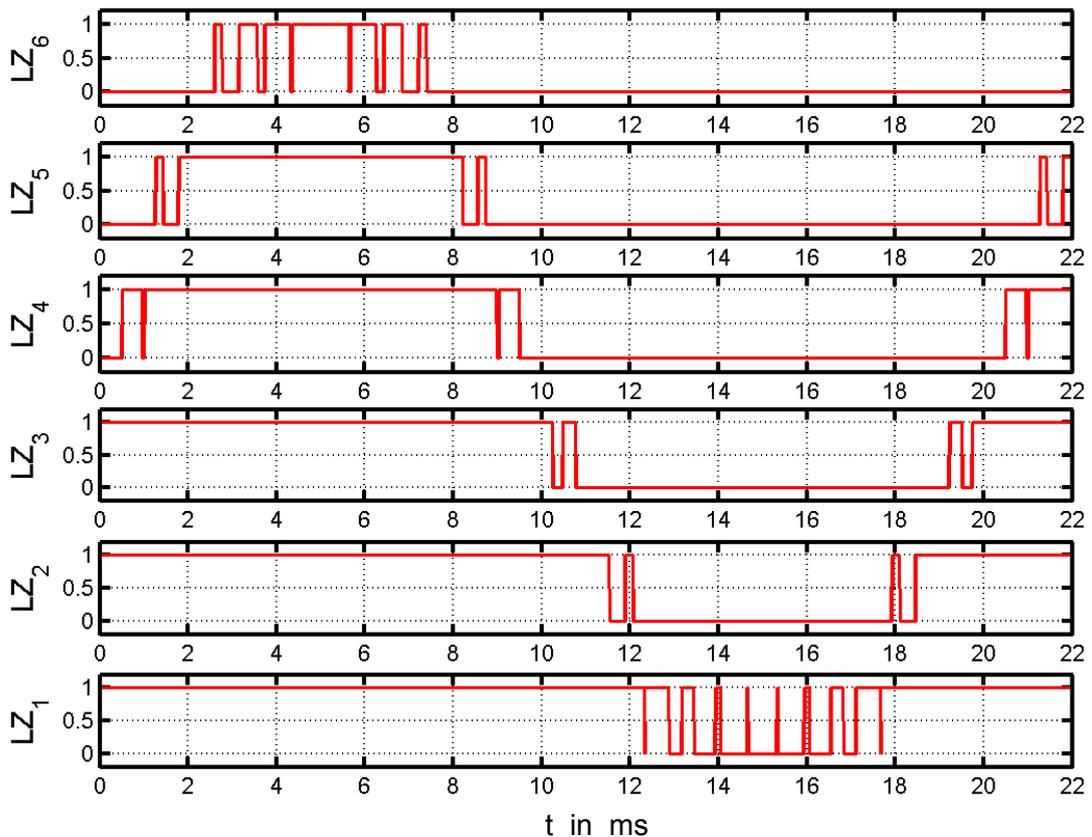
$$LZ_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } u(t) \geq y_i(t) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.146)$$

Die Ausgangsspannung $u_j(t)$ der einzelnen Phasen gegen den virtuellen Nullpunkt berechnet sich schließlich durch

$$u_j(t) = \left(-1 + \frac{2}{m} \cdot \sum_{i=1}^m LZ_i(t) \right) \cdot \frac{U_{DC}}{2} \quad \text{mit} \quad j = R, S, T \quad (2.147)$$



a.



b.

Bild 2.51 Strategie zur Steuerung eines MMC am Beispiel der Phase R

- a. symmetrisch um die Nulllinie verschobene PWM-Dreieckssignale y_i und gewünschte Ausgangsspannung $u(t)$ sowie die am Umrichter Ausgang entstehende Spannung $u_R(t)/(U_{DC}/2)$
- b. Schaltzustände LZ_i der einzelnen Level

Für die in **Bild 2.51a** bezeichneten Spannungs-Level ergeben sich die in **Bild 2.52** genannten Anzahlen von Submodulen, die im oberen und im unteren Umrichterzweig für den Fall $m = 6$ zugeschaltet sind. Für Level 4 ($u_j(t) = 0$) müssen dieselbe Anzahl der Submodule im oberen und im unteren Umrichterzweig durchgeschaltet sein. Für die extremen Spannungs-Level 1 und 7 müssen alle m Submodule im unteren bzw. oberen Umrichterzweig durchgeschaltet sein. Die Werte für $N_{p,j}$ und $N_{n,j}$ für die restlichen Spannungs-Level lassen sich dann sehr einfach bestimmen. Daraus ergibt sich die folgende Systematik:

$$N_{n,j} = \sum_{i=1}^m LZ_i(t) \quad N_{p,j} = m - N_{n,j} \quad \text{mit} \quad j = R, S, T \quad . \quad (2.148)$$

Spannungs-Level	Level-Zustände	Ausgangsspannung $u_j(t)$ $j=R;S;T$	$N_{n,j}$	$N_{p,j}$	u_n	u_p
1	$LZ_i = 0$	$-U_{DC}/2$	0	6	0	U_{DC}
2	$LZ_1 = 1$	$-U_{DC}/3$	1	5	$U_{DC}/6$	$5/6 \cdot U_{DC}$
3	$LZ_{1,2} = 1$	$-U_{DC}/6$	2	4	$U_{DC}/3$	$2/3 \cdot U_{DC}$
4	$LZ_{1,2,3} = 1$	0	3	3	$U_{DC}/2$	$U_{DC}/2$
5	$LZ_{1,2,3,4} = 1$	$+U_{DC}/6$	4	2	$2/3 \cdot U_{DC}$	$U_{DC}/3$
6	$LZ_{1,2,3,4,5} = 1$	$+U_{DC}/3$	5	1	$5/6 \cdot U_{DC}$	$U_{DC}/6$
7	$LZ_{1,2,3,4,5,6} = 1$	$+U_{DC}/2$	6	0	U_{DC}	0

Bild 2.52 Übersicht der Spannungs-Level, der Levelzustände und der Werte der Umrichter-ausgangsspannung mit 7 Leveln sowie der Anzahl $N_{p,j}$ und $N_{n,j}$ der im oberen und unteren Umrichterzweig durchgeschalteten Submodule

Damit steht fest, wie viele Submodule im oberen und unteren Umrichterzweig zu jedem Augenblick zugeschaltet sein müssen, d. h. bei wie vielen Submodulen IGBT 1 leiten soll (**Bild 2.47d**). Die anderen m Submodule werden dann gebrückt (IGBT 2 leitet). Der verbleibende Freiheitsgrad wird dazu genutzt, die zweite Forderung an die Ansteuerstrategie, nämlich die Haltung der Kondensatorspannung auf nahezu dem Nennwert, zu erfüllen.

2.3.3.3 Betrieb des MMC bei sinusförmigen Ausgangsspannungen und -strömen

Bei hoher Anzahl an Submodulen kann eine nahezu rein sinusförmige Ausgangsspannung am Umrichter erreicht werden. Deren Amplitude kann maximal $-U_{DC}/2$ betragen. Betrachtet man einen Umrichterzweig (eine Phase) und setzt man einen Aussteuergrad A an, so ergibt sich:

$$u_R(t) = A \cdot \frac{U_{DC}}{2} \cdot \sin(\omega t) = \sqrt{2} \cdot U_{AC} \cdot \sin(\omega t) \quad . \quad (2.149)$$

Für den um den Phasenwinkel φ (induktiv) verschobenen Strom gilt:

$$i_R(t) = \sqrt{2} \cdot I_{AC} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi) \quad . \quad (2.150)$$

Vernachlässigt man die Spannungsabfälle an den Induktivitäten, so ergeben sich für die Spannungen längs des oberen und des unteren Arms aus den Maschengleichungen gemäß (2.142) (**Bild 2.50**):

$$u_p = \frac{U_{DC}}{2}(1 - A \cdot \sin(\omega t)) \quad u_n = \frac{U_{DC}}{2}(1 + A \cdot \sin(\omega t)) \quad . \quad (2.151)$$

Die Amplitude der Netzspannung entspricht der Spannung $A \cdot U_{DC}/2$, also erhält man für den Effektivwert der Netzspannung (Sternspannung):

$$U_{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A \cdot \frac{U_{DC}}{2} \quad . \quad (2.152)$$

Für die Leistungsbilanz ergibt sich bei Betrachtung des Wechselrichters:

$$P_{DC} = U_{DC} \cdot I_{DC} = P_{AC,WR} + P_{V,WR} = 3 \cdot U_{AC,WR} \cdot I_{AC,WR} \cdot \cos \varphi_{WR} + P_{V,WR} \quad . \quad (2.153)$$

Die Verluste betragen einen gewissen Anteil α der Leistung P_{DC} , also

$$P_{AC,WR} = 3 \cdot U_{AC,WR} \cdot I_{AC,WR} \cdot \cos \varphi_{WR} = P_{DC} \cdot (1 - \alpha) \quad , \quad (2.154)$$

daraus folgt:

$$\quad . \quad (2.155)$$

Bei Betrachtung des Gleichrichters erhält man analog:

$$P_{AC,GR} = P_{DC} + P_{V,GR} = 3 \cdot U_{AC,GR} \cdot I_{AC,GR} \cdot \cos \varphi \quad . \quad (2.156)$$

Die Verluste betragen einen gewissen Anteil β der Leistung P_{DC} , also

$$P_{AC,GR} = 3 \cdot U_{AC,GR} \cdot I_{AC,GR} \cdot \cos \varphi_{GR} = P_{DC} \cdot (1 + \beta) \quad , \quad (2.157)$$

daraus folgt:

$$I_{AC,GR} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot A_{GR} \cdot \cos \varphi_{GR}} \cdot I_{DC} \cdot (1 + \beta) \quad . \quad (2.158)$$

Dabei können die Faktoren α und β durchaus vom Betriebspunkt der Anlage, also vom Gleichstrom I_{DC} abhängig sein. Derzeit ist noch mit Werten bis zu 4% zu rechnen, d. h. die Umrichter-verluste betragen bis zu 4% der Gleichstromleistung P_{DC} .

Für die Ströme lassen sich folgende Aussagen treffen. Die Ströme $i_{+,j}$ und $i_{-,j}$ in den Umrichterzweigen bestehen aus einem Gleichanteil (DC) und einem Wechselanteil (AC). Man erhält mit diesem Ansatz:

$$i_{+,j} = i_{+,AC,j} + i_{+,DC,j} \quad i_{-,j} = i_{-,AC,j} + i_{-,DC,j} \quad . \quad (2.159)$$

Für den Ausgangsstrom des Umrichters gilt

$$i_j = i_{+,j} - i_{-,j} = i_{+,AC,j} + i_{+,DC,j} - (i_{-,AC,j} + i_{-,DC,j}) \quad . \quad (2.160)$$

Der Umrichter wird an ein Drehstromnetz angeschlossen. Daher soll dem Umrichterausgangsstrom kein Gleichanteil überlagert sein. Dies führt auf die Forderung, dass der Gleichanteil des Zweigstromes im oberen und unteren Umrichterzweig identisch sein muss:

$$I_{+DC,j} = I_{-DC,j} \quad (2.161)$$

und man erhält für den Ausgangsstrom

$$i_j = i_{+,j} - i_{-,j} = i_{+AC,j} - i_{-AC,j} \quad (2.162)$$

Es wird ferner angenommen, dass der obere und der untere Umrichterzweig gleichermaßen zum Ausgangsstrom beitragen, dies ist auch hinsichtlich der erforderlichen Nachladung der Kondensatoren sinnvoll, d. h.:

$$i_{+AC,j} = -i_{-AC,j} = \frac{i_j}{2} \quad (2.163)$$

Der gesamte Gleichstrom I_{DC} setzt sich aus den Anteilen in den 3 Umrichterzweigen zusammen. Symmetrische Verhältnisse, d. h. identische Gleichanteile in den 3 Umrichterzweigen vorausgesetzt, ergibt sich, dass der Gleichstrom in jedem Umrichterzweig $1/3$ des Gleichstromes I_{DC} beträgt:

$$i_{+DC,R} = i_{+DC,S} = i_{+DC,T} = \frac{I_{DC}}{3} \quad (2.164)$$

Für den Strom in den Umrichterzweigen folgt daraus:

$$i_{+,j} = i_{+AC,j} + I_{+DC,j} = \frac{i_j}{2} + \frac{I_{DC}}{3} \quad i_{-,j} = i_{-AC,j} + I_{-DC,j} = -\frac{i_j}{2} + \frac{I_{DC}}{3} \quad (2.165)$$

Mit einer sinusförmigen Netzspannung auf der Wechselrichterseite erhält man für den um den Phasenwinkel φ (induktiv) verschobenen Strom:

$$i_R(t) = \sqrt{2} \cdot I_{AC,WR} \cdot \sin(\omega t + \varphi) = \frac{4}{A_{WR} \cdot \cos \varphi_{WR}} \cdot \frac{I_{DC}}{3} \cdot (1 + \alpha) \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.166)$$

Damit erhält man für die Zweigströme in den beiden Umrichterzweigen (**Bild 2.53**):

$$i_{+,R} = \frac{i_R}{2} + \frac{I_{DC}}{3} = \frac{I_{DC}}{3} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot (1 + \alpha)}{A_{WR} \cdot \cos \varphi_{WR}} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \right] \quad (2.167)$$

$$i_{-,R} = -\frac{i_R}{2} + \frac{I_{DC}}{3} = \frac{I_{DC}}{3} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot (1 + \alpha)}{A_{WR} \cdot \cos \varphi_{WR}} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \right]$$

Betrachtet man die Gleichrichterseite, so gelten die Gleichungen (2.166) und (2.167) entsprechend, man muss lediglich den Term $(1 + \alpha)$ gegen $(1 - \beta)$ austauschen, wobei für die Verluste des Gleichrichters gilt: $P_{V,GR} = \beta \cdot U_{DC} \cdot I_{DC}$.

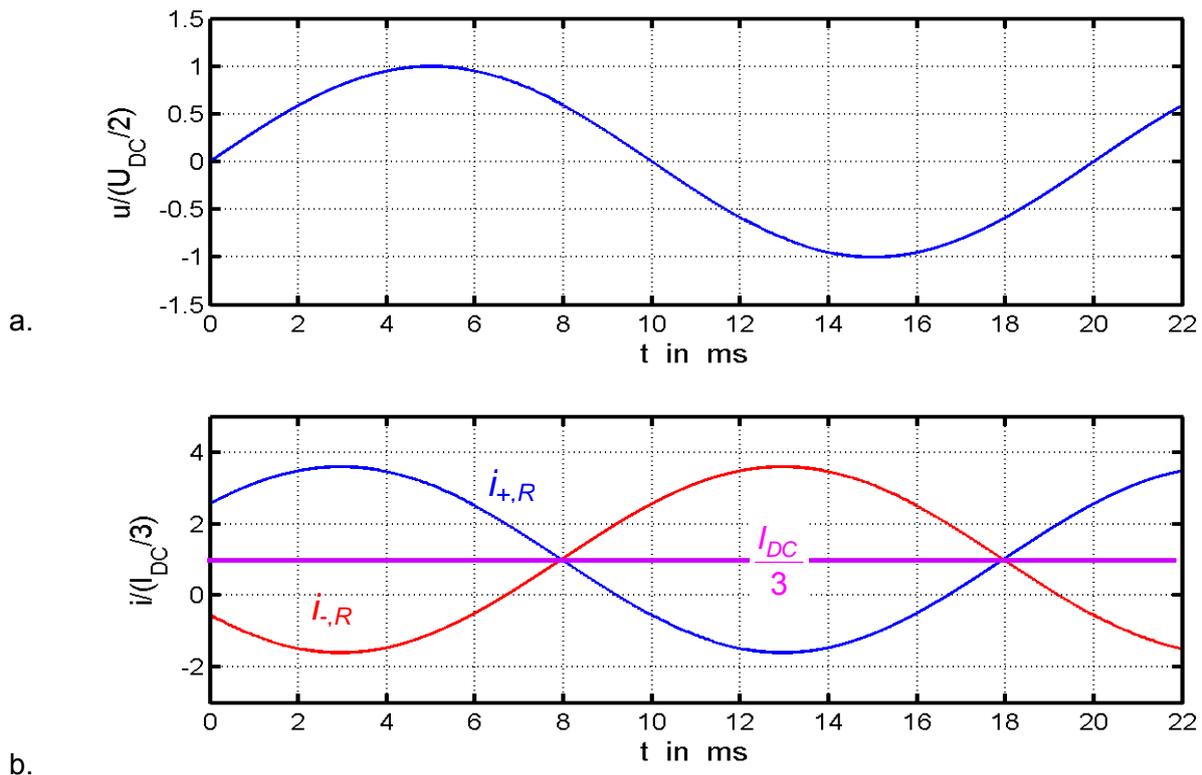


Bild 2.53 Betrieb des MMC mit sinusförmigen Spannungen und Strömen (Beispiel Phase R)
 a. sinusförmige Umrichter Ausgangsspannung $u_R(t)/(U_{DC}/2)$
 b. Ströme im oberen und im unteren Umrichterzweig

2.3.3.4 Dimensionierung des MMC

Bei der Dimensionierung eines MMC müssen vor allem die folgenden Parameter festgelegt werden:

- die zu übertragende Leistung P_{DC} ,
- die Spannungen U_{DC} sowie
- die Phasenverschiebung φ zwischen U_{AC} und I_{AC} .

Weitere wichtige Designgrößen sind die

- Anzahl m der Submodule in jedem Umrichterzweig,
- Größe der Kapazitäten C_E der Submodule,
- Induktivitäten L in den Brückenzweigen.

Die zu übertragende Leistung P_{DC} ist durch die Anforderungen an die HGÜ-Anlage definiert, ebenso die Spannungen U_{DC} , die Netzspannung U_{AC} und die Phasenverschiebung φ zwischen U_{AC} und I_{AC} . Die Blindleistung kann entsprechend den Anforderungen des Netzes beim MMC unabhängig von der zu übertragenden Wirkleistung über den Phasenwinkel φ eingestellt werden. Dies ist neben den bereits erwähnten Platz- und Kostenersparnissen ein weiterer Vorteil der MMC-Technologie gegenüber den netzgeführten Thyristorstromrichtern.

Bei einer sehr hohen Anzahl von Submodulen kann die gewünschte Ausgangsspannung mit sehr geringen Abweichungen am Umrichteranschluss eingestellt werden. **Bild 2.54** zeigt die Spektren der sinusförmigen Umrichteranschlussspannung für eine unterschiedliche Anzahl von Submodulen je Umrichterzweig. Man erkennt, dass neben der Linie für 50 Hz nur noch die Frequenz der PWM-Dreieckssignale zu erkennen ist. Der Unterschied zwischen beiden beträgt jedoch bei $m \geq 100$ bereits mehr als 40 dB, was in der Amplitude einem Faktor 100 entspricht. Andere Frequenzen enthält die Ausgangsspannung praktisch nicht. Daher wird auf der AC-Seite auch keine Filtereinrichtung benötigt. Das ist der Hauptvorteil der MMC-Technologie. Auf diese Weise erzielt man bei gleicher Übertragungsleistung gegenüber einer Station mit netzgeführtem Stromrichter eine Platzeinsparung von ca. 25%, zusätzlich entstehen Kostenvorteile durch den Wegfall der Filtereinheiten.

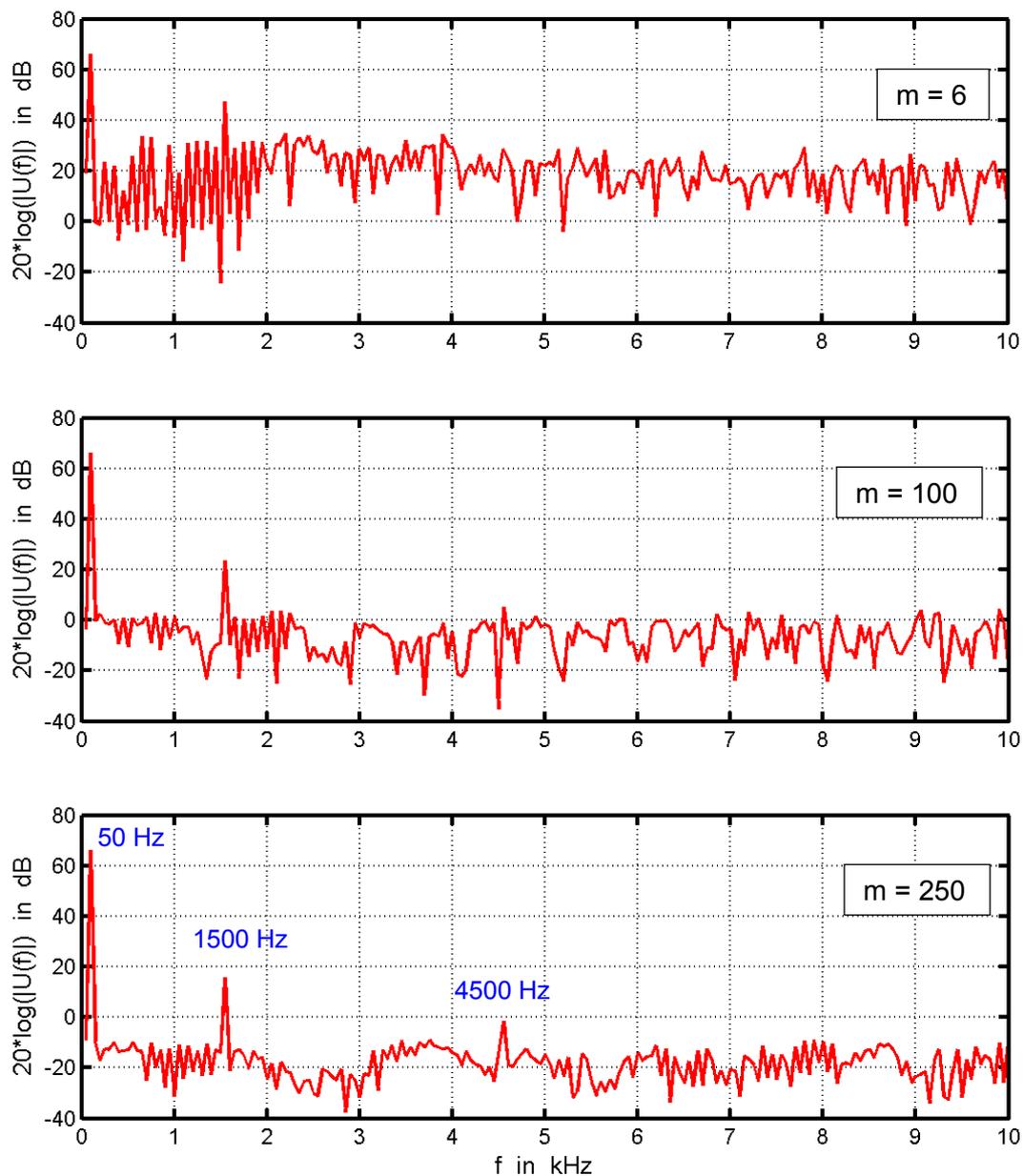


Bild 2.54 Spektren der sinusförmigen Umrichteranschlussspannung für verschiedene Anzahlen m von Submodulen pro Umrichterzweig; die Frequenz der PWM-Dreieckssignale beträgt in dem Beispiel 1500 Hz

Zur Ableitung einer Dimensionierungsrichtlinie für die Kondensatoren der Submodule kann man den Verlauf der Zweigspannung, z. B. für den oberen Umrichterzweig, bei sinusförmigem Ausgangsstrom betrachten. Bei verlustfreiem Umrichter ($\alpha = \beta = 0$) gilt für die Spannung U_p (**Bild 2.50**):

$$i_{+,R} = \left[\frac{I_{DC}}{3} + \sqrt{2} \cdot I_{AC} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \right] = C_{ges} \cdot \frac{du_p}{dt} \quad (2.168)$$

Die Gesamtkapazität in jedem Umrichterzweig ergibt sich als Serienschaltung der Kapazitäten der aktiven Submodule. Diese können durch

$$C_{ges} = \frac{C_E}{N_p} \quad \text{mit} \quad N_p = \frac{m}{2} \cdot (1 - A \cdot \sin(\omega t)) \quad (2.169)$$

beschrieben werden. Hierzu sei bemerkt, dass die Zahl m der Submodule in jedem Umrichterzweig als geradzahlig angenommen wird. Ferner soll der Modulationsgrad A stets $A < 1$ sein, um zu verhindern, dass C_{ges} theoretisch bei $t = k \cdot \pi$ und $A = 1$ den Wert unendlich erreicht.

Aus obigen Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{m}{2C_E} \cdot (1 - A \cdot \sin(\omega t)) \cdot \left[\frac{I_{DC}}{3} + \sqrt{2} \cdot I_{AC} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \right] \quad (2.170)$$

Das Ausmultiplizieren der Terme, die Anwendung der Beziehungen $\sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)]$ und (2.155) führt auf:

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{m \cdot \sqrt{2} \cdot I_{AC}}{4 \omega C_E} \cdot \left[\sin(\omega t + \varphi) - \frac{A^2}{2} \cos(\varphi) \cdot \sin(\omega t) + \frac{A}{2} \cos(2\omega t + \varphi) \right] \quad (2.171)$$

Diese Gleichung wird nun integriert:

$$u_p(t) = \frac{m \cdot \sqrt{2} \cdot I_{AC}}{4 \omega C_E} \cdot \left[-\cos(\omega t + \varphi) + \frac{A^2}{2} \cos(\varphi) \cdot \cos(\omega t) + \frac{A}{4} \sin(2\omega t + \varphi) \right] + K \quad (2.172)$$

Gemäß Gleichung (2.151) hat die Spannung $u_p(t=0)$ den Wert $U_{DC}/2$. Daraus lassen sich die Konstante K und schließlich der zeitliche Verlauf der Spannung $u_p(t)$ bestimmen:

$$u_p(t) = \frac{U_{DC}}{2} + \frac{m \cdot \sqrt{2} \cdot I_{AC}}{4 \omega C_E} \cdot \left[\left(1 - \frac{A^2}{2} \right) \cos(\varphi) - \frac{A}{4} \sin(\varphi) \right] + \frac{m \cdot \sqrt{2} \cdot I_{AC}}{4 \omega C_E} \cdot \left[-\cos(\omega t + \varphi) + \frac{A^2}{2} \cos(\varphi) \cdot \cos(\omega t) + \frac{A}{4} \sin(2\omega t + \varphi) \right] \quad (2.173)$$

Die Spannung $u_p(t)$ ändert sich lastabhängig ausgehend von $U_{DC}/2$ um einen stationären Wert, der durch den blau markierten Term gekennzeichnet ist und um einen zeitabhängigen Anteil. Beide Anteile sollen – auch aus hochspannungstechnischen Gründen – einen bestimmten Anteil des Wertes $U_{DC}/2$ nicht überschreiten:

$$\frac{m \cdot \sqrt{2} \cdot I_{AC}}{4 \omega C_E} < \varepsilon \cdot \frac{U_{DC}}{2} \quad (2.174)$$

Daraus ergibt sich eine Dimensionierungsrichtlinie für die Kapazität C_E der Submodule:

$$C_E > \frac{m \cdot I_{AC}}{\sqrt{2} \omega \cdot \varepsilon \cdot U_{DC}} = \frac{m \cdot A}{12 \omega \cdot \varepsilon} \cdot \frac{S}{U_{AC}^2} = \frac{2 \cdot m}{3 \omega \cdot \varepsilon \cdot A} \cdot \frac{S}{U_{DC}^2} \quad (2.175)$$

In dieser Gleichung sind S die 3-phasige Scheinleistung auf der AC-Seite, m die Zahl der Submodule pro Umrichterzweig, A der Aussteuergrad mit $0 < A < 1$, ω ist die Kreisfrequenz der sinusförmigen Spannung auf der AC-Seite und ε ist der Faktor, um den die Spannung $U_{DC}/2$ nicht überschritten werden soll, z. B. $\varepsilon = 0,05$.

Für eine Übertragungsleistung von 400 MW bei einem Leistungsfaktor von $\cos(\varphi) = 0,9$, einer Übertragungsspannung von ± 200 kV und $A = 0,95$ sowie einer Anzahl von 200 Submodulen pro Umrichterzweig erhält man bei einem Anschluss der Anlage an ein 60-Hz-Netz:

$$C_E > \frac{2 \cdot m}{3 \omega \cdot \varepsilon \cdot A} \cdot \frac{S}{U_{DC}^2} = \frac{2 \cdot 200}{3 \cdot 2\pi \cdot 60 \cdot 0,05 \cdot 0,95} \cdot \frac{400 \cdot 10^6 \text{ As}}{0,9 \cdot (400 \cdot 10^3)^2 \text{ V}} = 20,7 \text{ mF}$$

2.3.3.5 Balancing der Kondensatorspannungen (Voltage Balancing)

Die Richtungen der Ströme $i_{p,j}$ und $i_{n,j}$ hängen gemäß Gleichung (2.165) vom Ausgangsstrom i_j ($j = R, S, T$) des Umrichters ab. Die Stromrichtungen $i_{p,j}$ und $i_{n,j}$ bestimmen auch die Stromrichtungen i_{SM} der Submodule. Es hängt daher von den Stromrichtungen $i_{+,j}$ und $i_{-,j}$ und der Höhe der Kondensatorspannung ab, ob das Submodul geladen werden soll (T1 oder D1 leitend) oder ob es gebrückt wird, indem T2 leitend geschaltet wird, da D2 bei negativer Stromrichtung von $i_{p,j}$ und $i_{n,j}$ ohnehin leitend werden würde, wenn T1 ausgeschaltet ist.

Neben den Stromrichtungen der Zweigströme $i_{p,j}$ und $i_{n,j}$ müssen deshalb auch die Spannungen an den Kondensatoren aller Submodule gemessen werden. Die gemessenen Kondensatorspannungen im oberen und im unteren Zweig werden der Reihe nach vom höchsten bis zum niedrigsten Wert geordnet.

Umrichterzweigstrom	Schaltzustand der Halbleiter im Submodul	Spannung Submodul	Kondensator
$i_{p,j} > 0$ ($i_{n,j} > 0$)	T2 leitet	$u_{SM} = 0$	-
$i_{p,j} > 0$ ($i_{n,j} > 0$)	T2 sperrt \Rightarrow D1 leitet	$u_{SM} = U_C$	wird geladen
$i_{p,j} < 0$ ($i_{n,j} < 0$)	T1 leitet	$u_{SM} = U_C$	wird entladen
$i_{p,j} < 0$ ($i_{n,j} < 0$)	T1 sperrt \Rightarrow D2 leitet	$u_{SM} = 0$	-

Bild 2.55 Schaltschema der Submodule abhängig vom Umrichterzweigstrom $i_{p,j}$ ($i_{n,j}$)

Beispiel:

Zum Zeitpunkt $t = 12 \text{ ms}$ in **Bild 2.51** sei der Umrichterstrom $i_{p,R}$ negativ. Die Zustände der Level 1 und 2 sind $= 1$ ($LZ_{1,2} = 1$), gemäß **Bild 2.50** entspricht dies dem Spannungs-Level 3 am Ausgang der Phase R des Umrichters und damit ist $N_{p,R} = 4$ und $N_{n,R} = 2$. Im oberen Zweig werden also die 4 Submodule mit den höchsten Spannungen über T1 zugeschaltet. Damit entladen sich die Kondensatoren der Submodule und ihre Spannung wird geringer. Bei den beiden anderen Submodulen ist T1 gesperrt, so dass dort die Rückwärtsdioden D2 der IGBT's den Strom führen. Zeitgleich sei der Strom $i_{n,R}$ im unteren Umrichterzweig positiv. Dort werden dann die Submodule mit den niedrigsten Kondensatorspannungen zugeschaltet, die sich dann aufladen und deren Kondensatorspannungen sich dann erhöhen. Dies erfolgt durch Sperren von T2. Bei den 4 anderen Submodulen des unteren Umrichterzweiges leiten die IGBT's (T2) und die Submodule sind gebrückt.

2.3.3.6 Erstes Projekt auf Basis der MMC-Technologie (Siemens AG)

Die erste HGÜ-Verbindung, bei der die Siemens AG Modulare Multi-Level-Stromrichter eingesetzt hat, ist das Projekt Trans Bay Cable in San Francisco, USA. Die Anlage wurde 2011 übergeben. Die übertragbare Leistung beträgt 400 MW bei einer Umrichterspannung von $\pm 200 \text{ kV}$ ($U_{D/2}$). Als Übertragungstrecke kam ein Unterseekabel mit Hin- und Rückleiter zum Einsatz. Die Stromrichter bestehen je Umrichterzweig aus 200 Modulen zuzüglich je 16 Modulen als Redundanz.



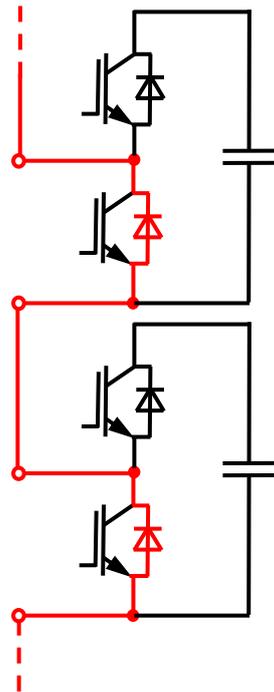
Bild 2.56 Erste von Siemens realisierte HGÜ-Verbindung auf der Basis der Modularen Multi-Level-Stromrichter: Trans Bay Cable

2.3.4 Weitere HVDC-Umrichter-Topologien

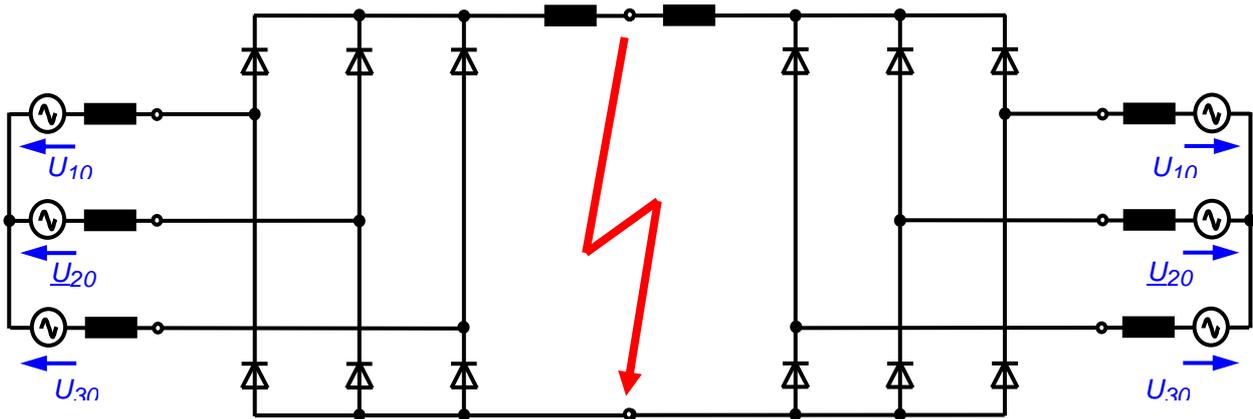
2.3.4.1 MMC in Vollbrückenschaltung

Obwohl der MMC in Halbbrückenschaltung (**Bild 2.47**) im Vergleich zur Vollbrückenschaltung aus einer geringeren Anzahl von Baugruppen besteht und damit in der Herstellung als auch hinsichtlich der Ausfallwahrscheinlichkeit günstiger ist, hat er doch einen erheblichen Nachteil.

Im Falle eines DC-seitigen Kurzschlusses besteht durch den Umrichter selbst keine Möglichkeit den Fehlerstrom zu unterdrücken oder abzuschalten. In **Bild 2.57** erkennt man, dass in diesem Fall die Rückwärtsdioden der IGBT's bei sperrenden IGBT's in Serie geschaltet sind und damit eine 6-pulsige Brückenschaltung bilden. Der Fehlerstrom wird durch die beiden Umrichter beidseitig gespeist und kann durch den Umrichter selbst nicht angeschaltet werden kann. Die einzige Möglichkeit der Abschaltung des Fehlerstromes ist die AC-seitige Auftrennung der Leistungshalter.



a.



b.

Bild 2.57 Verhalten des MMC mit Halbbrückenschaltung bei einem DC-seitigen Fehler
 a. Serienschaltung der Rückwärtsdioden bei sperrenden IGBT's
 b. Beidseitige Speisung des Fehlers durch die resultierende 6-pulsige Brückenschaltungen

Bild 2.58 zeigt die Realisierung der Submodule eines MMC mit Vollbrückenschaltungen. Im Gegensatz zur Halbbrückenschaltung können nicht nur die Spannungen $U = 0$ und $U = +U_C$ am Ausgang realisiert werden, sondern zusätzlich noch die Spannung $U = -U_C$.

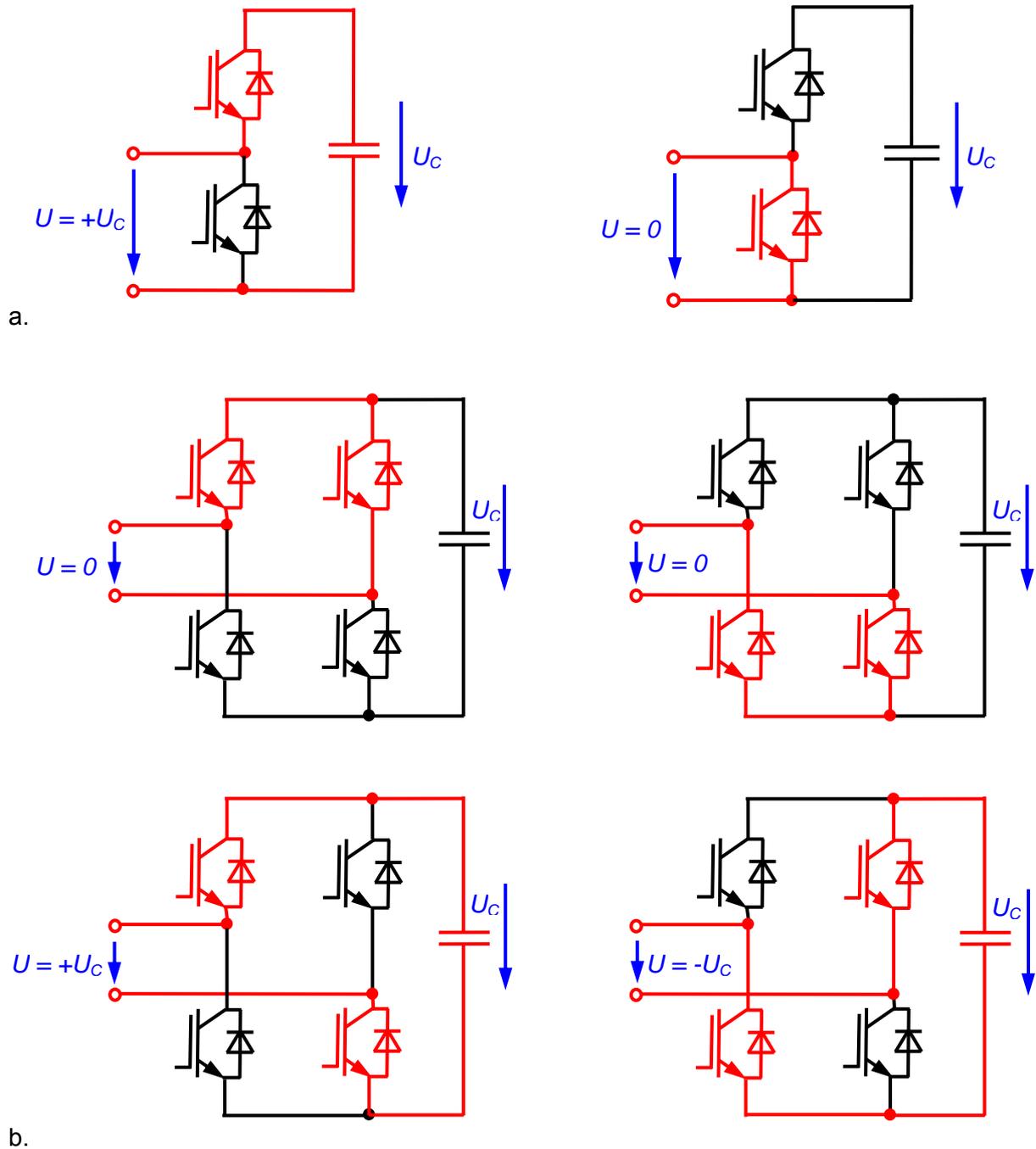


Bild 2.58 Schaltungstopologie und Schaltzustände der
 a. Halbbrücke
 b. Vollbrücke

Der MMC in Vollbrückenschaltung ist in der Lage einen Fehlerstrom zu unterdrücken (fault-ride-through). Bei sperrenden IGBT's sind unabhängig von der Stromrichtung stets Kondensatoren an die den Fehler treibende AC-Spannung geschaltet. Zunächst wird ein Drehstromsystem (Ströme i_{L1} , i_{L2} und i_{L3}) angenommen, das DC-seitig den Fehlerstrom treibt. In einem sich zu Null ergänzenden Drehstromsystem besitzt ein Strom stets die umgekehrte Polarität der beiden anderen Ströme. **Bild 2.59** deckt also alle Zustände exemplarisch für einen positiven Strom i_{L1} ab. Man erkennt, dass die Summe der Kondensatorspannungen von zwei Umrichterzweigen gegen die Leiterspannung geschaltet wird. Die Kondensatorspannung pro Submodul beträgt U_{DC}/m , somit ist die Summe der Kondensatorspannungen pro Umrichterzweig U_{DC} . Durch den Kurzschluss sind zwei Umrichterzweige in Serie geschaltet, so dass sich in Summe eine Spannung von $2 \cdot U_{DC}$ ergibt. Die Spannung U_{DC} ergibt sich gemäß (2.152) zu $2 \cdot \sqrt{2} \cdot U_{AC}$, die Leiterspannung hat den Wert $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{AC}$. Somit ist die Summe der Kondensatorspannungen stets größer als die Leiterspannung, wodurch ein Stromfluss unterdrückt wird. Nachteilig an der Vollbrückenschaltung ist der höhere Aufwand an Baugruppen und höhere Verluste. Letzteres erkennt man daran, dass bei der Vollbrücke immer zwei IGBT's anstelle von einem IGBT wie bei der Halbbrücke geschaltet werden (**Bild 2.58**).

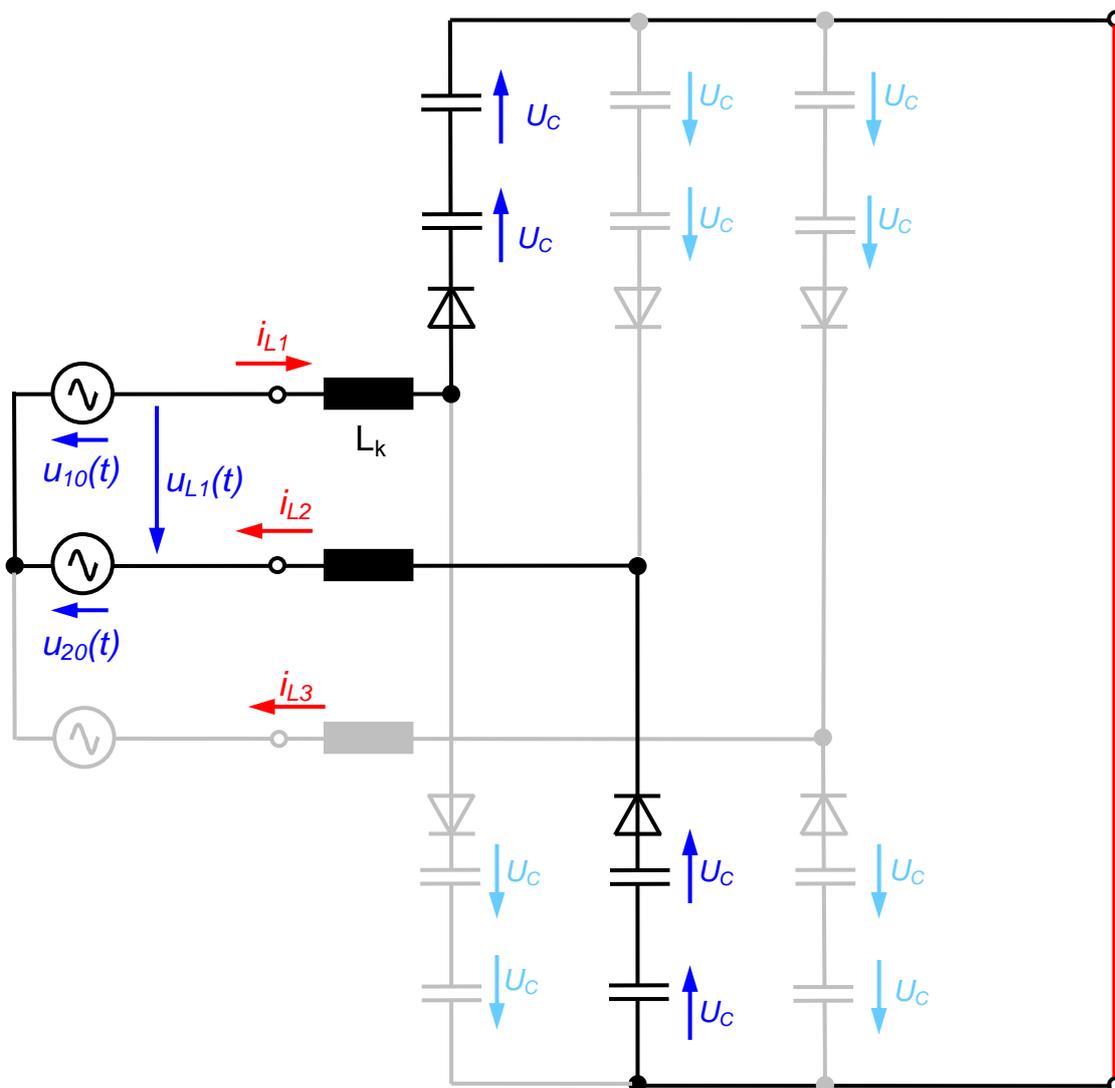


Bild 2.59 Ersatzschaltung des MMC in Vollbrückenschaltung bei einem DC-seitigen Kurzschluss

2.3.4.2 Clamp-double Submodule

Das Clamp-double Submodule ist eine weitere Schaltungsvariante für Basismodule eines MMC. Die Ausgangsspannung kann hierbei die Werte 0 , U_C und $2 \cdot U_C$ erreichen. Im Normalbetrieb ist der IGBT T5 in der Mitte stets eingeschaltet. Im Fehlerfall wird der IGBT T5 gesperrt, wodurch man eine Schaltung ähnlich der Vollbrücke erhält. Somit hat auch das Clamp-double Submodule die Eigenschaft, einen Fehlerstrom infolge eines DC-seitigen Kurzschlusses blockieren oder unterdrücken zu können.

Im Vergleich zur Vollbrückenschaltung ist diese Variante etwas effizienter, denn im Normalbetrieb fließt der Strom bei einer Ausgangsspannung von $2 \cdot U_C$ nur durch 3 IGBT's anstelle von 4 IGBT's bei der Vollbrücke. Allerdings liegen die Verluste bei dieser Schaltung höher als bei der Halbbrückenschaltung. Anwendungsfelder dieser Schaltung dürften daher eher bei der Energiefernübertragung über Freileitungen liegen, bei denen die Halbbrückenschaltung aufgrund ihrer fehlenden Möglichkeit der Abschaltung eines Kurzschlussstromes eher nicht geeignet ist.

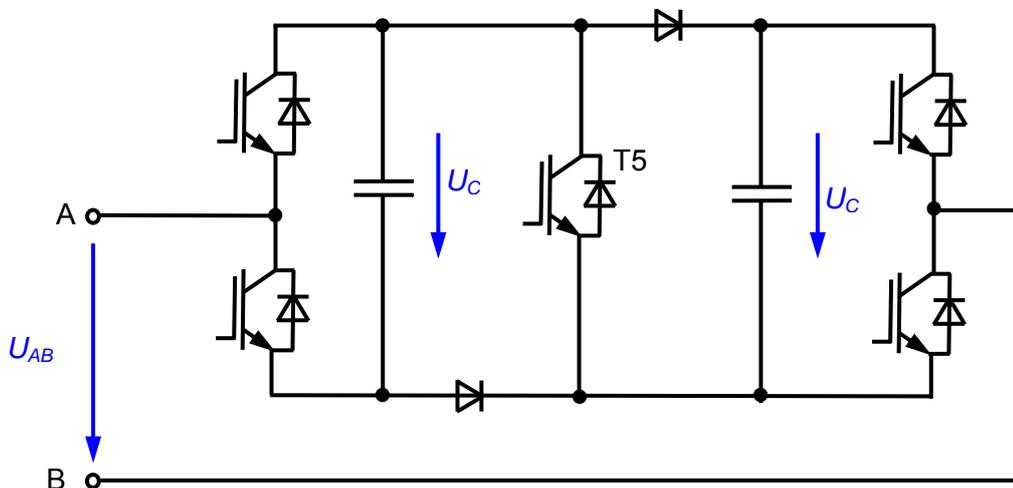


Bild 2.60 Schaltung des „Clamp-double Submodule“

2.3.4.3 Kaskadierte 2-Level-Umrichter (ABB)

Bei ABB wurden zunächst 2-Level- und 3-Levelumrichter eingesetzt. In der 4. Generation kommt der CTLC (Cascaded Two Level Converter) zum Einsatz (**Bild 2.61**). Hiermit erreicht man ähnlich wie beim MMC eine sinusförmige Ausgangsspannung mit geringem Oberschwingungsgehalt und kann somit auf AC-Filter verzichten. Der 2-Level-Konverter stellt das Grundmodul dar, wodurch die Anlage aus einer Vielzahl von identischen Baugruppen besteht. Dadurch wird wie beim MMC die Anlage kostengünstig.

Auch die Funktionsweise ist ähnlich zu der des MMC. Jeder 2-Level-Umrichter kann abhängig von der Stromrichtung durch die Dioden oder Transistoren entweder vollständig gebrückt oder mit seiner Kapazität und deren Spannung in den Kreis geschaltet werden. Auf diese Weise lässt sich das Potenzial des Punktes A über die Zwischenschritte der Kondensatorspannung von $+U_{DC}/2$ nach $-U_{DC}/2$ verschieben. Bei geeigneter Ansteuerung ist es auch hier möglich, den Ladezustand der Kondensatoren auf einem bestimmten Niveau zu halten und gleichzeitig eine sinusförmige Ausgangsspannung zu erreichen.

Nachteilig bei diesem Konzept ist, dass ähnlich dem MMC in Halbbrückenschaltung ein Fehlerstrom infolge eines DC-seitigen Kurzschlusses nicht abgeschaltet werden kann. Man erkennt an der Schaltung unmittelbar, dass sich bei DC-seitigem Kurzschluss und sperrenden IGBT's wieder eine 6-pulsige Brückenschaltung der Rückwärtsdioden ergibt (ähnlich **Bild 2.57b**).

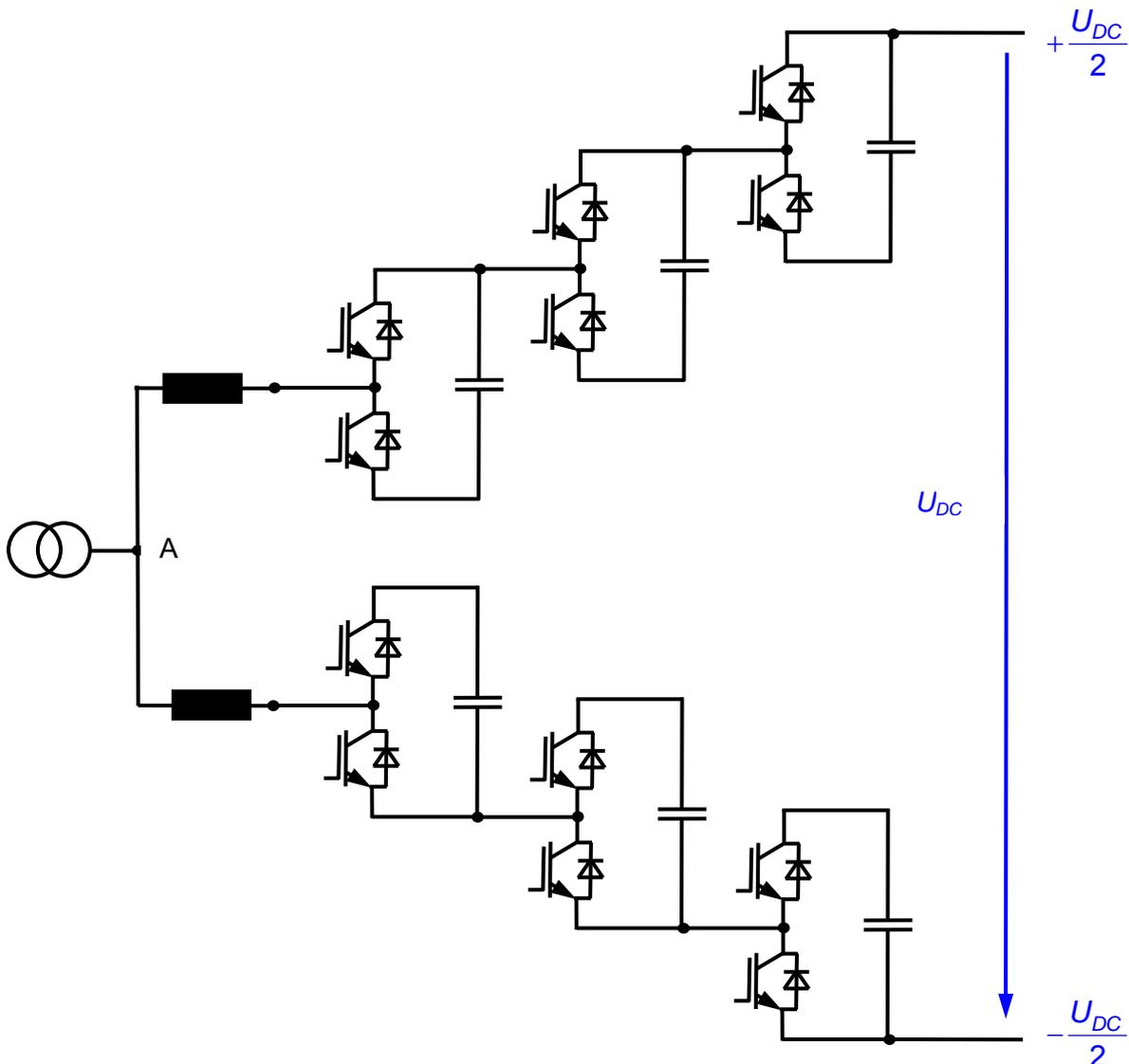


Bild 2.61 Multilevel-Umrichter-Konzept von ABB: der kaskadierte 2-Level-Umrichter (Cascaded Two Level Converter, CTLC)

2.3.4.4 Hybrid-Umrichter (ALSTOM)

Der „alternate arm converter“ von ALSTOM besteht aus einer Anzahl von Submodulen für jeden Umrichterzweig. Um die Abschaltung eines Fehlerstromes infolge eines DC-seitigen Kurzschlusses zu ermöglichen, kommen Submodule in Vollbrückenschaltung zum Einsatz. Im Gegensatz zu dem MMC-Konzept der Siemens AG wird die positive Sinushalbschwingung durch den oberen Umrichterzweig, die negative Sinushalbschwingung durch den unteren Umrichterzweig erzeugt. Der jeweils andere, nicht benötigte Umrichterzweig wird durch einen sogenannten „Director switch“ abgeschaltet.

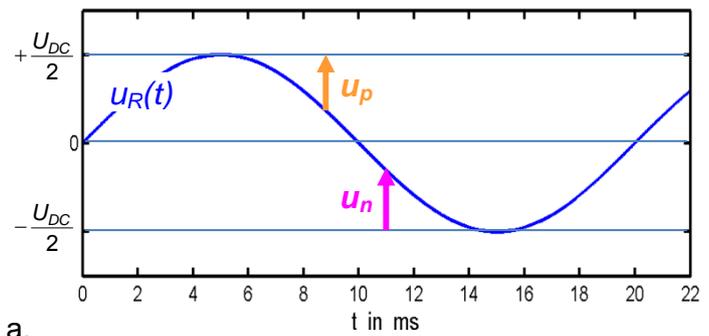
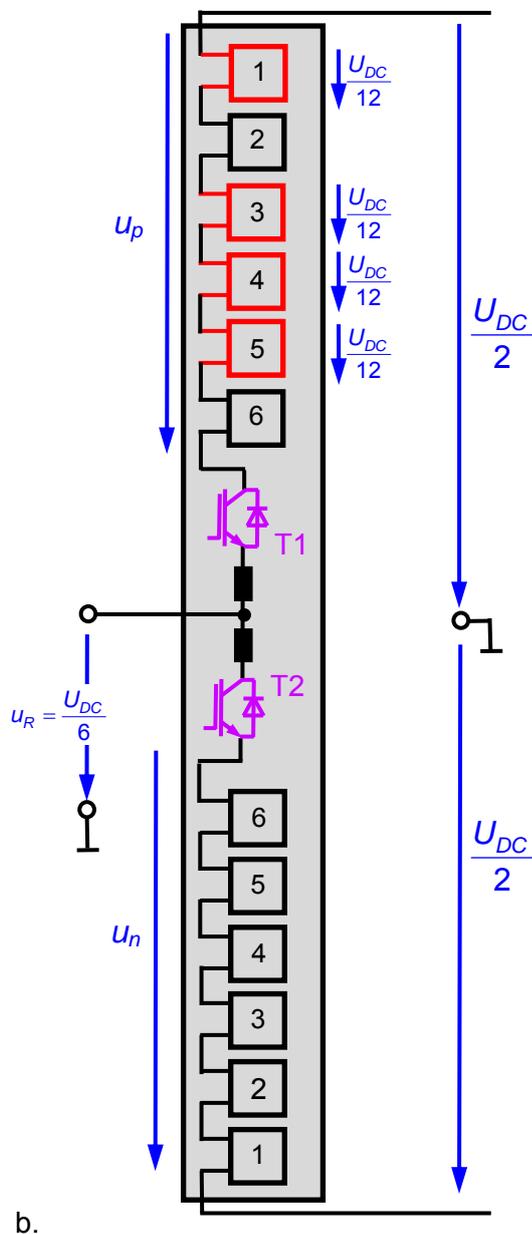
Für die obere Masche gilt bei Zuschaltung des „Director switch“ T1

$$u_R - \frac{U_{DC}}{2} + u_p = u_R - \frac{U_{DC}}{2} + N_p \cdot U_{C0} = 0 \quad \text{mit} \quad 0 \leq u_R \leq \frac{U_{DC}}{2} \quad (2.176)$$

Daraus folgt bei $u_R = 0$, d.h. wenn alle m Submodule zugeschaltet sind:

$$U_{C0} = \frac{1}{m} \cdot \frac{U_{DC}}{2} \quad (2.177)$$

Im Vergleich zum MMC gemäß **Bild 2.50** erhält man hier die halbe Stufenspannung, bei gleicher Stufenspannung käme man also mit der Hälfte der Submodule aus. Allerdings muss jedes Submodul den vollen AC-seitigen Strom führen, während sich der AC-seitigen Strom beim MMC gemäß **Bild 2.50** je zur Hälfte vom oberen und vom unteren Umrichterzweig übernommen wird.



obere Masche:

$$u_R - \frac{U_{DC}}{2} + N_{+,R} \cdot \frac{U_{DC}}{2m} = 0$$

$$u_R = \frac{U_{DC}}{2} - N_{+,R} \cdot \frac{U_{DC}}{2m} \stackrel{\text{hier}}{=} \frac{U_{DC}}{2} - 4 \cdot \frac{U_{DC}}{12} = \frac{U_{DC}}{6}$$

Bild 2.62 Prinzip des „alternate arm converters“ von ALSTOM

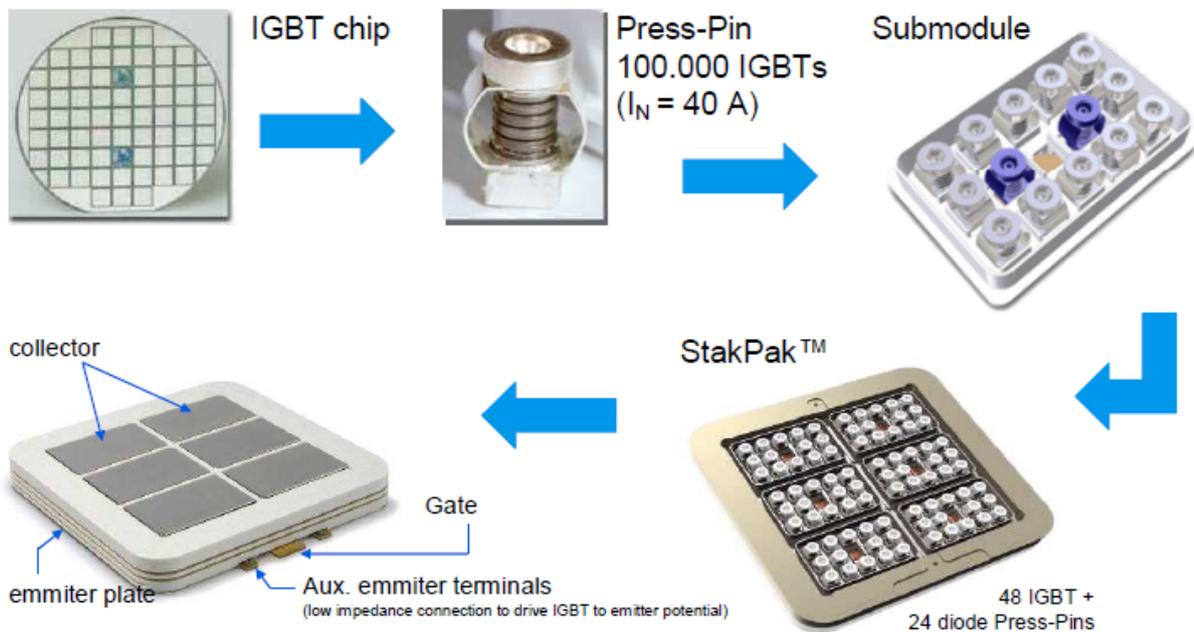
2.4 Grenzdaten heutiger Leistungshalbleiter für HGÜ-Anwendungen

Das Gebiet der Technologie für Leistungshalbleiter ist ein weites Feld mit einer Vielzahl von einzelnen Technologieschritten. Darauf soll hier nicht eingegangen werden. Hier sollen nur die Grenzdaten der derzeit möglichen Leistungshalbleiter für HGÜ-Anwendungen und die daraus resultierenden Grenzleistungen der HGÜ-Übertragungstrecken dargestellt werden (**Bild 2.63a**, Siemens AG). **Bild 2.63b** zeigt den modularen Aufbau von Leistungshalbleitern am Beispiel der von ABB verwendeten IGBT's.

HVDC "Classic"	HVDC PLUS
	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ 8 kV Thyristors – $I_{DC} = 4.5 \text{ kA}$ ▪ up to 7500 MW @ $\pm 800 \text{ kV DC}$ ▪ MI cable up to $\pm 600 \text{ kV DC}$ 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 4.5 kV Transistors (IGBT) – $I_{DC} = 1.7 \text{ kA}$ ▪ up to 1100 MVA @ $\pm 320 \text{ kV DC}$ ▪ XLPE cable up to $\pm 320 \text{ kV DC}$

a.

IGBT StakPak™ Tailor-made for transmission applications



b.

Bild 2.63 Informationen zu Grenzdaten und Aufbau von Leistungshalbleitern (Stand 2014)

a. Siemens AG

b. ABB AG

3 Flexible AC Transmission Systems (FACTS)

3.1 Aufgabe von FACTS

FACTS sind Betriebsmittel, die auf Bauelementen der Leistungselektronik (Thyristoren) basieren, mit der Aufgabe, die statische und dynamische Übertragungskapazität konventioneller Energieübertragungssysteme zu erhöhen. Prinzipiell vergleichbar ist die Funktion von FACTS mit den klassischen Möglichkeiten der Blindleistungskompensation. Im Vergleich dazu sind FACTS-Anlagen jedoch regelbar und lassen sich damit an sich ändernde Netzverhältnisse – die Kompensation betreffend – dynamisch anpassen. Außerdem sind die weitaus flexibler als die klassischen Kompensatoren.

Mit Hilfe von FACTS-Anlagen lässt sich an diskreten Stellen im Netz kapazitive und induktive Blindleistung einspeisen und regeln. Durch FACTS-Anlagen können Parameter, die das Übertragungsverhalten eines Elektroenergiesystems bestimmen, gezielt beeinflusst und geregelt werden.

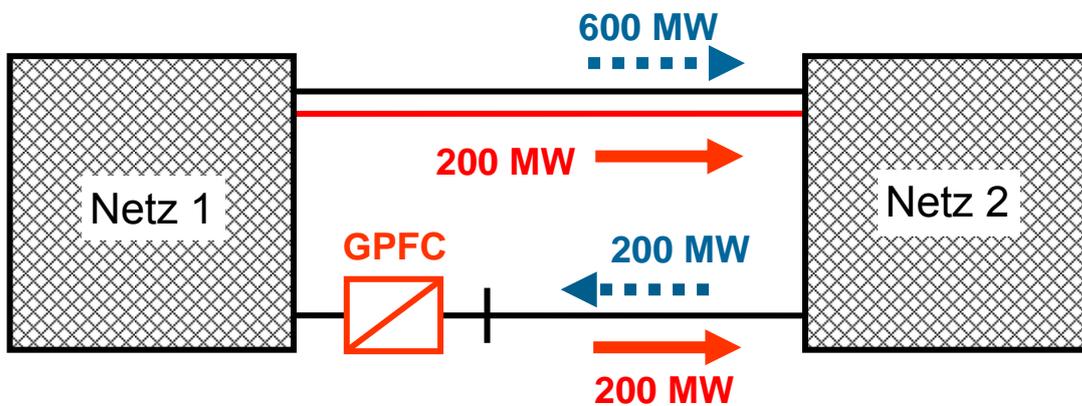
Der Einsatz von FACTS-Anlagen bringt einige Vorteile mit sich:

- *Optimierte Übertragung elektrischer Energie in bestehenden Anlagen*
Der Bau neuer Übertragungsstrecken ist aus wirtschaftlichen und ökologischen Gründen vielfach ausgeschlossen. FACTS-Anlagen tragen wesentlich dazu bei, die im deregulierten Energiemarkt notwendigen und häufig vorkommenden Lastflußänderungen, zu ermöglichen, ohne dass die bestehende Übertragungskapazität an ihre Grenzen stößt.
- *Steigerung der Stabilität eines Netzes*
FACTS-Anlagen sind in der Lage die statische Stabilität eines Übertragungsnetzes zu erhöhen. Außerdem können sie Leistungspendelungen infolge größerer Laständerungen dynamisch ausgleichen und erhöhen dadurch die transiente Stabilität des Systems.
- *Steigerung der Spannungsqualität eines Netzes*
Es gibt zahlreiche industrielle Prozesse, bei denen die Spannungsqualität eine wesentliche Rolle spielt (Halbleiterindustrie, chemische Industrie,...). Mit Hilfe von FACTS-Anlagen kann die Spannungsqualität aufgrund der schnellen Regelbarkeit solchen Anlagen erheblich gesteigert werden.
- *Steigerung der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit von Übertragungssystemen*
FACTS-Anlagen tragen dazu bei, die Zahl der Schalthandlungen im Netz zu verringern. Damit werden auch Überspannungen infolge der Schalthandlungen sowie Netzstörungen infolge einer Schalthandlung reduziert.

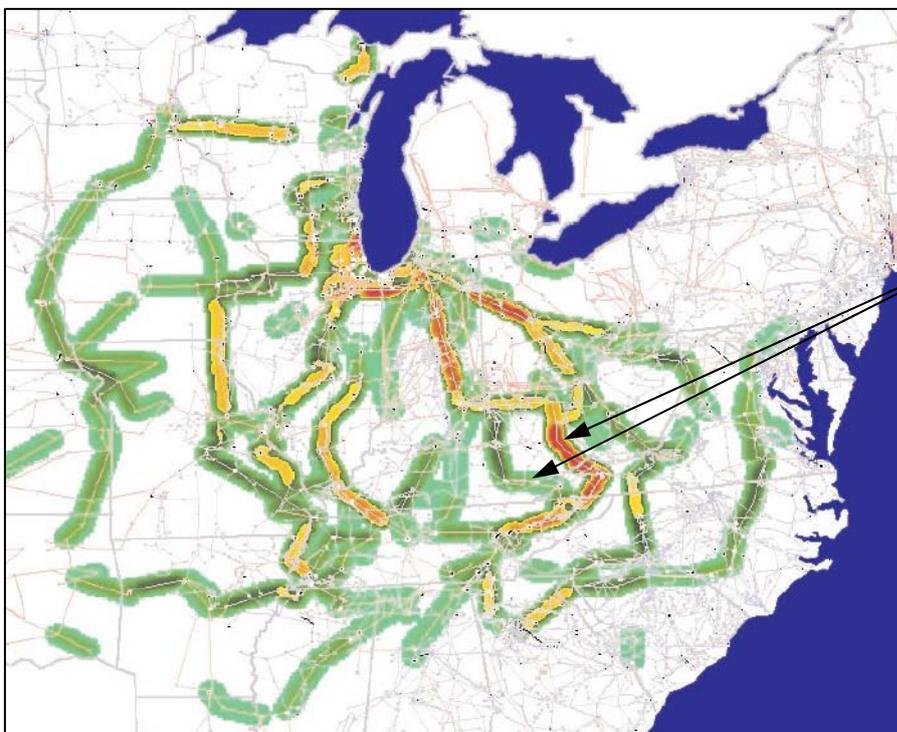
Bild 3.1 zeigt ein vielfach vorhandenes Problem in Netzen. Aufgrund der Netzimpedanzen und der Einspeisungen und Lasten kommt es zu „Loop Flows“, also Leistungen, die im Kreis fließen. Diese *Loop Flows* verursachen eine zusätzliche Belastung der Betriebsmittel, vor allem der Leitungen. Sie wirken also wie eine weitere Begrenzung der Übertragungskapazität eines Systems und sind daher höchst unerwünscht.

Bild 3.1a verdeutlicht dies: ohne Eingriff in das Netz durch ein entsprechendes FACTS-Element (GPFC, Grid Power Flow Controller) würde aufgrund der Gegebenheiten in der oberen Verbindung ein Leistungsfluß von 600 MW von Netz 1 nach Netz 2 zustande kommen. In der unteren Leitung fließen hingegen 200 MW in umgekehrter Richtung. Möglicherweise müsste deshalb die obere Freileitung sogar zu einer Doppelleitung ausgebaut werden.

In **Bild 3.1b** ist das Ergebnis einer Studie der Auslastung der Hochspannungsübertragungsleitungen eines Teils der USA dargestellt im Auftrag des Department of Energy dargestellt. Deutlich erkennbar sind hoch und niedrig ausgelastete Übertragungsstrecken. Es wird deutlich, dass parallele Übertragungsstrecken mit deutlich unterschiedlicher Auslastung existieren, was nicht unwesentlich zu dem großen Blackout in den USA am 14.8.2003 beigetragen hat.



a.



2 deutlich unterschiedlich ausgelastete Übertragungsleitungen

b.

Bild 3.1 a. Prinzipielle Darstellung eines „Loop Flow“
 b. Auslastung der US-amerikanischen Hochspannungsleitungen, Quelle: National Transmission Grid Study

3.2 Arten und Eigenschaften von FACTS-Anlagen

FACTS-Betriebsmittel können in den folgenden Konfigurationen am Netz betrieben werden:

- parallel zum Netz geschaltet,
- in Serie zu Netzbetriebsmitteln geschaltet, z.B. im Zug einer Leitung und
- in einer Kombination aus Parallel- und Serienschaltung.

FACTS		
Parallelschaltung	Serienschaltung	Kombinierte Serien- Parallelschaltung
TSC	TCSC	UPFC
TCR	TCSR	TCPST
FC-TCR	TSSC	
STATCOM	TSSR	
	FSC	

Bild 3.2 Zusammenstellung einiger FACTS und ihre Schaltung in Bezug auf das Netz

FSC:	Fixed Series Capacitor (Feste Serienkapazität)
TSC:	Thyristor Switched Capacitor
TSR:	Thyristor Switched Reactor
FC-TSR:	Fixed Capacitor - Thyristor Switched Reactor
STATCOM:	Static Synchronous Compensator
TCSC:	Thyristor Controlled Series Capacitor
TCSR:	Thyristor Controlled Series Reactor
TSSC:	Thyristor Switched Series Capacitor
TSSR:	Thyristor Switched Series Reactor
UPFC:	Unified Power Flow Controller
TCPST:	Thyristor Controlled Phase Shifting Transformer

Am Häufigsten wurden bisher die in Parallelschaltung betriebenen **SVC**-Anlagen (**Static VAR Compensator**) realisiert. Zu den SVC's gehören die Blindleistungskompensatoren **TCR** (*Thyristor Controlled Reactor*) und **TSC** (*Thyristor Switched Capacitor*). In die Gruppe der parallel zum Netz angeschlossenen FACTS gehört auch der **STATCOM** (*Static Synchronous Compensator*). Zur Gruppe der seriengeschalteten FACTS gehören der **TCSC** (*Thyristor Controlled Series Capacitor*), der **TCSR** (*Thyristor Controlled Series Reactor*) und der **TSSC** (*Thyristor Switched Series Capacitor*). Zur Gruppe der FACTS, die eine Kombination aus Serien- und Parallelschaltung am Netz darstellen, gehört der **UPFC** (*Unified Power Flow Controller*).

Bild 3.3 zeigt eine Zusammenstellung der Stärken und damit die sinnvollen Einsatzgebiete der wichtigsten FACTS-Betriebsmittel. Auch HGÜ-Anlagen, als Kurzkupplung (B2B, Back-to-Back) ausgeführt, sind in der Lage, typische FACTS-Aufgaben zu übernehmen. Insofern kann eine B2B-HGÜ auch als FACTS-Betriebsmittel betrachtet werden.

Einfluß auf	FSC	SVC STATCOM	TCSC	UPFC	HGÜ (B2B)
Spannungsqualität	•	•••	•	•••	••
Leistungsflusssteuerung (vermaschtes Netz)	•	X	••	•••	•••
Transiente Stabilität	••	•	•••	•••	•••
Dämpfung von Leistungs- pendelungen (Übertragungsleitungen)	•	••	•••	•••	•••
Dämpfung von Leistungs- pendelungen (vermaschtes Netz)	•	•	•	•••	•••

Bild 3.3 Einsatzgebiete verschiedener FACTS-Betriebsmittel

- X: praktisch kein Einfluß
- : geringer Einfluß
- : mittlerer Einfluß
- : großer Einfluß

In der Praxis kommt der UPFC trotz seiner universellen Eigenschaften dennoch nicht ausschließlich zum Einsatz. Man versucht stets, für die erforderliche Aufgabenstellung die kostenoptimale Lösung zu finden. Zur Steigerung der Spannungsqualität oder zur Ausregelung von Leistungspendelungen auf Übertragungsleitungen beispielsweise wird daher eher ein SVC oder STATCOM zum Einsatz kommen, da der Aufwand im Vergleich zum UPFC deutlich niedriger ist.

3.2.1 Parallel geschaltete FACTS

3.2.1.1 TCR, TSR – Thyristor-Controlled and Thyristor-Switched Reactor

Der TCR besteht aus einer konstanten Induktivität, meist als Luftspule realisiert, und in Serie dazu aus 2 antiparallel geschalteten Thyristoren (**Bild 3.4a**). Dabei sind Thyristoren mit Sperrspannungen von 4...9 kV bei Strömen von 3...6 kA üblich. Typischerweise sind 10...20 Thyristoren in Serie geschaltet, um auf die typischen Betriebsspannungen elektrischer Energieübertragungsnetze zu kommen.

Abhängig vom Steuerwinkel α , d. h. der Verzögerung des Einschaltens der Thyristoren kann der Strom in der Induktivität L gesteuert werden. Die Netzspannung sei

$$u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t) \quad . \quad (3.1)$$

Mit

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t u_L(t) \cdot dt \quad \stackrel{\omega t = \tau}{=} \quad \frac{U_0}{\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} \cos(\tau) \cdot d\tau = \frac{U_0}{\omega L} \cdot (\sin(\omega t) - \sin \alpha) \quad (3.2)$$

erhält man insgesamt

$$i_L(t, \alpha) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq \omega t \leq \alpha \\ \frac{U_0}{\omega L} \cdot (\sin(\omega t) - \sin \alpha) & \text{für } \alpha \leq \omega t \leq \pi - \alpha \\ 0 & \text{für } \pi - \alpha \leq \omega t \leq \pi + \alpha \\ \frac{U_0}{\omega L} \cdot (\sin(\omega t) + \sin \alpha) & \text{für } \pi + \alpha \leq \omega t \leq 2\pi - \alpha \\ 0 & \text{für } 2\pi - \alpha \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad (3.3)$$

Bild 3.4b zeigt die zeitlichen Verläufe der Spannung und des Stromes. Von Interesse ist noch die Amplitude $I_{L1}(\alpha)$ der Grundschwingung des Stromes $i_L(t, \alpha)$. Eine Fourier-Analyse gemäß

$$a_k = 0 \quad \text{und} \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \sin(k \cdot \tau) d\tau \quad (3.4)$$

liefert (3.3)

$$\begin{aligned} I_{L1}(\alpha) &= b_1 = 2 \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_L(\tau, \alpha) \cdot \sin \tau \cdot d\tau = 2 \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} \frac{U_0}{\omega L} \cdot (\sin \tau - \sin \alpha) \sin \tau \cdot d\tau \\ &= \frac{U_0}{\omega L} \cdot \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin(2\alpha) \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dabei ist insbesondere

$$I_{L1}(\alpha = 0) = \frac{U_0}{\omega L} \quad \text{und} \quad I_{L1}(\alpha = \frac{\pi}{2}) = 0 \quad (3.6)$$

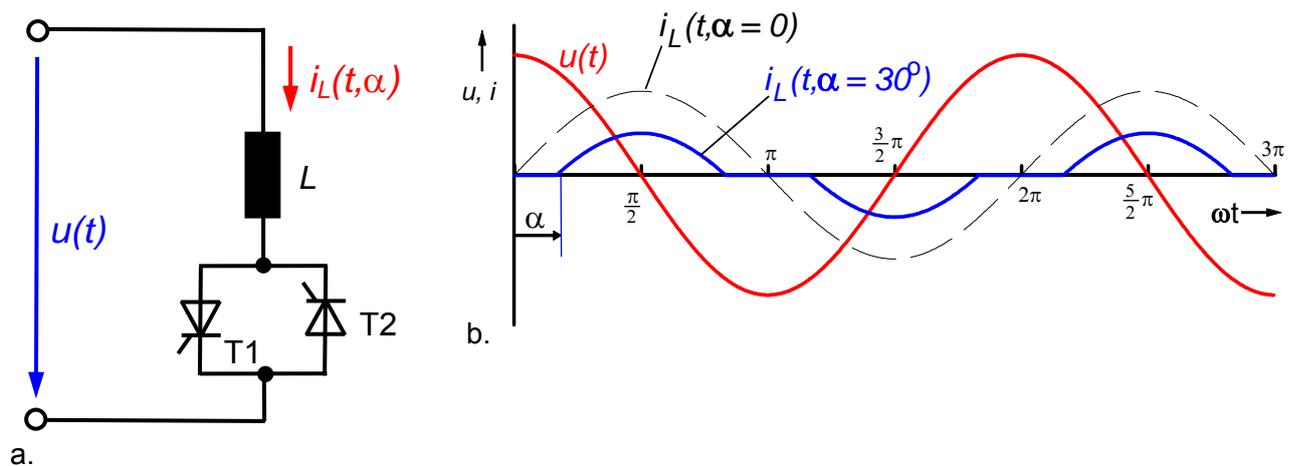


Bild 3.4 a. Schaltung des TCR
b. Spannung $u(t)$ und Strom $i_L(\alpha)$

Der Strom kann also durch den Steuerwinkel α von Null bis zum Maximalwert variiert werden. Man kann nun eine Admittanz $\underline{Y}(\alpha)$ oder eine Impedanz $\underline{Z}(\alpha)$ gemäß

$$\underline{Y}(\alpha) = -j \frac{1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin(2\alpha)}{\omega L} \quad \underline{Z}(\alpha) = j \frac{\omega L}{1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin(2\alpha)} \quad \text{mit } \omega L \leq Z(\alpha) < \infty \quad (3.7)$$

definieren.

Zusätzlich zur Grundschwingung entstehen höhere Harmonische, deren Amplituden durch

$$I_{Ln}(\alpha) = \frac{U_0}{\omega L} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin(\alpha) \cdot \cos(n\alpha) - n \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(n\alpha)}{n(n^2 - 1)} \right) \quad (3.8)$$

$$\text{mit } n = 2k + 1 \quad \text{und } k = 1, 2, \dots$$

berechnet werden können.

Eine Möglichkeit zur Reduktion der Amplitude der Harmonischen bezogen auf den Gesamtstrom ist die Parallelschaltung mehrerer TCR-Einheiten. Nur einer der TCR-Einheiten wird mit einem Steuerwinkel $0 < \alpha < \pi/2$ gesteuert, alle anderen haben entweder $\alpha = 0$ oder $\alpha = \pi/2$. Diese TCR's erzeugen keine Harmonische, tragen aber zum Gesamtstrom bei. Die einzige gesteuerte Einheit erzeugt deshalb – bezogen auf den Gesamtstrom – einen niedrigeren Oberschwingungsgehalt im Vergleich zu einer großen TCR-Einheit.

3.2.1.2 FC-TCR – Fixed Capacitor Thyristor Controlled Reactor

Ein FC-TCR (FC = Fixed Capacitor) entsteht durch Parallelschaltung eines TCR mit einem festen Kondensator (**Bild 3.5a**).

Die Kapazität wird üblicherweise als Filter-Netzwerk realisiert, das bei der Grundfrequenz f_0 kapazitives Verhalten aufweist. Das Filter ist auf die im Strom des TCR entstehenden Oberschwingungen abgestimmt und hat an einigen diskreten Frequenzen eine niedrige Impedanz.

Bei $\alpha = \pi/2$ ist $I_{L1}(\alpha = \pi/2) = 0$, damit ist die Kapazität C voll wirksam. Mit abnehmendem Steuerwinkel α ($0 < \alpha < \pi/2$) wird die kapazitive Impedanz zunehmend geringer. Für die Admittanz sowie die Impedanz des FC-TCR gilt:

$$\underline{Y}(\alpha) = \frac{I(\alpha)}{U_0} = j\omega_0 C + \frac{1}{j\omega_0 L} = j \left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} \right) = j \left(\omega_0 C - \frac{1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin(2\alpha)}{\omega_0 L} \right)$$

$$\underline{Z}(\alpha) = \frac{U_0}{I(\alpha)} = \frac{1}{j \left(\omega_0 C - \frac{1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin(2\alpha)}{\omega_0 L} \right)} = \frac{j\omega_0 L}{1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin(2\alpha) - \omega_0^2 LC} \quad , \quad (3.9)$$

also

$$\underline{Y}(\alpha = 0) = j\left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}\right) \quad \text{und} \quad \underline{Z}(\alpha = 0) = \frac{1}{\underline{Y}(\alpha = 0)} = j\frac{\omega_0 L}{1 - \omega_0^2 LC}$$

$$\underline{Y}(\alpha = \frac{\pi}{2}) = j(\omega_0 C) \quad \text{und} \quad \underline{Z}(\alpha = \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\underline{Y}(\alpha = \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{j\omega_0 C}$$
(3.10)

Falls Kapazität C und Induktivität L so ausgelegt werden, dass gilt

$$1 - \omega_0^2 LC > 0 \quad \text{oder} \quad \omega_0 L < \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (3.11)$$

so kann der FC-TCR bei $\alpha = 0$ induktiven Charakter annehmen. Als „Black Box“ betrachtet, ist ein FC-TCR eine variable Impedanz, die sowohl induktiv als auch kapazitiv sein kann. Der Betriebsbereich im I/U-Diagramm (**Bild 3.5b**) ist durch die Impedanzen der Kapazität und der Induktivität sowie durch die maximale Spannung und den maximalen Strom der Anlage gegeben.

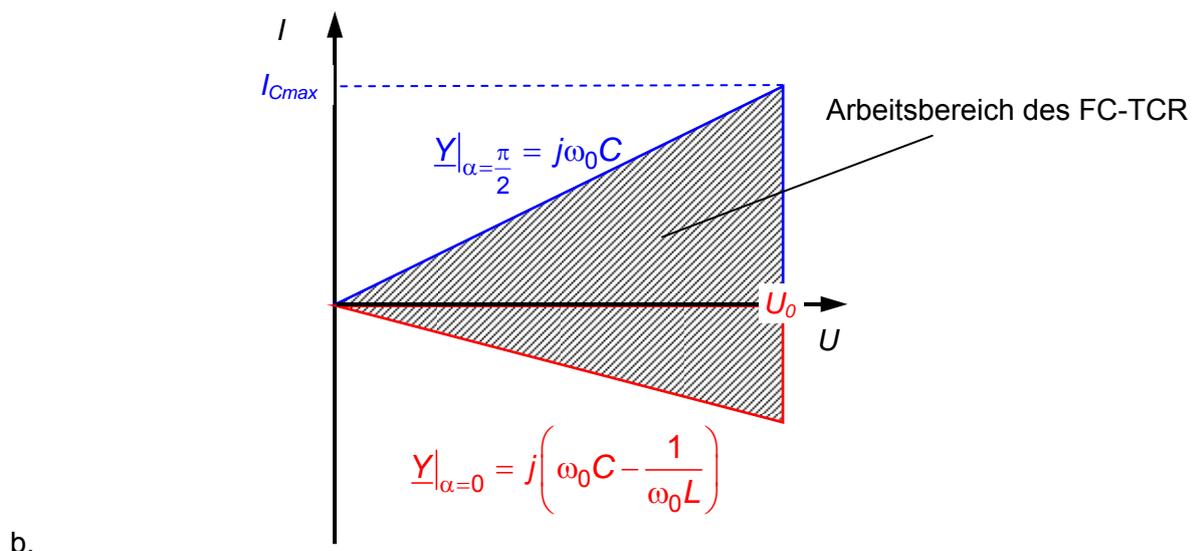
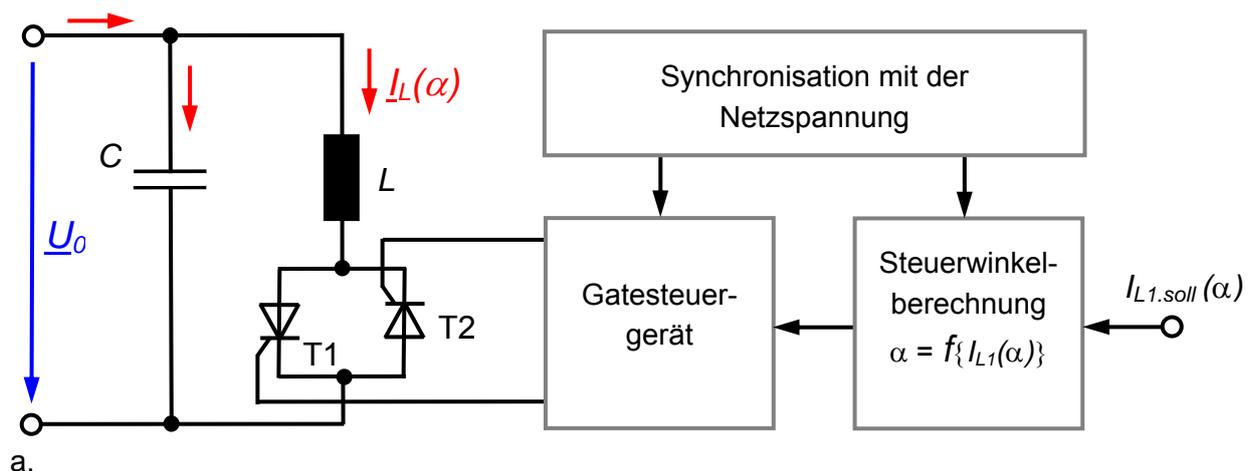


Bild 3.5 a. Schaltung eines FC-TCR (Fixed Capacitor Thyristor-Controlled Reactor)
b. I/U-Kennlinie eines FC-TCR

3.2.1.3 TSC – Thyristor-Switched Capacitor

Bild 3.6a zeigt die Schaltung des TSC. Die Induktivität L ist eine kleine Drossel zur Strombegrenzung, die vor allem bei Fehlschaltungen (Fehlzündungen) der Thyristoren den Strom begrenzen soll. Bei leitendem Zustand der Thyristoren ist für

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.12)$$

$$u_C(t) + u_L(t) = u_C(t) + L \frac{di}{dt} = u_C(t) + LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} = u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.13)$$

Mit dem Ansatz

$$u_C(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) + B \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.14)$$

erhält man

$$A = \frac{U_0}{1 - \omega^2 LC} \quad \text{und} \quad B = 0 \quad (3.15)$$

und damit schließlich als Lösung für die inhomogene DGL:

$$u_C(t) = \frac{U_0}{1 - \omega^2 LC} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad i_C(t) = \frac{U_0 \cdot \omega C}{1 - \omega^2 LC} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.16)$$

$$u_L(t) = -\frac{U_0 \cdot \omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Im Stromnulldurchgang erreicht die Kondensatorspannung $u_C(t)$ ihr Maximum (90° Phasenverschiebung zwischen $u_C(t)$ und $i_C(t)$). Wenn die Thyristoren im Stromnulldurchgang ($\omega t = 2,5 \cdot \pi$ in **Bild 3.6b**) keine Zündimpulse mehr erhalten, so bleibt die Kondensatorspannung ab diesem Zeitpunkt konstant. Der Drosselstrom ist gerade Null und damit entsteht kein Ausgleichsvorgang.

Unter der Annahme einer konstant bleibenden Kondensatorspannung $u_C(t)$ können die Thyristoren eingeschaltet werden, ohne dass ein Ausgleichsvorgang stattfindet, d. h. ohne dass ein transienter Schaltstrom auftritt.

Ein Steuerwinkel α wie beim TCR ist beim TSC nicht anwendbar, da ein Schalten von Kapazitäten nur zu bestimmten Zeitpunkten möglich ist, wenn man möglichst geringe transiente Schaltspannungen und –ströme sicherstellen möchte. Ein TSC ist also entweder zugeschaltet, dann sind beide Thyristoren in leitendem Zustand und die volle Admittanz der Kapazität C ist wirksam, oder der TSC ist abgeschaltet, d. h. die Thyristoren sperren und die Kapazität ist unwirksam. Der TSC muß für mindestens eine halbe Periode eingeschaltet sein, wenn er in den Stromnulldurchgängen geschaltet werden soll.

Üblicherweise wird der Kondensator nach der Abschaltung des TSC entladen; sie haben daher eine Restspannung

$$0 \leq |u_C(t)| \leq \frac{U_0}{1 - \omega^2 LC} \quad (3.17)$$

bei der Wiedereinschaltung. Die Wiedereinschaltung erfolgt in dem Moment, zu dem die Netzspannung $u(t)$ und die Kondensatorspannung $u_C(t)$ identisch sind, d. h. über den Thyristoren die minimale Spannung abfällt. Ein du/dt ist nicht völlig vermeidbar, deshalb würde ohne eine Drossel zur Strombegrenzung ein sehr hoher transienter Strom fließen.

Um eine kontinuierliche Änderung der Stromes in einem TSC-Zweig zu approximieren, kann man entweder mehrere TSC-Gruppen parallel schalten und in unterschiedlichen Schaltzuständen betreiben oder man ergänzt den TSC um einen TCR – wie im folgenden Abschnitt gezeigt.

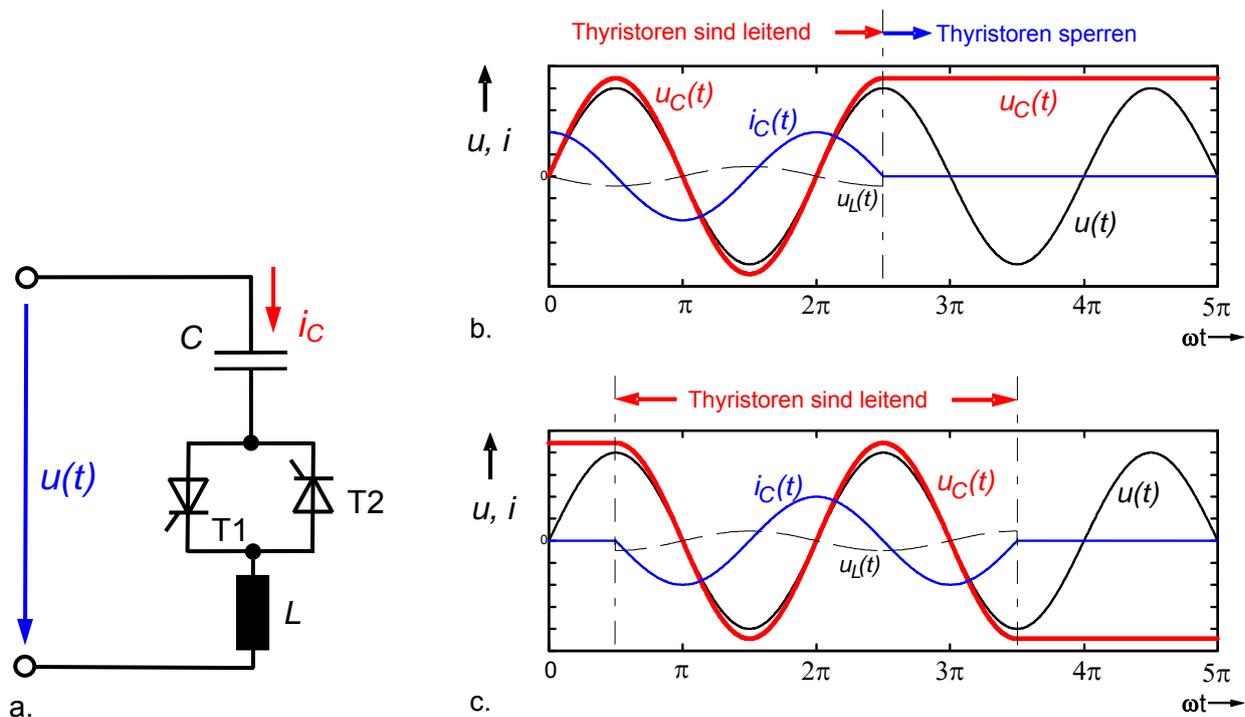


Bild 3.6 a. Schaltung des TSC
 b. Spannung $u(t)$, Kondensatorspannung $u_C(t)$, Drosselspannung $u_L(t)$ und Strom $i_C(t)$ bei leitenden und sperrenden Thyristoren (für $\varphi = 0$)
 c. Spannungen und Strom bei Betrieb des TSC, so dass kein transienter Schaltstrom entsteht ($\varphi = 0$)

3.2.1.4 TSC-TCR

Der TSC-TCR wurde hauptsächlich zur dynamischen Kompensation von Energieübertragungssystemen mit dem Ziel, die Stand-by-Verluste zu minimieren und die Flexibilität des Systems auszuweiten. Ein TSC-TCR besteht typischerweise aus n TSC-Zweigen und einem TCR (**Bild 3.7**). Die Anzahl der TSC-Zweige wird durch folgende Parameter bestimmt:

- Betriebsspannung
- maximale kapazitive Blindleistung
- Stromtragfähigkeit der Thyristoren
- Installationskosten

Die gesamte kapazitive Blindleistung $Q_{c,max}$ kann in n Intervalle geteilt werden. Im *ersten Intervall* ist die Blindleistung regelbar bis $Q_{c,max}/n$. Die Thyristoren des ersten TSC-Zweigs leiten, C_1 ist wirksam und durch den Steuerwinkel α des TCR kann das System auf die gewünschte Blindleistung im Bereich

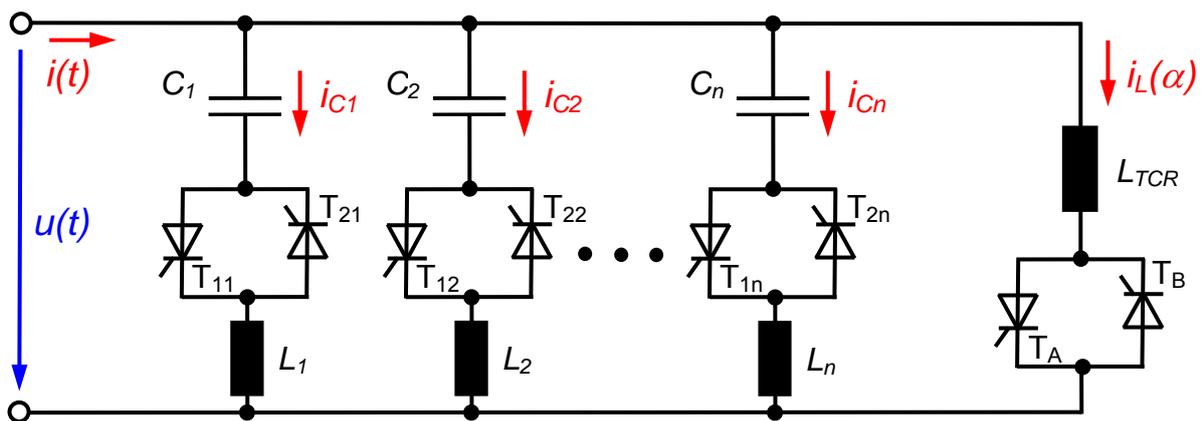
$$-Q_L \leq Q_1 \leq \frac{Q_{C,max}}{n} \quad \text{mit} \quad Q_L = \frac{U^2}{\omega L} \quad \text{und} \quad Q_{C,max} = U^2 \cdot \sum_{i=1}^n \omega C_i \quad (3.18)$$

an den Klemmen eingestellt werden. Darin ist U der Effektivwert der Wechselspannung $u(t)$ und Q_1 ist die Blindleistung an den Klemmen des TSC-TCR im ersten Intervall. In den nächsten Intervallen ist regelbar

$$(k-1) \cdot \frac{Q_{C,max}}{n} \leq Q_k \leq k \cdot \frac{Q_{C,max}}{n} \quad \text{mit} \quad k = \text{Nummer des Intervalls}$$

$$\text{und} \quad Q_L \approx -\frac{Q_{C,max}}{n} \quad (3.19)$$

Dabei wird die überschüssige kapazitive Blindleistung stets durch den TCR kompensiert. In der Praxis legt man die Blindleistungskapazität des TCR etwas über jener eines der TSC's aus, um etwas Reserve zu haben. Die Thyristoren der aktiven TSC's sind stets im leitenden Zustand; bei jenen Kapazitäten (C_{k+1}, \dots, C_n), die nicht zur kapazitiven Blindleistung beitragen sollen, sind die zugehörigen Thyristoren stets gesperrt.



a.

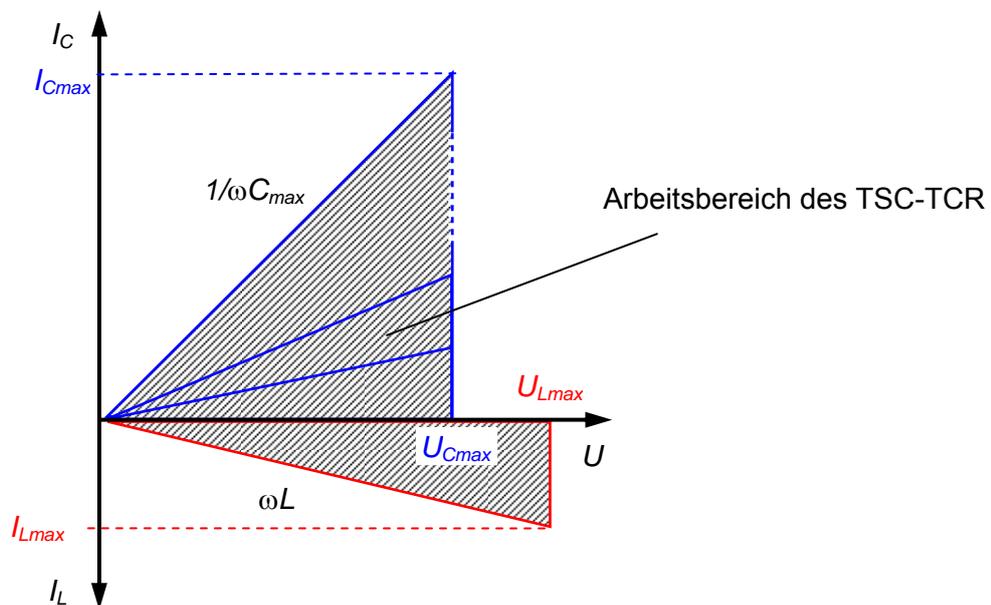


Bild 3.7 a. Schaltung eines TSC-TCR
b. I/U-Kennlinie eines TSC-TCR

3.2.1.5 STATCOM – Static Synchronous Compensator

Die bisher vorgestellten statischen Blindleistungskompensatoren sind parallel zum Netz geschaltete Impedanzen, deren resultierende Blindleistung entweder kontinuierlich oder in Stufen an den gewünschten Wert (Sollwert) angepasst wird.

Eine andere Möglichkeit zur Erzeugung regelbarer Blindleistung besteht im Einsatz von Umrichtern. Vom Gesichtspunkt der Bereitstellung regelbarer Blindleistung sind diese Umrichter den Synchronmaschinen sehr ähnlich. Aus diesem Grund bezeichnet man solche Systeme als *Static Synchronous Generators* (SSG). Wenn ein SSG ohne Energiequelle betrieben wird, wird er als STATCOM (*Static Synchronous Compensator*) bezeichnet.

Für die folgenden Betrachtungen kann davon ausgegangen werden, dass der STATCOM eine 3-phasige regelbare Drehspannungsquelle darstellt (**Bild 3.8**). **Bild 3.8a** zeigt die Ankopplung des STATCOM ans Netz über einen Transformator. Für den symmetrischen Netzbetrieb im eingeschwungenen Zustand und ein symmetrisches Netz kann das in **Bild 3.8c** dargestellte einphasige Ersatzschaltbild angesetzt werden. Zwischen STATCOM und Netz wirkt die Kurzschlussimpedanz $X_k = \omega \cdot L_k$ des Transformators. Jede der vom STATCOM erzeugte Spannung $e_a(t)$, $e_b(t)$ und $e_c(t)$ ist zu der jeweils korrespondierenden Netzspannung $u_A(t)$, $u_B(t)$ und $u_C(t)$ um den selben Phasenwinkel ϑ verschoben. Voraussetzungsgemäß seien alle Größen rein sinusförmig. Dann gilt entsprechend dem einphasigen Ersatzschaltbild **Bild 3.8c**:

$$\underline{U}_k = \underline{U} - \underline{E} = j \cdot X_k \cdot \underline{I} \quad \text{oder} \quad \underline{I} = j \cdot \frac{1}{X_k} (\underline{E} - \underline{U}) = j \cdot \frac{\underline{U}_k}{X_k} \quad (3.20)$$

Analog zu Gleichung (9.4) gilt für die Wirk- und Blindleistung, die vom STATCOM ins Netz fließen:

$$\underline{S}_2 = \frac{\underline{E} \cdot \underline{U}}{X} \sin \vartheta + j \left(\frac{\underline{E} \cdot \underline{U}}{X} \cos \vartheta - \frac{U^2}{X} \right) = P_2 + jQ_2 \quad (3.21)$$

Falls die Ausgangsspannung \underline{E} des STATCOM und die Netzspannung \underline{U} in Phase sind, d. h. $\vartheta = 0$, so ist die übertragene Wirkleistung $P_2 = 0$ und es wird nur die Blindleistung

$$Q_2 = \frac{U}{X} (E - U) \quad (3.22)$$

ins Netz eingespeist.

Falls die Ausgangsspannung \underline{E} des STATCOM kleiner als die Netzspannung \underline{U} eingestellt wird, so fließt ein den Spannungen \underline{E}_a und \underline{U}_A voreilender Strom \underline{I} aus dem STATCOM ins Netz; d. h. der STATCOM wirkt wie eine Induktivität ($Q_2 < 0$ oder $-Q_2 > 0$) und nimmt induktive Blindleistung auf (d. h. er gibt kapazitive Blindleistung ab). Ist hingegen die Ausgangsspannung \underline{E} des STATCOM größer als die Netzspannung \underline{U} , so eilt der Strom \underline{I} den Spannungen nach und der STATCOM speist induktive Blindleistung ($Q_2 > 0$) ins Netz, was einer Aufnahme kapazitiver Blindleistung entspricht, d. h. der STATCOM wirkt wie eine Kapazität am Netz.

In der Praxis sind die Schaltvorgänge nicht verlustfrei. Die Deckung der Verluste erfolgt aus dem Drehspannungsnetz, indem die Phase der STATCOM-Ausgangsspannung um einen kleinen Phasenwinkel gegenüber der Netzspannung gedreht wird. Ein wesentlicher Vorteil des STATCOM gegenüber den thyristorgesteuerten Kompensatoren ist das um etwa den Faktor 10 bessere (schnellere) dynamische Verhalten.

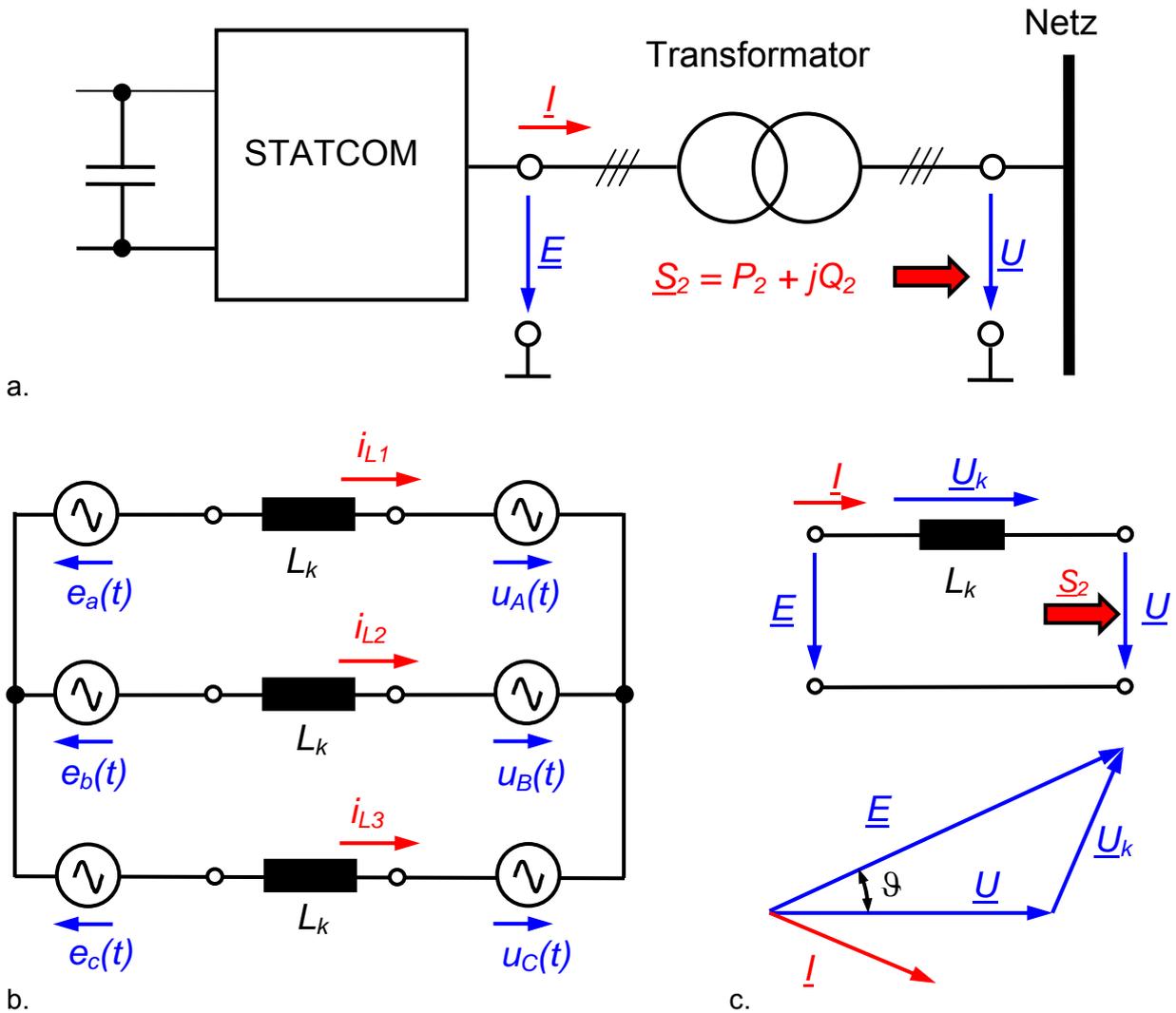


Bild 3.8 a. Ankopplung des STATCOM ans Energienetz über einen Transformator
 b. Dreiphasige Ersatzschaltung, Transformator wird durch die Kurzschlußinduktivität L_k repräsentiert
 c. Einphasige Ersatzschaltung und zugehöriges Zeigerdiagramm

Grundsätzlich eignen sich Multi-Level-Umrichter hervorragend zur Erzeugung eines sinusförmigen Drehspannungssystems und damit zur Realisierung eines STATCOM. Vor der Einführung der Multi-Level-Umrichter kamen mit einer Phasenverschiebung betriebene Stromrichter in 6-pulsiger Drehstrombrückenschaltung zum Einsatz. Die Phasenverschiebung betrug bei z. B. 8 Drehstrombrückenschaltungen $n \cdot 360^\circ / 8 = n \cdot 45^\circ$ mit $n = 1, 2, \dots, 7$. Dadurch ergab sich eine 48-pulsige Ausgangsspannung. Allerdings war eine vergleichsweise aufwendige Transformator-schaltung notwendig, um die einzelnen phasenverschobenen Umrichterausgangsspannungen zu einer Gesamtspannung aufzuaddieren.

3.2.2 Seriengeschaltete FACTS

3.2.2.1 Steuerung des Leistungsflusses durch seriengeschaltete FACTS

Hauptziel der in Serie zum Energieübertragungsnetz, d. h. in Serie zu Übertragungsleitungen geschalteter FACTS ist die vollständige oder teilweise Aufhebung der induktiven Leitungsreaktanz (**Bild 3.9**). Die Serienkompensation führt zu einer Erhöhung des Bereiches der Polradwinkelstabilität (transienten Stabilität).

Durch eine variable Kompensationskapazität kann gemäß Gleichung (1.108) der Wirkleistungsfluß gesteuert werden. Man kann noch einen Schritt weitergehen und die Kompensationsreaktanz X_{komp} von einem induktivem bis hin zu einem kapazitiven Verhalten variieren. Durch seriengeschaltete FACTS-Elemente kann die Kompensationsreaktanz X_{komp} sowohl als induktive Reaktanz $X_{komp,L} = \omega L_k$ oder als kapazitive Reaktanz $X_{komp,C} = 1/\omega C$ realisiert werden und die jeweiligen Werte können über einen weiten Bereich variiert werden. Damit ergibt sich für den Wirkleistungsfluß die folgende Beziehung:

$$P_1 = P_2 = \frac{U_1 \cdot U_2}{X} \cdot \sin \vartheta = P_{\max} \cdot \sin \vartheta$$

mit (3.23)

$$X = \begin{cases} X_L - X_{komp,C} = \omega L - \frac{1}{\omega C} & \text{mit } X_{komp} = X_{komp,C} = \frac{1}{\omega C} \\ X_L + X_{komp,L} = \omega L + \omega L_k & \text{mit } X_{komp} = X_{komp,L} = \omega L_k \end{cases}$$

Die wirksame Gesamtreaktanz X kann also gegenüber X_L erhöht oder verringert werden. Dadurch wird direkt die maximal übertragbare Leistung P_{\max} und damit der Wirkleistungsfluß beeinflusst.

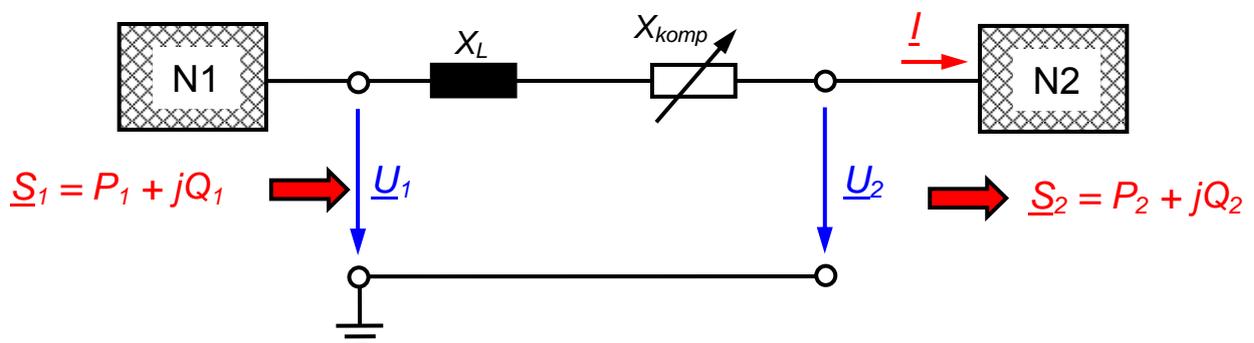


Bild 3.9 Variable Reaktanz X_{komp} durch ein seriengeschaltetes FACTS-Element im Leitungszug

3.2.2.2 TSSC – Thyristor-Switched Series Capacitor

Der TSSC besteht aus einer Serienschaltung von Kapazitäten, denen eine Thyristoreinheit parallelgeschaltet ist (**Bild 3.10a**). Die Thyristoreinheit besteht aus 2 antiparallel geschalteten Thyristoren.

Beim TSSC befinden sich die Thyristoren entweder im leitenden oder im sperrenden Zustand. Bei leitenden Thyristoren sind die Kapazitäten unwirksam. Im Nulldurchgang des Stromes $i(t)$ können die Thyristoren zum Sperren gebracht werden, d. h. im Moment des Stromnulldurchganges werden die Kapazitäten zugeschaltet. Die resultierende Gesamtkapazität C_{ges} wird in der ersten Halbperiode durch den Strom von $u_C(t) = 0$ aus aufgeladen und während der zweiten Halbperiode wieder entladen.

Mit

$$i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t) = C_{ges} \cdot \frac{du_C(t)}{dt} ; \tag{3.24}$$

folgt

$$u_C(t) = \frac{1}{C_{ges}} \int_0^t i_C(t) \cdot dt \stackrel{\omega t = \tau}{=} \frac{I_0}{\omega C_{ges}} \int_0^{\omega t} \sin(\tau) \cdot d\tau = \frac{I_0}{\omega C_{ges}} \cdot (1 - \cos(\omega t)) . \tag{3.25}$$

Bild 3.10b zeigt die zeitlichen Verläufe des Stromes $i(t)$ und der Spannung $u_C(t)$ über der gesamten Kapazität C_{ges} .

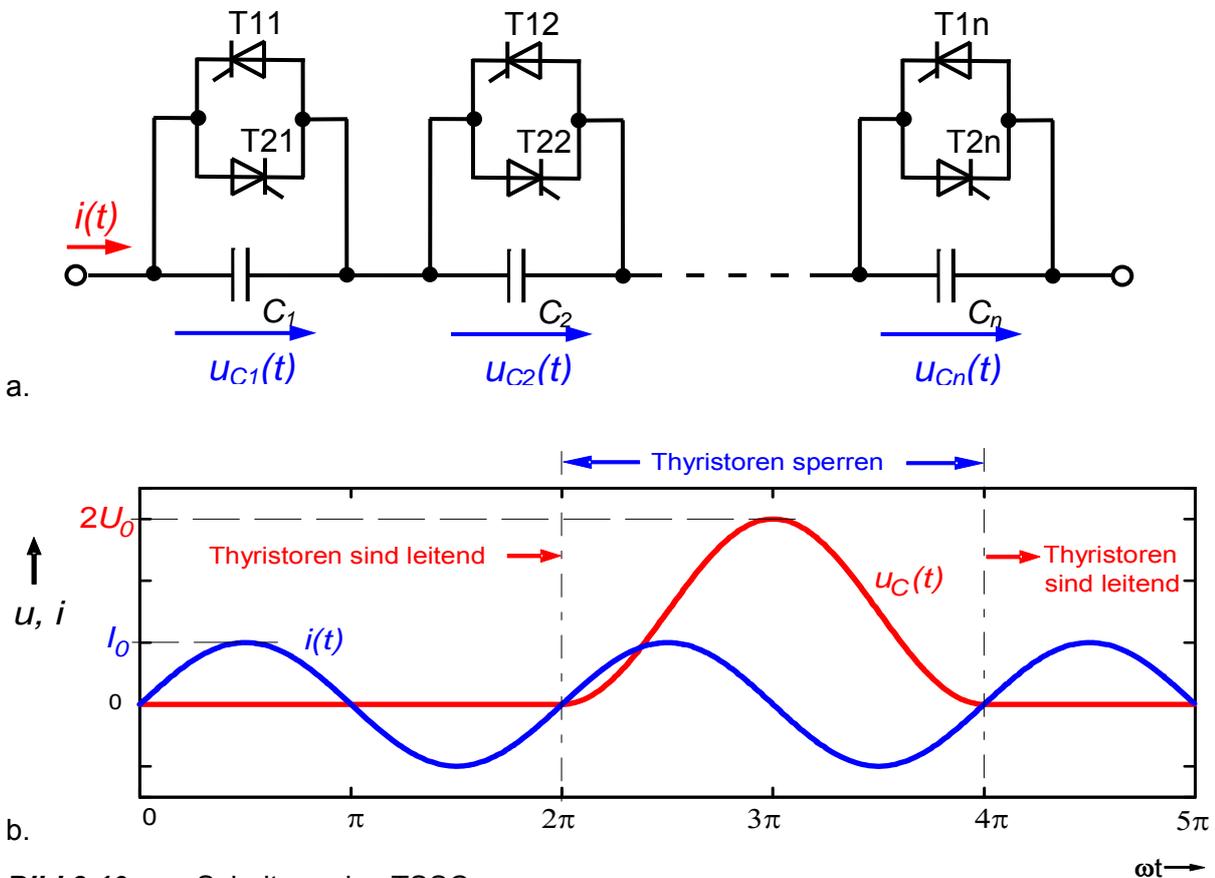


Bild 3.10 a. Schaltung des TSSC
b. Spannung $u_C(t)$ und Strom $i(t)$

Mit einem TSSC lässt sich der Grad der Reihenkompensation durch Zwischenschaltung einer Kapazität oder durch Umgehung der Kapazität, d. h. Stromweg über die Thyristoren, steuern. Allerdings kann ein TSSC genau wie eine feste Reihenkapazität bei bestimmten Umständen zu subsynchroner Resonanz führen. Durch die begrenzte Dynamik eines TSSC lassen sich nur sehr niederfrequente subsynchrone Resonanzen ausregeln. Wenn ein hoher Grad an Reihenkompensation nötig ist und gleichzeitig die Gefahr von subsynchroner Resonanz besteht, kommt deshalb ein reiner TSSC nicht in Betracht.

3.2.2.3 TCSC – Thyristor-Controlled Series Capacitor

Beim TCSC wird der Kapazität eine thyristorgesteuerte Induktivität parallel geschaltet (**Bild 3.11**). Zur Berechnung der zeitlichen Verläufe von Drosselstrom und Kondensatorspannung kann man von einem eingepprägten Strom gemäß

$$i_S(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (3.26)$$

ausgehen.

Bei sperrenden Thyristoren ist dies zugleich der Kondensatorstrom. Die Kondensatorspannung ergibt sich durch Integration – zunächst ohne Berücksichtigung von Anfangsbedingungen - zu

$$u_C(t) = \int \frac{1}{C} \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t) dt = \frac{I_0}{\omega C} \cdot \sin(\omega t) \quad (3.27)$$

Zur Vereinfachung der weiteren Berechnungen wird zunächst die Zeitachse t^* verwendet (**Bild 3.11**). Zum Zeitpunkt $t^* = 0$ wird der Thyristor T1 gezündet. T1 wird leitend, da die Kondensatorspannung u_C zu diesem Zeitpunkt negativ ist. Die negative Kondensatorspannung treibt nun durch die Drossel L einen ebenfalls negativen Strom i_L .

Aus der Schaltung folgt, wenn die Thyristoren als ideale Schalter betrachtet werden

$$i_C(t^*) = i_S(t^*) - i_L(t^*) = C \cdot \frac{du_C}{dt^*} \quad u_L(t^*) = L \cdot \frac{di_L}{dt^*} = u_C(t^*) \quad (3.28)$$

$$\text{mit } i_S(t^*) = I_0 \cdot \cos(\omega t^* - \beta)$$

Differenziert man die erste Gleichung und setzt die zweite Gleichung ein, so erhält man die folgende DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten für die Kondensatorspannung u_C

$$\frac{d^2 u_C}{dt^{*2}} + \frac{1}{LC} u_C = -\frac{I_0}{C} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t^* - \beta) \quad (3.29)$$

Mit den Ansätzen

$$u_C(t^*) = A \cdot \sin(\omega_0 t^*) + B \cdot \cos(\omega_0 t^*) \quad (3.30)$$

für die homogene DGL und

$$u_C(t^*) = D \cdot \sin(\omega t^* - \beta) + E \cdot \cos(\omega t^* - \beta) \quad (3.31)$$

für die inhomogene DGL folgt als Lösung der DGL 2. Ordnung insgesamt:

$$u_C(t^*) = A \cdot \sin(\omega_0 t^*) + B \cdot \cos(\omega_0 t^*) - \frac{I_0 \cdot \omega}{C(\omega_0^2 - \omega^2)} \cdot \sin(\omega t^* - \beta) \quad \text{mit} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad . \quad (3.32)$$

Den Drosselstrom erhält man durch Integration von $u_C(t^*)$, da $u_C(t^*)$ und $u_L(t^*)$ identisch sind, solange T1 leitet:

$$i_L(t^*) = \frac{1}{L} \cdot \int u_C(t^*) dt^* = \frac{1}{L} \cdot \left[-\frac{A}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 t^*) + \frac{B}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t^*) + \frac{I_0}{C(\omega_0^2 - \omega^2)} \cdot \cos(\omega t^* - \beta) \right] \quad . \quad (3.33)$$

Der Winkel β wird als Steuerwinkel bezeichnet und vom Maximum des eingepprägten Netzstromes aus gezählt. Manchmal wird auch der Winkel

$$\alpha = \pi - \beta \quad (3.34)$$

verwendet.

Die weitere Aufgabe ist nun die Bestimmung der Konstanten A und B in den Gleichungen (3.32) und (3.33) aus den Anfangsbedingungen für Kondensatorspannung und Drosselstrom. Für den Drosselstrom gilt:

$$i_L(t^* = 0) = 0 = \frac{1}{L} \cdot \left[-\frac{A}{\omega_0} + \frac{I_0}{C(\omega_0^2 - \omega^2)} \cdot \cos(-\beta) \right] \quad . \quad (3.35)$$

Mit dem zunächst noch unbekanntem Anfangswert U_{C0} erhält man aus der Kondensatorspannung:

$$u_C(t^* = 0) = U_{C0} = B + \frac{I_0 \cdot \omega}{C(\omega_0^2 - \omega^2)} \cdot \sin(\beta) \quad . \quad (3.36)$$

Damit können die Konstanten A und B berechnet werden und man erhält für den Drosselstrom:

$$i_L(t^*) = \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \left(\cos(\omega t^* - \beta) - \cos(\beta) \cdot \cos(\omega_0 t^*) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\beta) \cdot \sin(\omega_0 t^*) \right) + \frac{U_{C0}}{\omega_0 L} \cdot \sin(\omega_0 t^*) \quad . \quad (3.37)$$

Für die weitere Betrachtung ist nun der Übergang auf die Zeitachse t mit

$$t = t^* - \frac{\beta}{\omega} \quad \text{und} \quad t^* = t + \frac{\beta}{\omega} \quad (3.38)$$

sinnvoll, da der Nullpunkt der Zeitachse t mit dem Maximum des eingepprägten Netzstromes zusammenfällt und so in der Praxis eine Synchronisation leicht möglich ist. Nach einigen Umformungen erhält man für $i_L(t)$ im Zeitbereich $-\beta/\omega \leq t \leq +\beta/\omega$:

$$\begin{aligned} i_L(t) = & \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \cos(\omega t) \\ & - \cos(\omega_0 t) \cdot \left(\frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[\cos(\beta) \cdot \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) + \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\beta) \cdot \sin\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) \right] - \frac{U_{C0}}{\omega_0 L} \cdot \sin\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) \right) \\ & + \sin(\omega_0 t) \cdot \left(\frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[\cos(\beta) \cdot \sin\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\beta) \cdot \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) \right] + \frac{U_{C0}}{\omega_0 L} \cdot \cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) \right) \end{aligned} \quad . \quad (3.39)$$

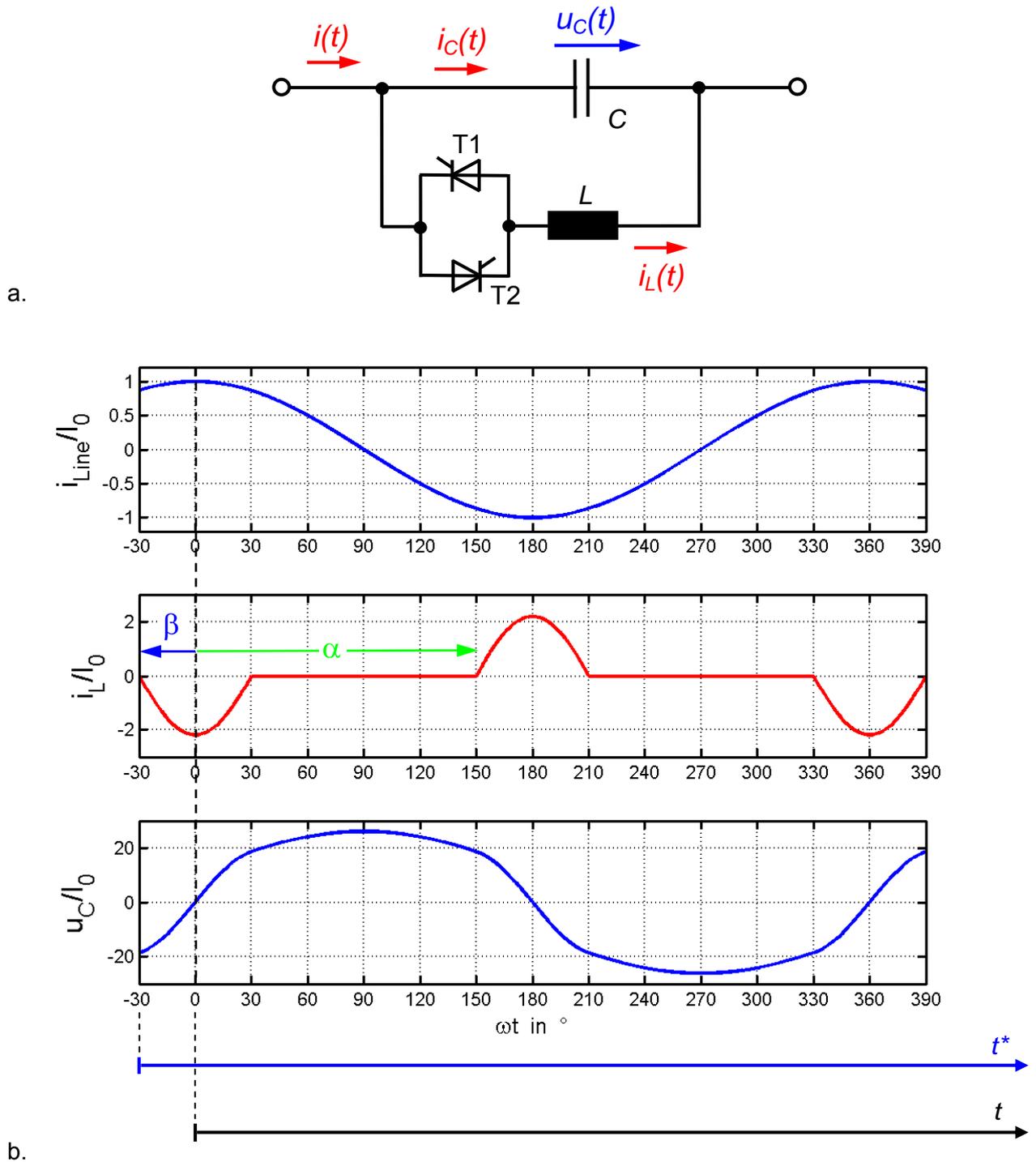


Bild 3.11 a. Schaltung des TCSC
 b. Zeitliche Verläufe des eingepprägten Netzstromes i_s , der Kondensatorspannung u_c und des Drosselstromes i_L für die Parameter $X_L = 2,6 \Omega$, $X_C = 15 \Omega$ und $\beta = 30^\circ$

Es muss gelten:

$$i_L(t = -\frac{\beta}{\omega}) = 0 \quad (3.40)$$

Man kann leicht nachprüfen, dass sich aus (3.39) genau 0 ergibt, wenn man $t = -\beta/\omega$ einsetzt.

Genauso muss aber auch

$$i_L(t = +\frac{\beta}{\omega}) = 0 \quad (3.41)$$

gelten. Aus dieser Bedingung folgt für den Anfangswert U_{C0} der Kondensatorspannung die folgende Beziehung:

$$U_{C0} = \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \omega_0 L \cdot \left[-\cos(\beta) \cdot \tan\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) + \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\beta) \right] \quad (3.42)$$

Im Stationärbetrieb des TCSC erreicht die Kondensatorspannung am Beginn und dem Ende der Zeitbereiche, während der einer der beiden Thyristoren leitet, betragsmäßig diesen Wert. Man kann nun die jetzt bekannte Spannung U_{C0} in die Gleichungen für Kondensatorspannung und Drosselstrom einsetzen. Dies führt auf:

$$i_L(t) = \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \left[\cos(\omega t) - \frac{\cos(\beta)}{\cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right)} \cdot \cos(\omega_0 t) \right] \quad (3.43)$$

$$u_C(t) = \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \omega L \cdot \left[-\sin(\omega t) + \frac{\omega_0}{\omega} \cdot \frac{\cos(\beta)}{\cos\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right)} \cdot \sin(\omega_0 t) \right] \quad \text{für} \quad -\frac{\beta}{\omega} \leq t \leq +\frac{\beta}{\omega}$$

Zum Zeitpunkt $t = +\beta/\omega$ erreicht die Kondensatorspannung den Wert

$$u_C(t = +\frac{\beta}{\omega}) = \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \omega_0 L \cdot \left[\cos(\beta) \cdot \tan\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\beta) \right] \quad (3.44)$$

Ab $t = +\beta/\omega$ bis $t = \pi - \beta/\omega$ sperren die Thyristoren und die Kapazität C wird durch den eingepprägten Netzstrom i_S weiter aufgeladen:

$$\int_{-U_{C0}}^{u_C} du_C = \frac{I_0}{C} \cdot \int_{\frac{\beta}{\omega}}^t \cos(\omega t) dt \quad (3.45)$$

Damit erhält man für den Drosselstrom und die Kondensatorspannung im Zeitbereich $+\beta/\omega \leq t \leq \pi - \beta/\omega$:

$$i_L(t) = 0 \quad \text{für} \quad +\frac{\beta}{\omega} \leq t \leq \frac{\pi - \beta}{\omega}$$

$$u_C(t) = u_C(t = +\frac{\beta}{\omega}) + \frac{I_0}{\omega C} \cdot [\sin(\omega t) - \sin(\beta)] \quad (3.46)$$

$$= \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \omega_0 L \cdot \left[\cos(\beta) \cdot \tan\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\beta) \right] + \frac{I_0}{\omega C} \cdot [\sin(\omega t) - \sin(\beta)]$$

Nun folgt wieder die selbe Vorgehensweise wie bei der Analyse des TCR: durch eine Fourier-Analyse wird die Grundschriftungsamplitude des Drosselstromes und damit die Impedanz des TCSC bestimmt.

Aufgrund der angesetzten Symmetrie gemäß (3.3) folgt für die Amplitude der Grundschiung des Drosselstromes

$$\begin{aligned}
 I_{L1}(\beta) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} i_L(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \cdot d\omega t \stackrel{\omega t = \tau}{=} 2 \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} i_L(\tau) \cdot \cos(\tau) \cdot d\tau = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{-\beta}^{+\beta} i_L(\tau) \cdot \cos(\tau) \cdot d\tau \\
 &= \frac{I_0 \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \left[\frac{2\beta}{\pi} + \frac{1}{\pi} \cdot \sin(2\beta) - \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\omega^2 \cdot \cos^2(\beta)}{\omega_0^2 - \omega^2} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \cdot \tan\left(\frac{\omega_0}{\omega} \beta\right) - \tan(\beta) \right) \right]
 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Die wirksame Impedanz des TCSC ergibt sich aus der Grundschiung der am TCSC abfallenden Spannung \underline{U}_{TCSC} und dem eingprägten Netzstrom I_S zu:

$$\underline{Z}_{TCSC} = \frac{\underline{U}_{TCSC}}{I_S} = \frac{1}{j\omega C} \frac{I_C}{I_S} = -jX_C \frac{I_S - I_{L1}}{I_S} = -jX_C \cdot \left(1 - \frac{I_{L1}}{I_S} \right) \quad (3.48)$$

Zusammen mit der Beziehung für die Grundschiung des Drosselstromes erhält man daraus:

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}_{TCSC} &= j \left\{ -X_C + \frac{X_C^2}{\pi(X_C - X_L)} \cdot \left[2\beta + \sin(2\beta) - \frac{4X_L \cos^2(\beta)}{X_C - X_L} \left(\sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \cdot \tan\left(\sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \beta\right) - \tan(\beta) \right) \right] \right\} \\
 &= j \cdot X_{TCSC} \\
 &\quad (3.49)
 \end{aligned}$$

Bei $\beta = \pi/2$ ist die Induktivität L voll wirksam und es ist

$$\underline{Z}_{TCSC}(\beta = \frac{\pi}{2}) = j \frac{X_C \cdot X_L}{X_C - X_L} \quad (3.50)$$

Wenn man also bei $\beta = \pi/2$ induktives Verhalten des TCSC erreichen möchte, so ist

$$X_C > X_L \quad \text{oder} \quad L < \frac{1}{\omega^2 \cdot C} \quad (3.51)$$

zu wählen. Diese Forderung bestimmt bei gegebener Betriebsfrequenz des Netzes den Zusammenhang zwischen L und C .

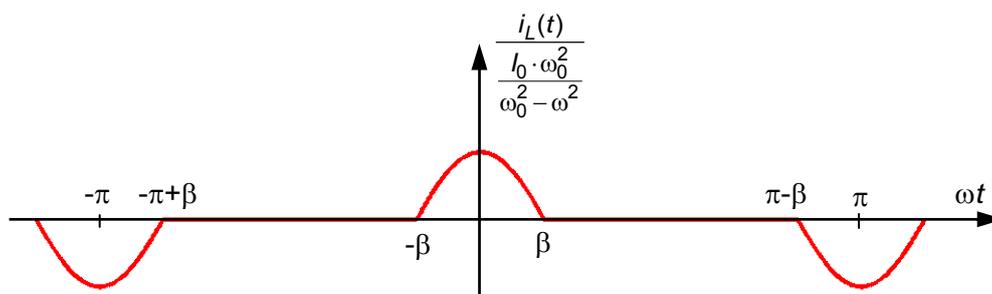


Bild 3.12 Zeitlicher Verlauf des Drosselstromes eines TCSC

Bei $\beta = 0$ ist die Induktivität L vollständig unwirksam und die Impedanz wird nur durch die Kapazität C bestimmt:

$$\underline{Z}_{TCSC}(\beta = 0) = -jX_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (3.52)$$

Zwischen $\beta = 0$ und $\beta = \pi/2$ existiert ein Bereich, bei dem der Schwingkreis aus C und $L(\beta)$ in Resonanz ist, die Impedanz \underline{Z}_{TCSC} würd dann unendlich werden. Im Wertebereich $0 \leq \beta \leq \pi/2$ kann nur der Term

$$\tan\left(\sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \cdot \beta\right)$$

unendlich große Werte annehmen. Dies ist der Fall für

$$\sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \cdot \beta = \frac{\pi}{2} \cdot (2n-1) \Big|_{n=1} \quad \text{oder} \quad \beta = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{X_L}{X_C}} \quad (3.53)$$

Der TCSC hat einen aktiven Arbeitsbereich bei Steuerwinkeln von

$$0 \leq \beta \leq \beta_{C,\min} \quad \text{und} \quad \beta_{L,\max} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.54)$$

Bei sehr hoher Impedanz des TCSC würde sich bei eingprägtem Strom eine sehr große Spannung über dem TCSC ergeben, was zur Zerstörung der Bauelemente führen würde.

In einer Designstudie wurden die beiden TCSC der 500-kV-Verbindung von Serra da Mesa nach Imperatriz in Brasilien, die bei 60 Hz betrieben wird, ausgelegt. Hierbei liegen folgende Daten zugrunde:

Nennstrom (1,0 pu):	1500 A	
C	199,9 μF	$X_C = 13,27 \Omega$
L	5,5 mH	$X_L = 2,074 \Omega$
X_{TCSC} bei 1,0 pu	13,27 Ω	
X_{TCSC} bei 1,2 pu	15,92 Ω	

Im Normalbetrieb wird der TCSC bei $X_{TCSC} = 13,27 \Omega$ (1,0 pu) betrieben. Er kann dauernd bei einem Strom von 1500 A mit einem Steuerwinkel von $\alpha = 158,98^\circ$ (oder $\beta = 21,02^\circ$) betrieben werden, was einer Impedanz von 1,2 pu oder $X_{TCSC} = 15,92 \Omega$ entspricht.

Die Spannung über dem TCSC beträgt: $1500 \text{ A} \cdot 15,92 \Omega = 23,880 \text{ kV}$. Der TCSC kann auch bei höheren Strömen und entsprechenden Steuerwinkeln betrieben werden, die Spannung darf jedoch den Wert von 23,88 kV nicht überschreiten.

Bild 3.13 zeigt die Reaktanz X_{TCSC} des TCSC und seinen Betriebsbereich in Abhängigkeit des Steuerwinkels β . Der Betriebsbereich eines TCSC ist auf den kapazitiven Bereich beschränkt. Weiterhin kann der TCSC noch bei $\beta = 90^\circ$ - oft nur für eine beschränkte Zeit, z. B. 10 s - betrieben werden. Der Grund dafür, dass der induktive Bereich nicht genutzt werden kann, sind die hohen Thyristorströme, die dann auftreten.

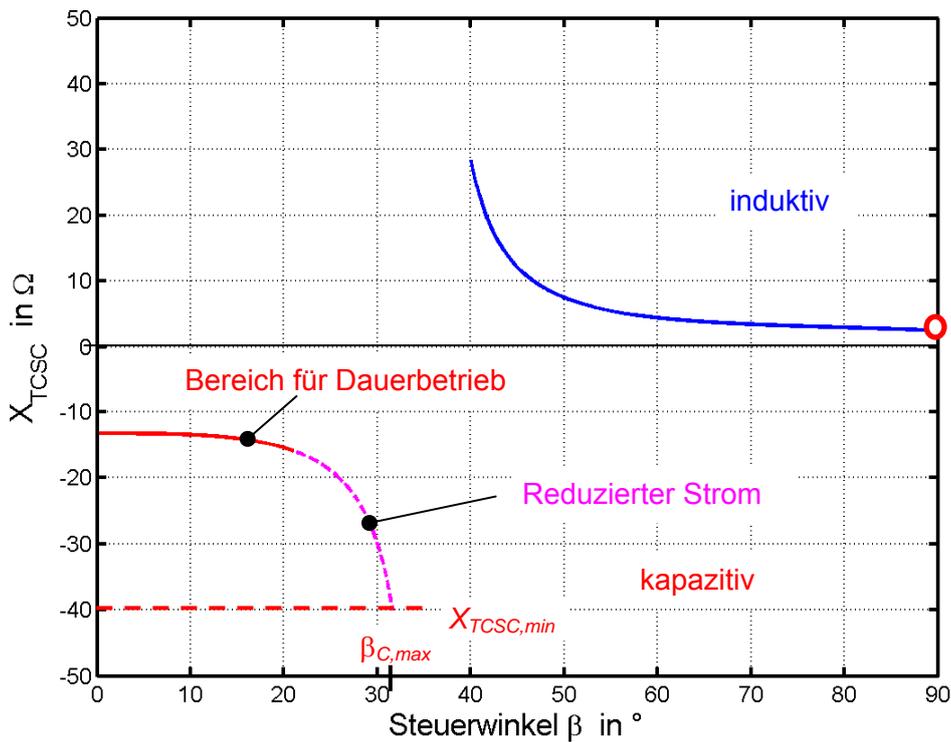
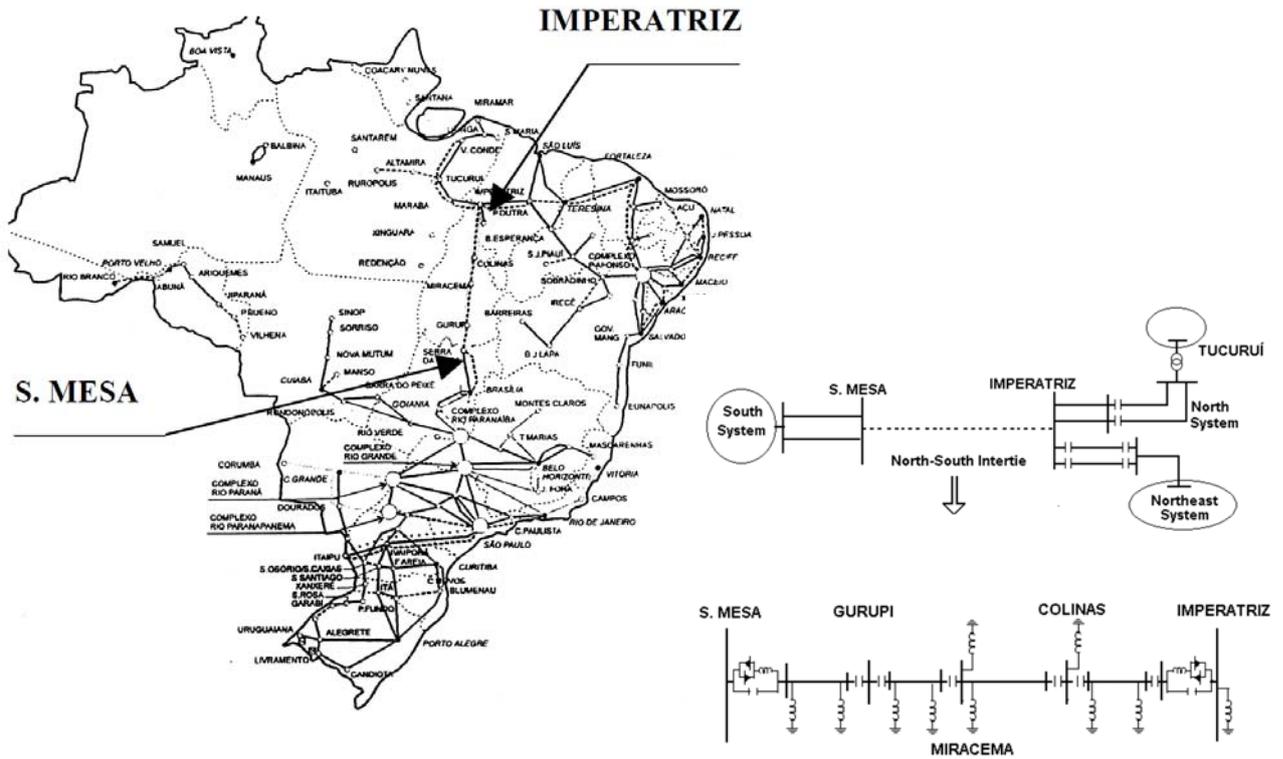


Bild 3.13 TCSC-Entwurf für die 500-kV-Verbindung von Serra da Mesa nach Imperatriz in Brasilien

- a. Geographische Lage und Aufbau des Netzes
- b. Verlauf der Reaktanz X_{TCSC} in Anhängigkeit des Steuerwinkels β für die Parameter $X_L = 2,074 \Omega$ und $X_C = 13,27 \Omega$

In **Bild 3.14** ist das Betriebsdiagramm und eine Tabelle mit einer Auswahl möglicher Betriebszustände und deren Parameter eines TCSC dargestellt. Der dauernd zulässige Betriebsbereich (rot umrandet) reicht von $x_{TCSC} = 1\text{pu}$ bis $x_{TCSC} = 3\text{pu}$, wobei eine Spannung von 23,88 kV nicht überschritten werden darf. Daraus ergibt sich eine hyperbolische Funktion mit $I_{S,eff} = 0,4\text{pu}$ bei $x_{TCSC} = 3\text{pu}$ und $I_{S,eff} = 1,2\text{pu}$ bei $x_{TCSC} = 1\text{pu}$:

$$x_{TCSC} = \frac{1,2}{I_{S,eff}}$$

#	Zeit	β [°]	X_{TCSC} [Ω]	$U_{C, peak}$ [kV]	$I_{S,eff}$ [kA]	$I_{L,peak}$ [kA]
1	dauernd	0	13,27	33,8	1,8	0
2	dauernd	21,02	15,92	32,7	1,5	1,4
3	dauernd	31,6	39,81	29,1	0,59	3,83
4	30 min	31,6	39,81	43,9	0,89	5,78
5	30 min	31,6	39,81	58,2	1,18	7,66
6	10 s	90	2,46	5,2	1,5	2,51
7	10 s	90	2,46	10,4	3	5,03

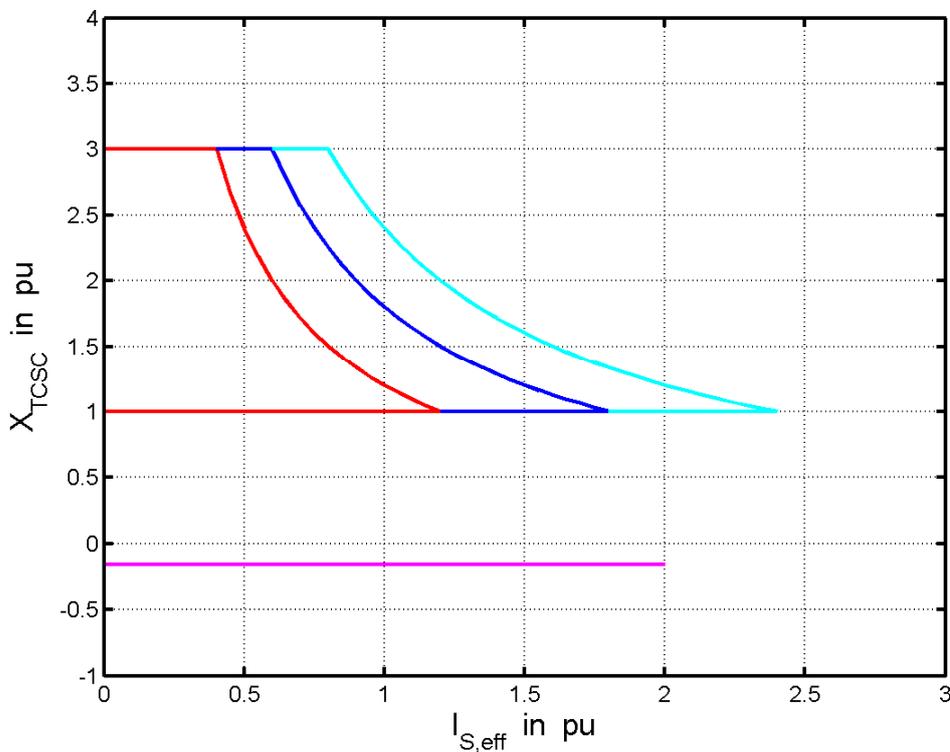


Bild 3.14 Tabelle mit den wesentlichen Betriebsparametern für verschiedene Netzströme und Steuerwinkel β und Betriebsdiagramm eines TCSC: Dauerbetrieb (rot), Betrieb für 30 Minuten zulässig (blau), Betrieb für 10 Sekunden zulässig (cyan und magenta)

Für 30 Minuten ist eine Spannung von 1,5pu (35,8 kV) zulässig, wodurch sich der durch die blau umrandete Grenzkurve eingeschlossene Betriebsbereich ergibt. Hier gilt $I_{S,eff} = 0,6\text{pu}$ bei $x_{TCSC} = 3\text{pu}$ und $I_{S,eff} = 1,8\text{pu}$ bei $x_{TCSC} = 1\text{pu}$:

$$x_{TCSC} = \frac{1,8}{I_{S,eff}} \quad .$$

Für eine Zeit von 10 Sekunden ist eine Spannung von 2pu (47,8 kV) möglich. Dadurch ergibt sich der durch die in cyan umrandete Grenzkurve eingeschlossene Betriebsbereich:

$$x_{TCSC} = \frac{2,4}{I_{S,eff}} \quad .$$

Weiterhin ist für eine Zeitdauer von 10 Sekunden auch der Betrieb des TCSC im induktiven Bereich mit Strömen bis $I_{S,eff} = 2\text{pu}$ bei $x_{TCSC} = 0,185\text{pu}$ ($=2,46 \Omega$, induktiv) zulässig.

In **Bild 3.15** sind die zeitlichen Verläufe des eingepprägten Netzstromes i_S , der Kondensatorspannung u_C und des Drosselstromes i_L für die Parameter $X_L = 2,074 \Omega$ und $X_C = 13,27 \Omega$ dargestellt.

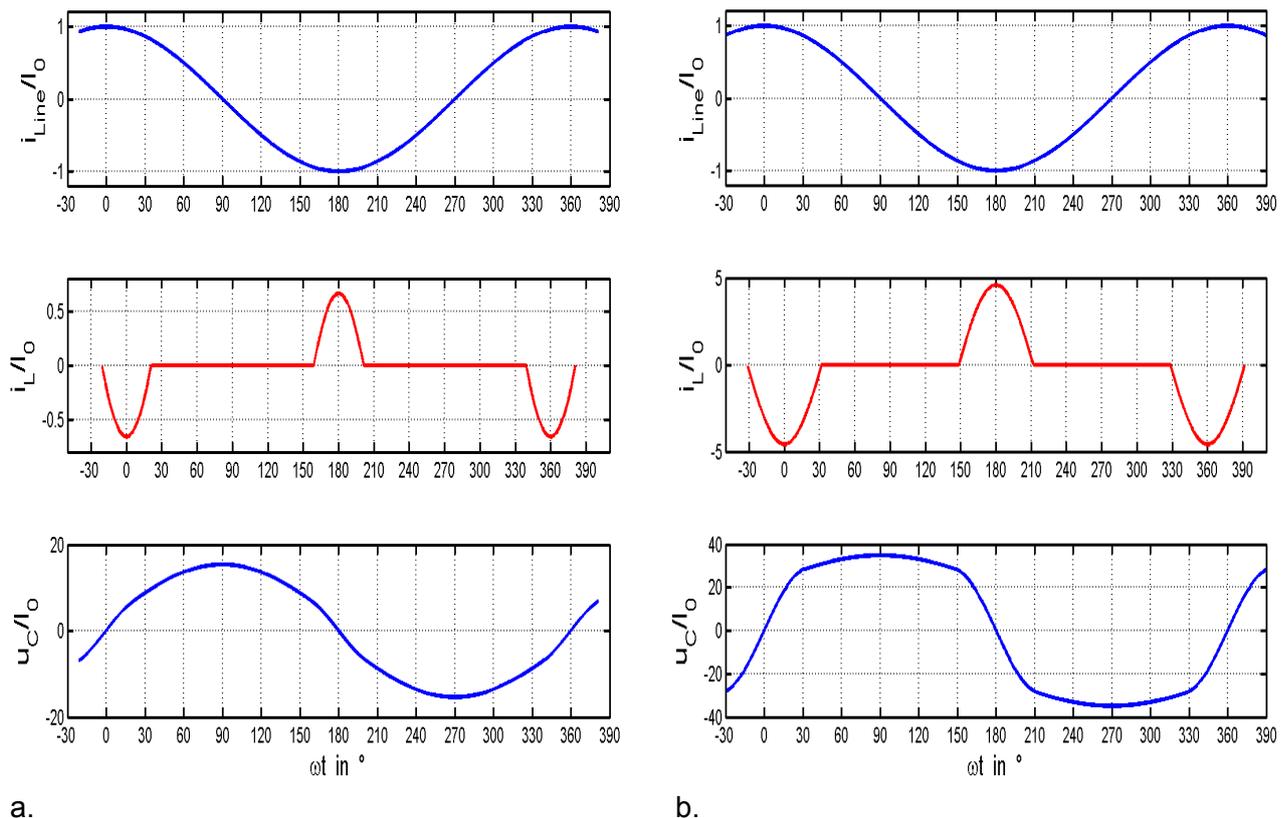
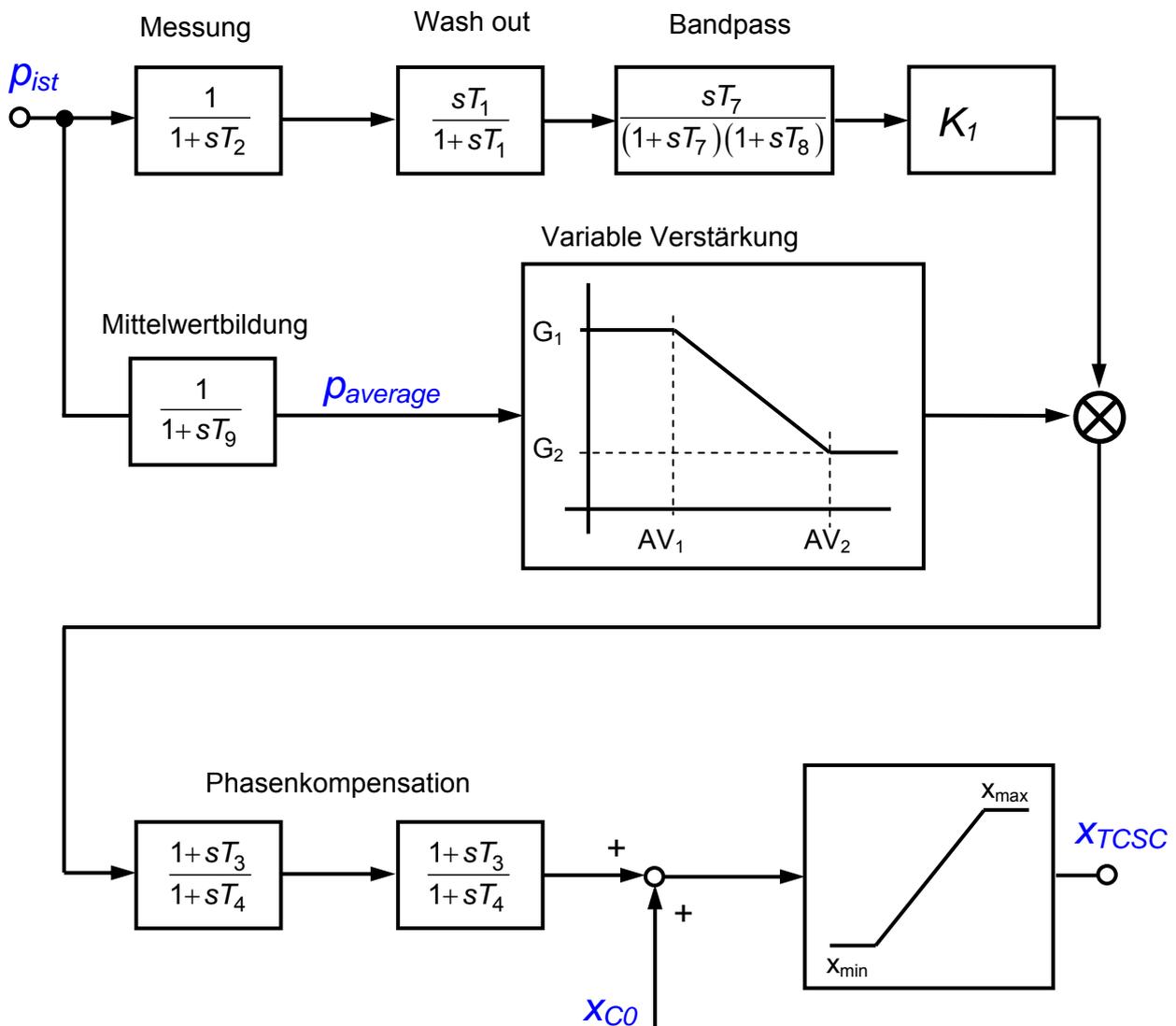


Bild 3.15 Zeitliche Verläufe des eingepprägten Netzstromes i_S , der Kondensatorspannung u_C und des Drosselstromes i_L für die Parameter $X_L = 2,074 \Omega$ und $X_C = 13,27 \Omega$; hierbei ist I_0 der Spitzenwert des eingepprägten Leiterstromes

a. $\beta = 21,02^\circ$

b. $\beta = 31,6^\circ$

In **Bild 3.16** ist die typischerweise eingesetzte Regelung eines TCSC zur Dämpfung von Leistungspendelungen (Power Oscillation Damping, POD) dargestellt.



Parameter	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
s	2,5	0,02	0,3	2,2	0,3	2,2	0,8	0,8	?

Parameter	K_1	AV_1	AV_2	G_1	G_2	x_{c0}
-	2,0	3 pu	13 pu	0,14	0,07	0,00637

Bild 3.16 Ansteuerung eines TCSC zur Dämpfung von Leistungspendelungen (Power Oscillation Damping, POD)

Das Eingangssignal des POD-Reglers ist oft eine lokale Messgröße, z. B. die durch eine Leitung übertragene Wirkleistung. Die Messwerterfassung der Wirkleistung arbeitet mit einer gewissen Verzögerung und kann mit guter Näherung durch das PT1-Glied mit der Zeitkonstanten

T_2 dargestellt werden. Ein Hochpass (engl.: Wash out) entfernt den Gleichanteil aus dem Signal. Der nachfolgende Bandpass sorgt dafür, dass speziell Signale mit der typischen Pendelfrequenz zwischen 0,1 Hz und 1 Hz weiterverarbeitet werden. Andere Frequenzanteile in dem Signal werden entsprechend gedämpft. Das Ausgangssignal des Bandpass wird durch den Faktor K_1 verstärkt.

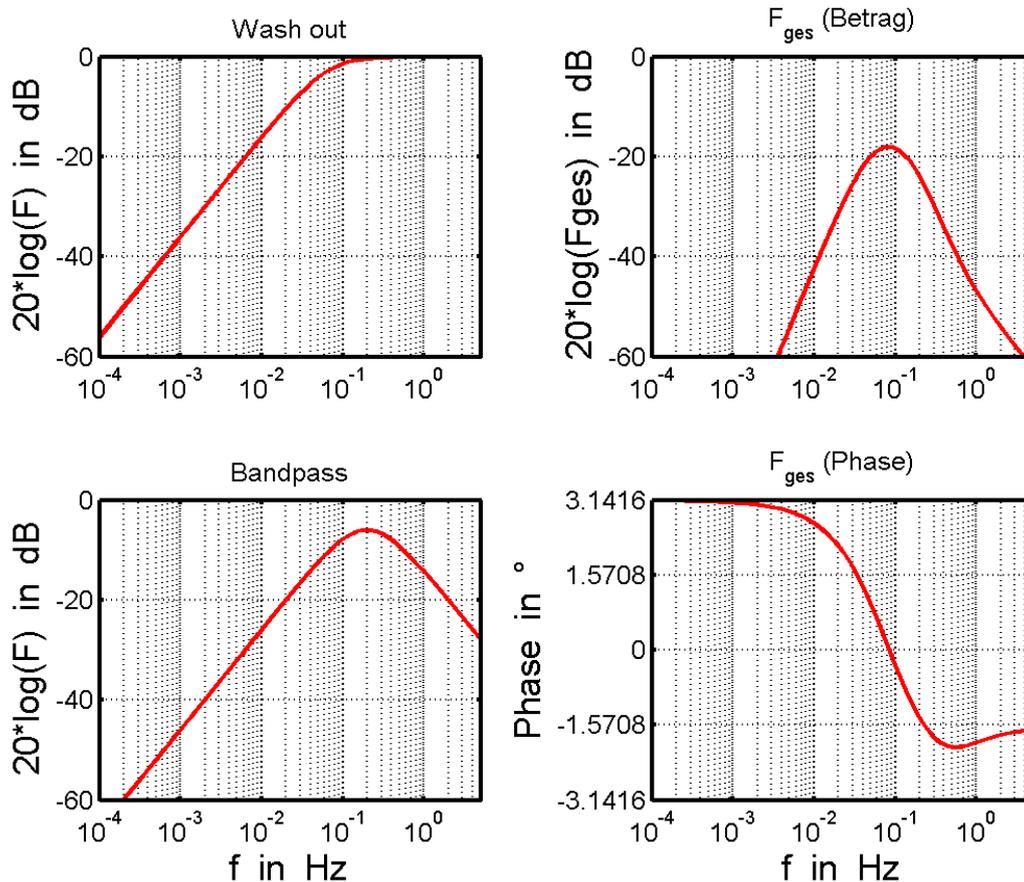


Bild 3.17 Betragsfunktion von Wash-out und Bandpass sowie Betrags- und Phasenfunktion der gesamten Filterstrecke mit den Daten gemäß **Bild 3.16**

Die Wirkung des TCSC auf Leistungspendelungen ist auch von der übertragenen Leistung abhängig, da das Gesamtsystem nichtlinear ist. Daher wird die Regelung des TCSC der übertragenen Leistung durch eine variable Verstärkung angepasst. Im Parallelzweig erfolgt durch ein PT1-Glied eine Mittelwertbildung der übertragenen Wirkleistung. Das Ausgangssignal $p_{average}$ wird dann wertependependent verstärkt und mit dem Bandpass-Ausgangssignal multipliziert. Bei sehr großen Leistungen soll der TCSC nicht zu heftig auf Wirkleistungsschwingungen reagieren.

Nach der Produktbildung wird eine Phasenkompensation vorgenommen (engl.: lead/lag stages). Das Ausgangssignal des POD-Reglers wird zu einem Referenzwert der TCSC-Reaktanz x_{C0} hinzu addiert. Dieser Referenzwert resultiert aus einer Leistungsflussberechnung und dem daraus erforderlichen Wert. Er kann manuell durch einen System-Operator oder durch einen (langsamen) PI-Regler vorgegeben werden. Die Summe aus POD-Regler-Signal und x_{C0} wird auf einen Begrenzer gegeben, der die Sollreaktanz auf den Arbeitsbereich des TCSC begrenzt.

Zur Demonstration der Arbeitsweise eines TCSC zur Dämpfung von Leistungspendelungen wird ein Generator betrachtet, der über einen Transformator (Reaktanz X_T) und eine elektrisch kurze Leitung (Reaktanz X_L), an ein starres Netz (engl. Infinite bus) angeschlossen ist (**Bild 3.19**). In dem ohmschen Widerstand R_E sind alle Verluste zusammengefasst. Der TCSC erzeugt eine variable kapazitive Reaktanz X_{TCSC} . Um seine Wirkungsweise zu untersuchen, kann man wieder das Heffron-Phillips-Modell verwenden, das in Abschnitt 6.6.3 für eine variable Leitungsimpedanz abgeleitet wurde. Der Einfachheit wegen werden die Reaktanzen von Transformator und Leitung ($X_T + X_L$) nicht um eine (mittlere) Impedanz $X_{TCSC,0}$ verringert. Damit können die in Abschnitt 6.6.4 errechneten und in **Bild 3.18** zusammengestellten Parameter direkt für das folgende Beispiel übernommen werden.

Die Wirkungsweise des TCSC zur Dämpfung der Leistungspendelungen ist ähnlich wie beim PSS. Die Dämpfung K_D ist negativ zurückgekoppelt. Durch das ebenfalls negative Vorzeichen, mit dem Δp_{el} auf den Summationspunkt geschaltet ist, wirkt ein Signalanteil in Δp_{el} , der in Phase zu $\Delta\omega/\omega_0$ ist, wie ein erhöhter Dämpfungsfaktor K_D . Bei negativem K_p muss ΔX_{TCSC} wegen

$$X_E = X_T + X_L - X_{FACTS} \quad \text{und} \quad \Delta X_E = -\Delta X_{FACTS} \quad , \quad (3.55)$$

in Phase zu $\Delta\omega/\omega_0$ sein, da daraus dann ein Signalanteil Δp_{el} entsteht, der in Phase zu $\Delta\omega/\omega_0$ ist und damit genauso wie die negativ zurückgekoppelte Dämpfung K_D wirkt. Die Konstanten K_p , K_v und K_q haben unterschiedliche Vorzeichen und wirken an unterschiedlichen Stellen des Modells. Daher muss – wie bei der Auslegung des PSS – das Gesamtsystem betrachtet werden.

Zur Bestimmung der notwendigen Phasendrehung des Signals $\Delta\omega/\omega_0$ wird der Anteil der elektrischen Leistung Δp_{el} berechnet, der aufgrund des TCSC entsteht:

$$\Delta p_{el,TCSC} = \left(-K_p + K_v \frac{1 + sK_R T_R}{1 + sT_R} \cdot K_2 \cdot \frac{K_A}{1 + sT_A} \cdot \frac{K_3}{1 + sT_3} + K_q \frac{K_3}{1 + sT_3} \cdot K_2 \right) \cdot \Delta X_{TCSC} \quad (3.56)$$

$$- \left(\frac{\Delta p_{el,TCSC}}{K_2} \cdot K_6 \cdot \frac{1 + sK_R T_R}{1 + sT_R} \cdot K_2 \cdot \frac{K_A}{1 + sT_A} \cdot \frac{K_3}{1 + sT_3} \right)$$

Parameter	e_{d0}	e_{q0}	e_{G0}	u_{d0}	u_{q0}	u_0	E_{q0}'	T_m [s]	K_p
Wert	0,43909	0,89844	1	0,49014	0,78061	0,92173	1,02354	0,01	-3,0952
Parameter	i_{d0}	i_{q0}	E_{q0}	ϑ_{G0}	ϑ_0	i_{f0}	T_{d0}' [s]	K_v	K_q
Wert	0,44517	0,22765	1,75762	26,0458°	32,124°	0,56549	9,099	-2,17303	2,66792

Parameter	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	T_3 [s]	T_A [s]	T_R [s]
Wert	0,97771	0,95069	0,2403	1,531	0,080808	0,44051	2,1865	0,2	1
Parameter		K_2^*	K_3^*	K_4^*		K_6^*	T_3	K_A	K_R
Wert		0,8939	646,07	$5,536 \cdot 10^{-4}$		0,41419	686,92	1	2

Bild 3.18 Berechnete Parameter des in den Abschnitten 6.5 und 6.6 beispielhaft betrachteten 705-MVA-Synchrongenerators für den Betriebspunkt $x = 0,5$, $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ und $e_{G0} = 1$

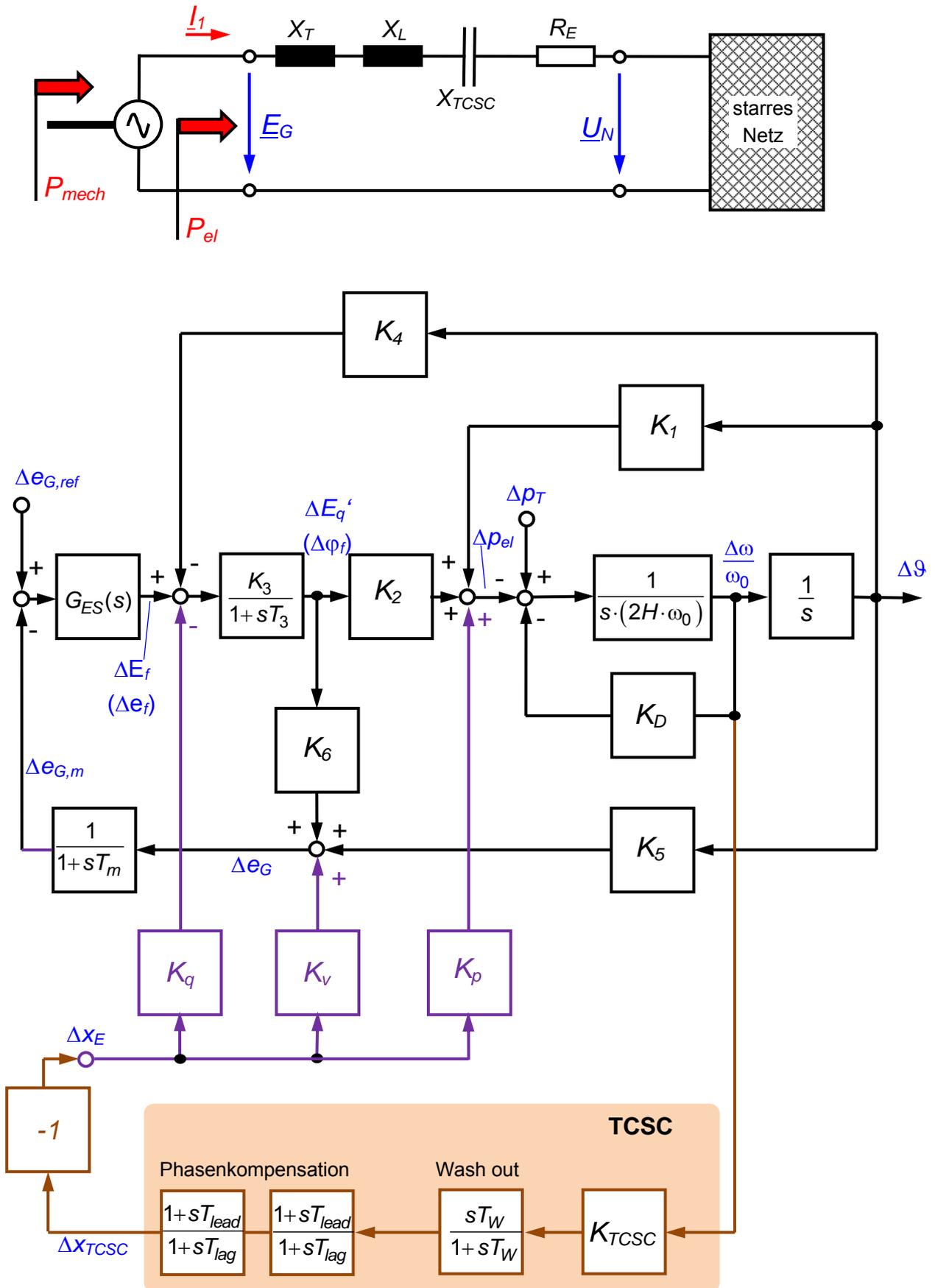


Bild 3.19 Energieübertragung von einem Synchrongenerator mit Erregerspannungsregelung über einen Transformator, eine Leitung und einen TCSC in ein starres Netz und zugehöriges Heffron-Phillips-Modell

Daraus ergibt sich die Übertragungsfunktion

$$\frac{\Delta p_{el,TCSC}}{\Delta X_{TCSC}} = \frac{a_0 + sT_R \cdot a_1 + s^2 T_R T_A \cdot a_2 + s^3 T_R T_3 T_A \cdot a_3}{K_3 K_A K_6 + sT_R(1 + K_3 K_A K_2 K_R) + s^2 T_R (T_3 + T_A) + s^3 T_R T_3 T_A}$$

mit

$$a_0 = K_v K_2 K_3 K_A \quad a_1 = K_v K_R K_2 K_3 K_A + K_q K_2 K_3 - K_p \quad (3.57)$$

$$a_2 = K_q K_2 K_3 - K_p \left(1 + \frac{T_3}{T_A}\right) \quad a_3 = -K_p$$

Im vorliegenden Beispiel muss die Kreisfrequenz $\omega = 10,4885$ ie durch den TCSC entstehende elektrische Dämpfungsleistung $\Delta p_{el,TCSC}$

$$\frac{\Delta p_{el,TCSC}}{\Delta X_{TCSC}} = H_0 \cdot e^{j\phi_0} = 3,305965 \cdot e^{+j1,3589^\circ} \quad (3.58)$$

Somit muss das Signal $\Delta\omega/\omega_0$ um $-1,3589^\circ$ gedreht werden, damit $\Delta\omega/\omega_0$ und das daraus generierte Signal $\Delta p_{el,TCSC}$ in Phase sind. Die Auslegung der Phasenkompensation erfolgt auch hier durch Gleichung (1.91). Im vorliegenden Beispiel genügt ein Korrekturglied:

$$\alpha = \frac{1 - \sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\phi_0}{n}\right)} = \frac{1 - \sin(1,3589)}{1 + \sin(1,3589)} = 0,95367$$

$$T_{lag} = \frac{1}{\omega_{res} \cdot \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{10,4885 \text{ Hz} \cdot \sqrt{0,95367}} = 0,09891 \text{ s} \quad T_{lead} = \alpha \cdot T_{lag} = 0,09433 \text{ s}$$

Die nötige Verstärkung K_{TCSC} beträgt bei einem gewünschten Dämpfungskoeffizienten $K_{D,TCSC}$, der durch den TCSC erzeugt wird:

$$K_{TCSC} = \frac{K_{D,TCSC}}{H_0 \cdot H_1} = \frac{10}{3,305965 \cdot 0,97656} = 3,09744 \quad (3.59)$$

wobei H_1 der Betrag des Korrekturgliedes bei der Kreisfrequenz $\omega = 10,4885$

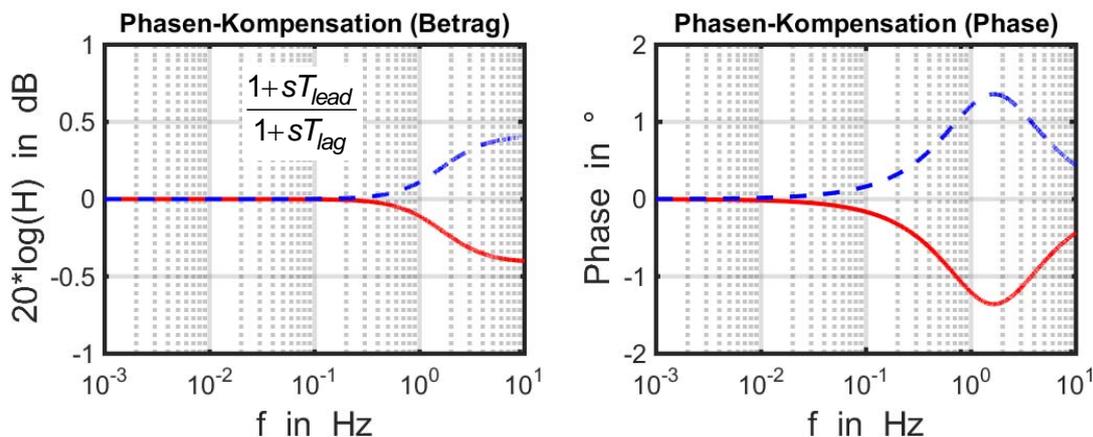


Bild 3.20 Betrags- und Phasengang des Korrekturgliedes mit $T_{lead} = 0,09545$ s, $T_{lag} = 0,09774$ s (rot) und $T_{lead} = 0,09774$ s, $T_{lag} = 0,09545$ s (blau)

Bild 3.21 zeigt, dass der TCSC in der Lage ist, die Leistungspendelung, die durch einen Sprung Δp_T in der Turbinenleistung angeregt wird, zu bedämpfen. Die Wirkung entspricht einer Dämpfung des Generators selbst. Der TCSC ändert seine Impedanz ausgehend von einem mittleren Wert dabei in beide Richtungen.

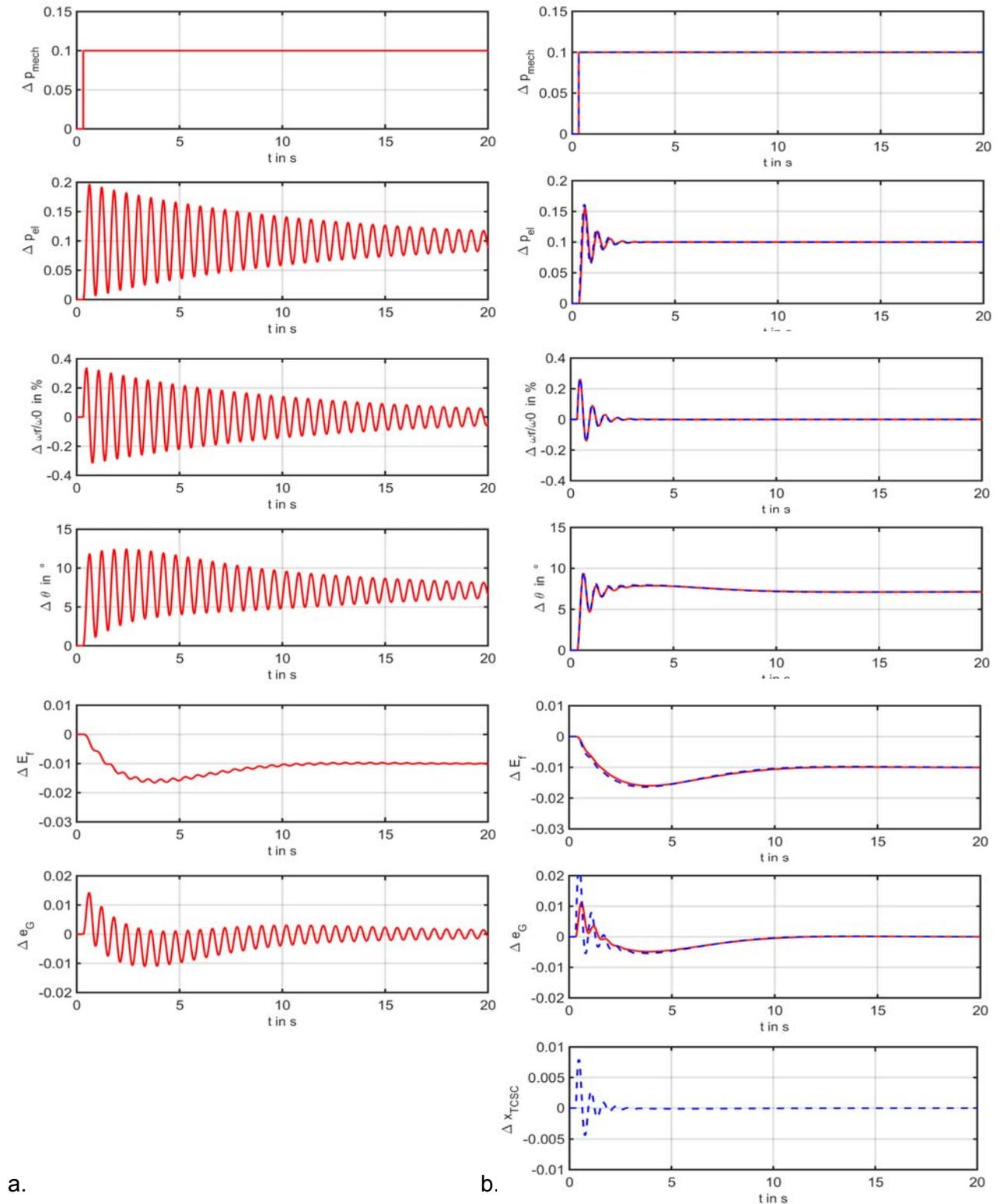


Bild 3.21 Reaktion des Übertragungssystems in **Bild 3.19** auf einen Sprung $\Delta p_T = 0,1$

a. $K_D = 0$

b. $K_D = 10$ ohne TCSC (rote Kurve) und $K_D = 0$ mit TCSC (blaue Kurve)

3.2.2.4 Strombegrenzung mit dem SCCL – Short Circuit Current Limiter

In großen Verbundnetzen ist die Strombegrenzung bei Kurzschlüssen aufgrund der Vielzahl von Einspeisungen problematisch. Die Anfangs-Kurzschlußwechselstromleistung S_k nimmt mit der Vergrößerung des Netzverbundes immer weiter zu. Andererseits ist der maximale Kurzschlussstrom, der durch Leistungsschalter abgeschaltet werden kann, auf Werte zwischen 63 kA und 80 kA begrenzt. Prinzipiell wirken Leitungsreaktanzen strombegrenzend. Falls sie zu klein sind, so können spezielle Strombegrenzer eingesetzt werden. Dabei gibt es folgende Alternativen:

- *Strombegrenzungsdrossel im Leitungszug*
Die Induktivität ist dauernd wirksam, daher ergeben sich auch im Normalbetrieb ohne Störung ein entsprechender Spannungsabfall und eine Blindleistungsaufnahme. Außerdem wird – wie bei der Leitungsreaktanz – die Stabilität im Normalbetrieb negativ beeinflusst.
- *Supraleitende Strombegrenzer (SSB)*
Im Normalbetrieb des Netzes befindet sich der SSB im supraleitenden Zustand und ist daher widerstandslos. Es treten weder nennenswerte Verluste noch ein Spannungsabfall auf. Im Kurzschlussfall steigt der Strom an, der Supraleiter geht in den normalleitenden Zustand über und begrenzt durch seinen Widerstand den Strom. Diese Technologie ist an einigen Prototypen demonstriert und könnte zukünftig eine Verbreitung im Netz finden.
- *Strombegrenzung mit dem SCCL*
Der SCCL vereinigt die Vorteile der beiden vorgenannten Methoden. Im Störfall wirkt eine Reaktanz als Strombegrenzung und im Normalbetrieb tritt nur am ohmschen Widerstand der Drossel ein geringer Spannungsabfall auf (**Bild 3.22**).

Funktionsweise der Schaltung (**Bild 3.22**):

Im Normalbetrieb sind die Thyristoren gesperrt und die Serienschaltung aus L und C ist wirksam. Bei einem Kurzschluß wird dieser erkannt und die Thyristoren in den leitenden Zustand versetzt. Dadurch wird C gebrückt und es verbleibt nur die Induktivität L wirksam im Kreis. Die Impedanz des SCCL ergibt sich demnach bei Vernachlässigung aller Verluste zu

$$\underline{Z}_{SCCL} = \begin{cases} j \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \approx 0 & \text{bei Normalbetrieb, Thyristoren sperren} \\ j \cdot \omega L & \text{bei Kurzschluss, Thyristoren leiten} \end{cases} \quad (3.60)$$

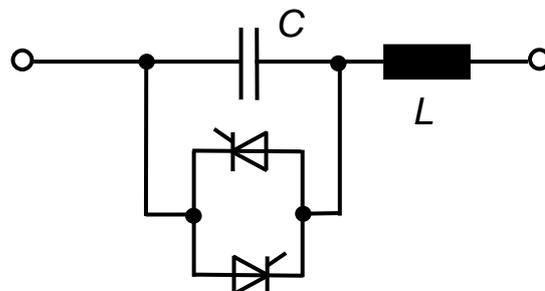


Bild 3.22 Schaltung des Short Circuit Current Limiter (SCCL)

Falls die Abgleichbedingung

$$C \approx \frac{1}{\omega^2 \cdot L} \quad (3.61)$$

erfüllt ist, so ist der Spannungsabfall am SCCL im Normalbetrieb sehr gering. Die Induktivität L ergibt sich aus dem maximal zulässigen Kurzschlussstrom auf der Leitung. Aus der Abgleichbedingung folgt dann die notwendige Kapazität C .

3.2.3 Universelle FACTS – in kombinierter Serien-/Parallelschaltung

3.2.3.1 UPFC – Unified Power Flow Controller

Der UPFC wurde 1991 von L. Gyugyi vorgeschlagen. Durch den UPFC können alle Parameter gezielt eingestellt werden, die den Leistungsfluß beeinflussen. Grundsätzlich ist der UPFC nichts anderes als eine zur Übertragungsleitung in Serie geschaltete Spannungsquelle deren Parameter Amplitude U_q und Phasenwinkel δ beliebig gemäß

$$0 \leq U_q \leq U_{q,\max} \quad \text{und} \quad 0 \leq \delta \leq 2\pi \quad (3.62)$$

einstellbar sind (**Bild 3.23a**). Die Frequenz dieser Spannungsquelle ist mit der Netzfrequenz identisch.

Die Spannung \underline{U}_q addiert sich so zur Spannung \underline{U}_1 , dass die Übertragungsverhältnisse gezielt beeinflusst werden können. Da die Phasenlage δ der Spannung \underline{U}_q beliebig einstellbar ist, kann man die vektorielle Addition von \underline{U}_1 und \underline{U}_q auch durch einen Kreis mit Radius U_q an der Spitze des Zeigers \underline{U}_1 auffassen (**Bild 3.23b**).

Der Ersatzschaltung einer Übertragungsleitung mit einem UPFC kann folgende Beziehung für den Strom \underline{I} entnommen werden:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{jX} = \frac{(\underline{U}_{1,k} - \underline{U}_q) - \underline{U}_2}{jX} \quad (3.63)$$

Für die in die Last fließende Leistung gilt:

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \underline{U}_2 \cdot \left(\frac{(\underline{U}_{1,k} - \underline{U}_q) - \underline{U}_2}{jX} \right)^* \quad (3.64)$$

Man kann nun die Spannung \underline{U}_2 in die reelle Achse legen. Ferner kann man für die Spannungen allgemeine Winkelbeziehungen angeben.

Mit

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 &= U_2 \\ \underline{U}_{1,k} &= U_1 \cdot e^{j\vartheta_k} = U_1 \cdot (\cos \vartheta_k + j \sin \vartheta_k) \\ \underline{U}_q &= U_q \cdot e^{j\delta} = U_q \cdot (\cos \delta + j \sin \delta) \end{aligned} \quad (3.65)$$

erhält man aus Gleichung (3.64) für die in die Last fließende Leistung \underline{S}_2

$$\begin{aligned} \underline{S}_2 &= P_2 + jQ_2 = j \cdot \frac{U_2}{X} \cdot (U_{1,k}(\cos \vartheta_k - j \sin \vartheta_k) - U_q(\cos \delta - j \sin \delta) - U_2) \\ &= \frac{U_{1,k} \cdot U_2}{X} \cdot \sin \vartheta_k - \frac{U_q \cdot U_2}{X} \cdot \sin \delta \\ &\quad + j \left(\frac{U_{1,k} \cdot U_2}{X} \cdot \cos \vartheta_k - \frac{U_2^2}{X} - \frac{U_q \cdot U_2}{X} \cdot \cos \delta \right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

Diese Gleichung zeigt, dass sowohl die Wirkleistung, als auch die Blindleistung durch die zusätzliche Spannung \underline{U}_q eine Änderung erfahren.

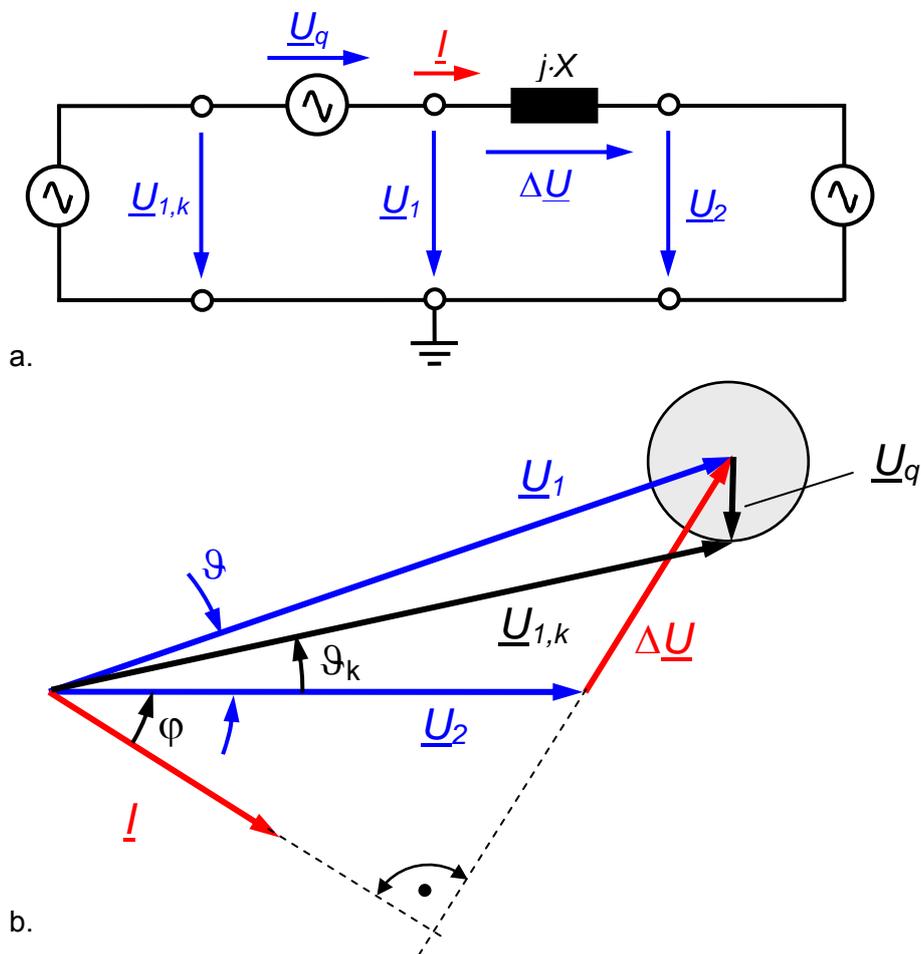


Bild 3.23 a. Prinzipielle Anordnung der Spannungsquelle \underline{U}_q , die den UPFC repräsentiert
b. zugehöriges Zeigerdiagramm

In **Bild 3.24** sind zwei mögliche Betriebszustände eines UPFC dargestellt. In **Bild 3.24a** wird das Betriebsverhalten einer Serienkapazität durch den UPFC nachgebildet. Im Falle einer festen Kapazität ist die Länge des Zeigers \underline{U}_q proportional zum Strom I . Der UPFC erhöht die

Flexibilität deutlich, die Amplitude der Spannung \underline{U}_q kann konstant gehalten oder proportional zum Strom geändert werden.

Der UPFC kann so eingestellt werden, dass nur die Phase von \underline{U}_1 zu $\underline{U}_{1,k}$ gedreht wird, die Amplitude beider Spannungen jedoch gleich bleibt (**Bild 3.24b**). Dadurch verändert sich die resultierende Spannung \underline{U}_2 .

Im Allgemeinen Fall kann sowohl Betrag als auch Phase der Spannung $\underline{U}_{1,k}$ durch den UPFC eingestellt werden.

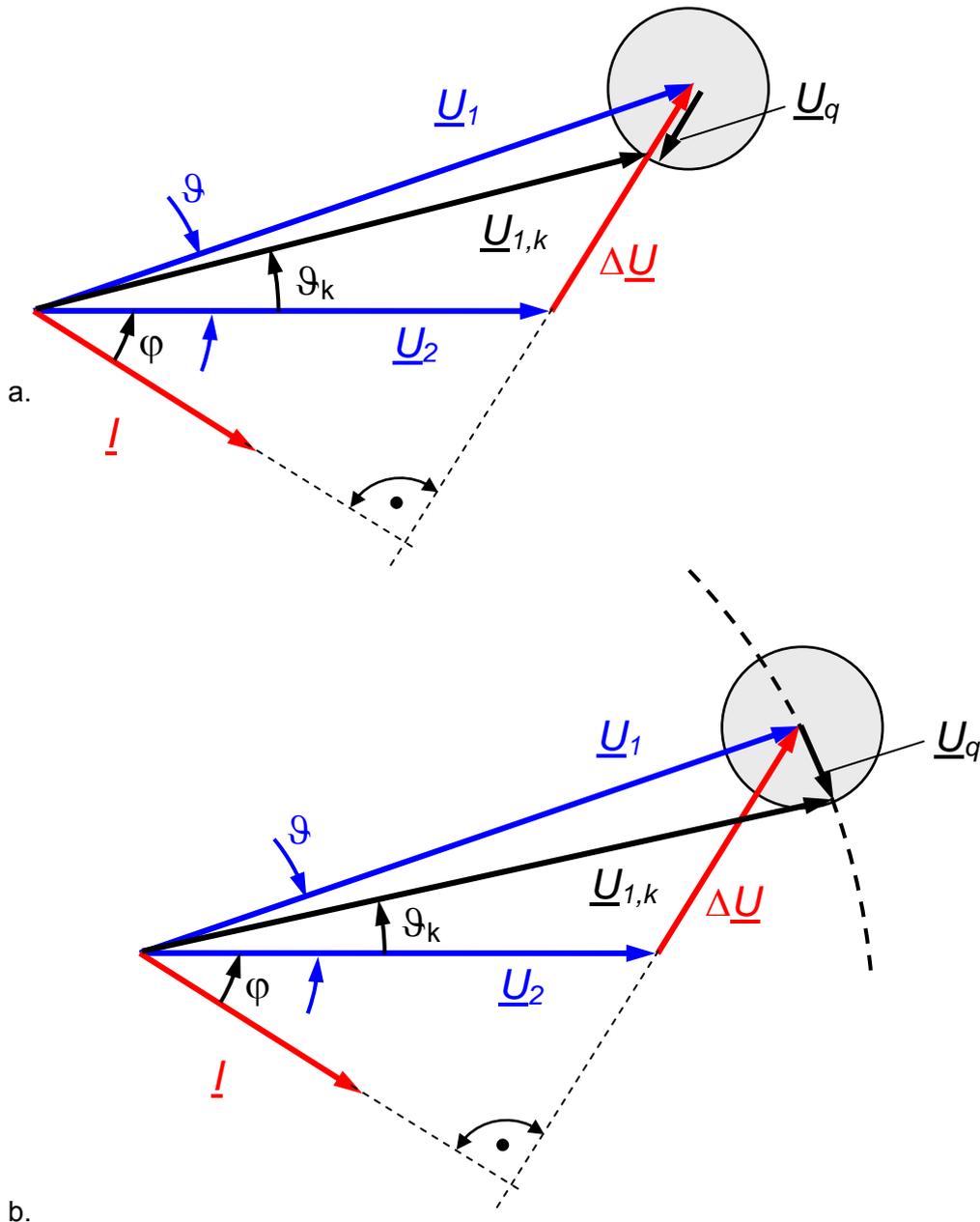


Bild 3.24 Spannungseinstellung durch den UPFC

- Simulation einer Reihenkompensationskapazität durch den UPFC
- Einstellung der Spannung $\underline{U}_{1,korr}$ durch Addition einer Spannung \underline{U}_q zur Spannung \underline{U}_1 so, dass die Amplitude der beiden Spannungen \underline{U}_1 und $\underline{U}_{1,korr}$ konstant ist, d. h. nur eine Phasendrehung erfolgt.

In **Bild 3.25** ist eine Realisierungsform eines UPFC gezeigt. *Umrichter 1* dient der Bereitstellung einer Zwischenkreisspannung am Kondensator. Damit wird durch den *Umrichter 1* auch Wirkleistung bereitgestellt, die von *Umrichter 2* benötigt wird. *Umrichter 2* erzeugt eine Spannung, die über den *Transformator 2* in die Leitung als Längsspannung eingekoppelt wird. An der in die Leitung geschleiften Wicklung fällt die Spannung \underline{U}_q ab. Eine entsprechende Spannung muß durch den *Umrichter 2* erzeugt werden. Durch den *Transformator 1* wird Energie zum Betrieb des *Umrichters 1* und zur Ladung der Kapazität aus dem Netz entnommen. Die beiden Umrichter kann man sich auch wieder als Multi-Level-Umrichter (MMC) vorstellen.

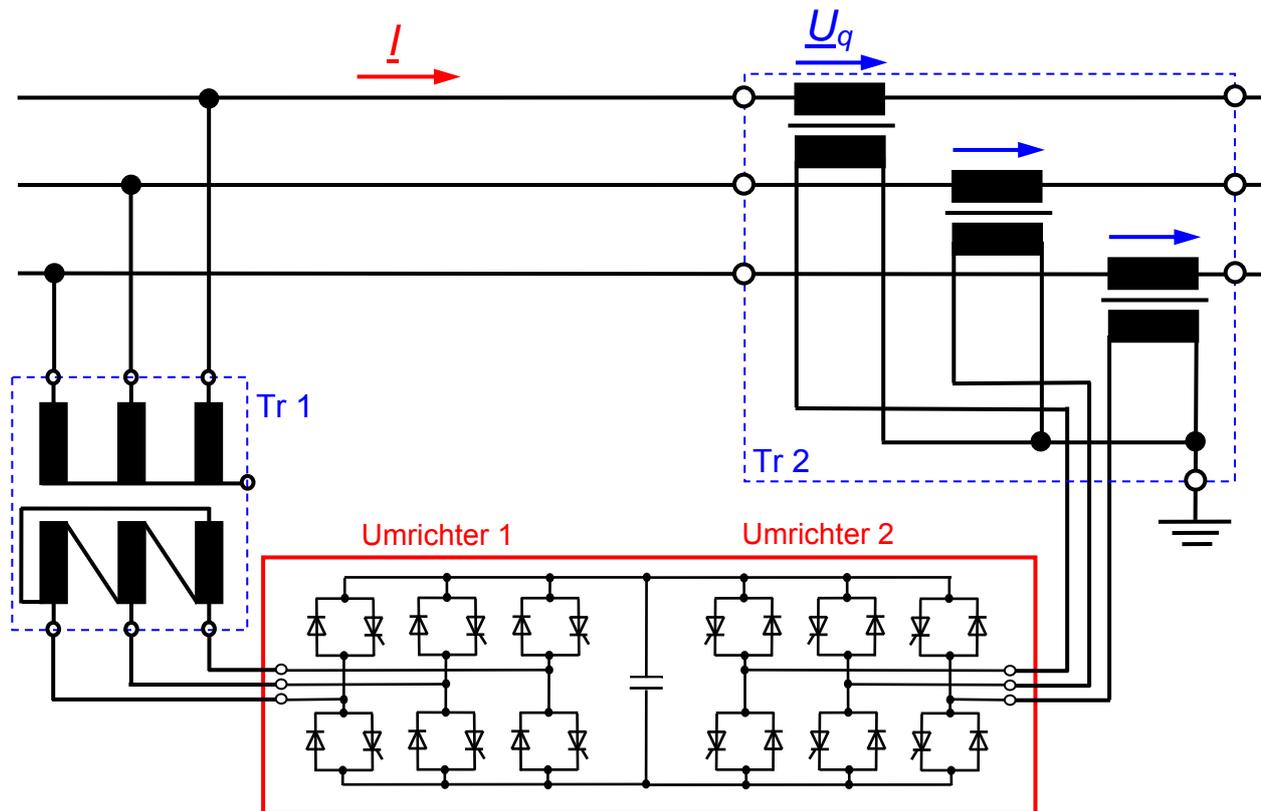


Bild 3.25 Realisierung eines UPFC durch 2 Umrichter und 2 Transformatoren

3.2.3.2 HGÜ-B2B (Back-to-Back)

Eine HGÜ-Verbindung ist als Kurzschlusskupplung neben dem UPFC ebenfalls geeignet, den Leistungsfluß in einem Übertragungssystem zu steuern, da man über die Steuerwinkel der Gleich- und Wechselrichters die Wirkleistungsübertragung in weiten Grenzen einstellen kann. Die benötigte Steuer- und Kommutierungsblindleistung wird auf der Drehstromseite bereitgestellt (**Bild 3.26**).

Der Aufwand für eine HGÜ-B2B-Anlage ist mit einem UPFC etwa vergleichbar und deutlich höher als für eine SVC-Anlage.

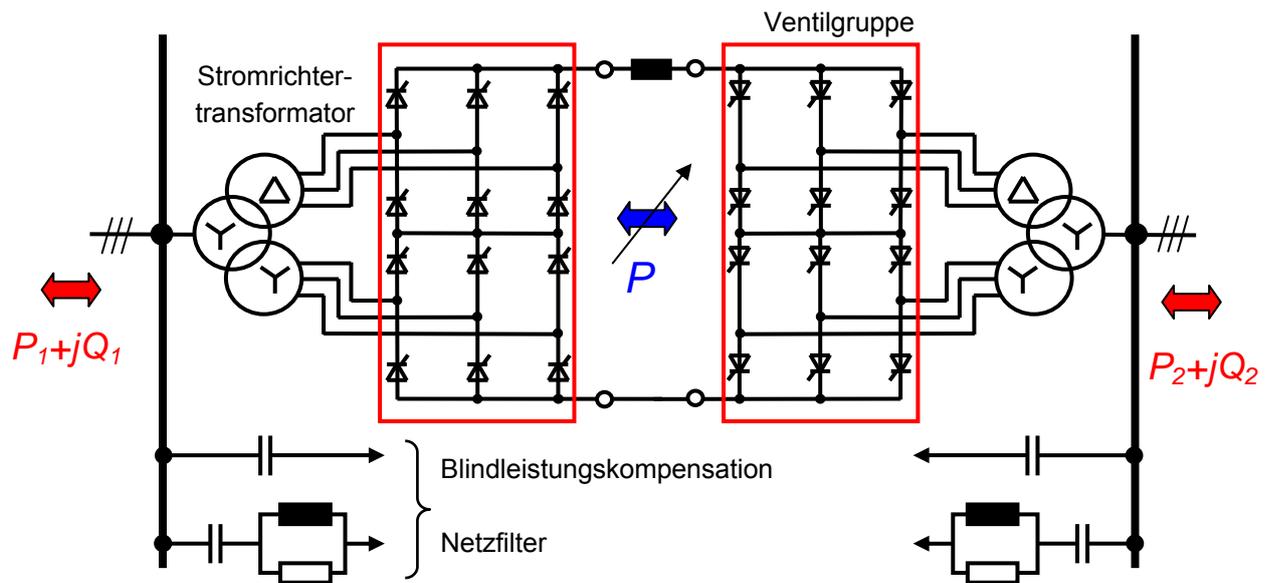


Bild 3.26 HGÜ-B2B-Anlage als FACTS-Betriebsmittel zur Leistungsflußsteuerung

4 Netzregelung

4.1 Prinzip der Frequenz- und Spannungsregelung im Drehstromnetz

4.1.1 Ursachen von Frequenz- und Spannungsschwankungen

Im stationären Betrieb des Energienetzes herrscht in jedem Augenblick ein Gleichgewicht zwischen erzeugter und verbrauchter elektrischer Wirk- und Blindleistung, d. h. es ist

$$\underline{S}_{\text{erz}} = \underline{S}_{\text{verbr}} = P_{\text{erz}} + j \cdot Q_{\text{erz}} = P_{\text{verbr}} + j \cdot Q_{\text{verbr}} \quad . \quad (4.1)$$

Störgröße in diesem System ist die sich über den Tag verändernde Netzlast. Es gibt zwar Prognosen über den zu erwartenden Verlauf der Netzlast, in einem bestimmten, sicher kleinen Toleranzband ist die Tagesbelastung aber für jeden Tag individuell.

Man kann im Wesentlichen 2 Mechanismen unterscheiden:

- Änderung der von einem Energieerzeuger abgegebenen Wirkleistung P
- Änderung der von einem Energieerzeuger abgegebenen Blindleistung Q

Betrachtet werden soll dies an einem einfachen Turbine-Generatorsatz (Turbosatz) gemäß **Bild 4.1**. Die Zunahme der vom Generator abgegebenen Wirkleistung ans Netz bewirkt zunächst ein Abbremsen der rotierenden Massen, d. h. der Turbine und des Generatorläufers. Umgekehrt bewirkt eine verringerte Wirkleistungsaufnahme des Netzes ein Beschleunigen der rotierenden Massen. Die rotierenden Massen der Kraftwerke stellen einen Energiespeicher dar, auf den bei Leistungsschwankungen, die letztlich zu jedem Zeitpunkt auftreten, zurück gegriffen wird. Erst danach erfolgt eine Reaktion der primärgeregelten Kraftwerke. Für den Zusammenhang zwischen Frequenz f und Drehzahl n sowie der Polpaarzahl p gilt

$$f = \frac{n \cdot p}{60} \quad , \quad (4.2)$$

d. h. mit der Drehzahl n (hier in 1/min) des Läufers ändert sich auch die Frequenz f der in den Statorwicklungen eines Synchrongenerators induzierten Spannungen (bei gegebener Polpaarzahl p der Maschine). Die Folge einer sich ändernden Wirkleistungsabgabe bei ansonsten unveränderten Bedingungen ist eine Frequenzänderung der Generatorspannung.

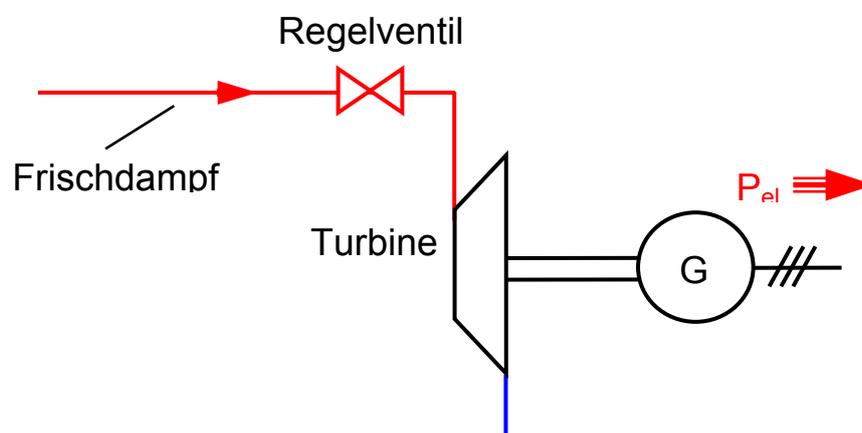


Bild 4.1 Betrachtung der Wirkleistungsverhältnisse am Beispiel eines einfachen Turbine-Generatorsatzes (Turbosatzes)

Die Auswirkung einer sich ändernden Blindleistungsabgabe kann am Einfachsten mit dem Ersatzschaltbild eines Synchrongenerators bei induktiver Last und dem zugehörigen Zeigerdiagramm erklärt werden (**Bild 4.2**).

Eine Änderung der Blindleistung bedeutet eine Änderung der induktiven Komponente des Stromes \underline{I}_1 . Eine Erhöhung der induktiven Komponente des Stromes \underline{I}_1 bewirkt eine Erhöhung des Spannungsabfalls \underline{U}_A an der synchronen Reaktanz X_d , aber auch eine Drehung der Phasenlage dieses Spannungsabfalls in mathematisch negativer Richtung. Die Amplitude der Polradspannung \underline{U}_P ändert sich, der Polradwinkel ϑ bleibt jedoch nahezu unverändert. Somit bewirkt eine Änderung der Blindleistung vorrangig eine Änderung der Spannung an einem Knotenpunkt, der Winkel bleibt nahezu unbeeinflusst.

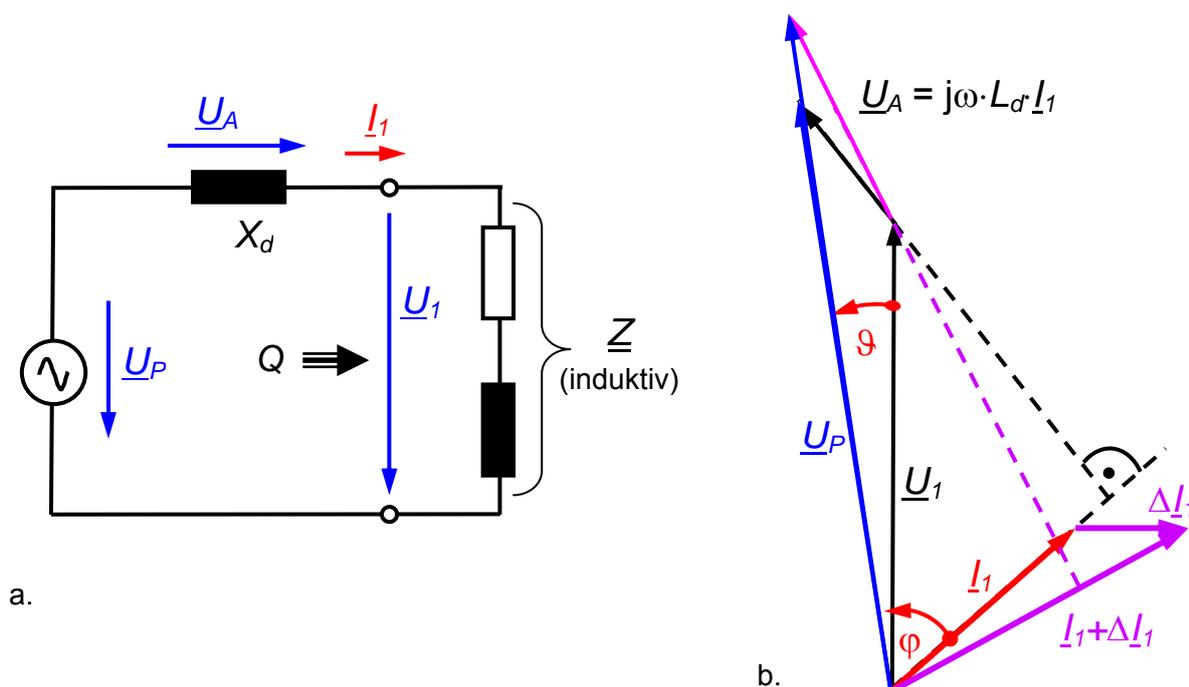


Bild 4.2 Betrachtung der Blindleistungsverhältnisse am Beispiel eines induktiv belasteten Synchrongenerators
a. Vereinfachtes Ersatzschaltbild
b. zugehöriges Zeigerdiagramm bei induktiver Last

4.1.2 Entkopplung von Frequenz- und Spannungsregelung

Durch die unterschiedliche Auswirkung einer Änderung von Wirk- und Blindleistung ist - zumindest bei kleinen Laständerungen - nahezu eine Entkopplung der Wirkmechanismen gegeben. Man kann daher die Frequenz- und die Spannungsregelung getrennt betrachten und analysieren. Hierbei ist die Frequenz in einem Energienetz eine globale Größe, die im gesamten Netz identisch ist. Die Knotenspannung ist hingegen eine lokale Größe, die durch die lokalen Blindleistungsverhältnisse bestimmt wird. Dies führt bei der Frequenzregelung zu einem netzübergreifenden Ansatz, während man zur Spannungsregelung an bestimmten kritischen Stellen für entsprechende Blindleistungsbereitstellung sorgen muss.

4.2 Regelungstechnische Modellierung des Energieübertragungsnetzes

4.2.1 Linearisierung und Normierung

Viele technische Systeme zeigen über einen sehr weiten Betriebsbereich ein nichtlineares Verhalten. Zur regelungstechnischen Behandlung genügt jedoch oft die Betrachtung kleiner Abweichungen um einen stationären Betriebspunkt. Ein übliches Vorgehen in der Regelungstechnik ist daher:

1. Linearisierung des Systems

Linearisierung bedeutet Approximation eines nichtlinearen Übertragungsverhaltens durch ein lineares Verhalten. Mathematisch gesehen ist dies die Taylor-Entwicklung einer Funktion $Y = f(x)$ um einen Arbeitspunkt x_0 und Abbruch nach dem linearen Glied. Die nichtlineare Funktion $Y = f(x)$ wird dann um einen Arbeitspunkt x_0 durch

$$Y(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots \approx Y_0 + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0) \quad , \quad (4.3)$$

angenähert. Dabei ist Y_0 der Wert der Größe Y im stationären Arbeitspunkt $x = x_0$.

2. Normierung

Die Normierung dient der Herstellung dimensionsloser Größen. Grundsätzlich lassen sich 2 Methoden unterscheiden: die Einführung dimensionsloser Größen durch

$$y = \frac{Y}{Y_B} \quad , \quad (4.4)$$

und die Einführung dimensionsloser Abweichungen von einem stationären Arbeitspunkt:

$$\Delta y = \frac{Y - Y_0}{Y_B} \quad , \quad (4.5)$$

- mit:
- Y : physikalische (dimensionsbehaftete) Größe, z. B. Momentanwert
 - Y_B : Bezugswert, ebenfalls eine physikalische (dimensionsbehaftete) Größe, z. B. Nennwert, Maximalwert etc.
 - Y_0 : Wert der physikalischen Größe Y in einem stationären Arbeitspunkt
 - y : dimensionslose Größe, meist mit einem Wertebereich von 0...1
 - Δy : dimensionslose Größe, das Symbol „ Δ “ kennzeichnet sie als dimensionslose Abweichung von einem stationären Arbeitspunkt, der Wertebereich kann sowohl positiv als auch negativ sein, üblicherweise im Bereich -1...+1

Oft ist die Wahl der Bezugsgröße zu

$$Y_B = Y_0 \quad (4.6)$$

sinnvoll. Damit ergibt sich die Normierungsvorschrift bei der Einführung dimensionsloser Abweichungen von einem stationären Arbeitspunkt Y_0 zu

$$\Delta y = \frac{Y - Y_0}{Y_0} = \frac{Y}{Y_0} - 1 \quad . \quad (4.7)$$

4.2.2 Modellierung von thermischen Kraftwerken

Bei Turbosätzen eines thermischen Kraftwerks (z. B. eines Dampfkraftwerkes), bestehend aus Turbine und Generator (**Bild 4.3**), unterscheidet man im Wesentlichen 2 Betriebsarten:

- *Festdruckbetrieb*
Beim Festdruckbetrieb herrscht ein konstanter Dampfdruck im Kessel. Die Leistungseinstellung der Turbine erfolgt über das Regelventil in der Frischdampfzuleitung (Drossel) durch Öffnen und Schließen mehrerer paralleler Dampfventile. Nachteilig an dieser Betriebsart sind die Drosselverluste, d. h. der Wirkungsgrad der Anlage ist bei dieser Betriebsart geringer. Vorteil ist die schnelle Reaktionsmöglichkeit auf Lastschwankungen. Bei einer sprunghaft angenommenen Laststeigerung kann der Dampf vorrat im Kessel genutzt werden und durch Öffnen des Regelventils der Turbine sofort mehr Dampf zur Verfügung gestellt werden.
- *Gleitdruckbetrieb*
Beim Gleitdruckbetrieb wird die Stellung des Regelventils nicht geändert. Wenn eine erhöhte Turbinenleistung benötigt wird, so erfolgt die Regelung über die Brennstoffzufuhr. Der Dampfdruck „gleitet“ mit der Leistung. Durch diese Art der Regelung ergeben sich allerdings große Zeitkonstanten, da nach erhöhter Brennstoffzufuhr der Dampf erst erzeugt werden muß. Regelungstechnisch gesehen liegt also eine Totzeit im Bereich von 30...60 s vor. Schnell auftretende Lastschwankungen können also mit Kraftwerken im Gleitdruckbetrieb nicht ausgeregelt werden. Allerdings ist der Wirkungsgrad im Gleitdruckbetrieb höher als im Festdruckbetrieb. Grundlastkraftwerke, z. B. Kernkraftwerke arbeiten daher im reinen Gleitdruckbetrieb.

In der Praxis findet man in einem Netz sowohl Kraftwerke, die im Festdruckbetrieb arbeiten, als auch solche, die im Gleitdruckbetrieb arbeiten. Kurzfristige Lastschwankungen werden durch die im Festdruckbetrieb arbeitenden Kraftwerke sehr schnell ausgeregelt, wobei der Dampf vorrat des Kessels genutzt wird. Dies geht jedoch nur solange genügend Dampf zur Verfügung steht, die thermische Reserve des Kessels ist nur zeitlich begrenzt nutzbar. In der Zwischenzeit müssen die im Gleitdruckbetrieb fahrenden Kraftwerke bereits die erforderliche Mehrleistung bereitstellen. Daher ist in der Praxis eine gute zeitliche Abstimmung der Kraftwerke und ihrer Betriebsarten notwendig.

Dies erfordert Langzeitbetrachtungen nach dem Auftreten einer sprunghaft auftretenden und dauerhaft anstehenden Mehrbelastung. Dazu ist eine genaue thermodynamische Analyse und Modellierung des Kraftwerks erforderlich.

Da es in den folgenden Betrachtungen um die schnelle Ausregelung von Frequenzänderungen aufgrund von sprunghaftigen Belastungsänderungen geht, reicht ein Zeitraum für die Betrachtung von

$$t \leq 1 \text{ min} \quad . \quad (4.8)$$

In diesem Zeitraum spielt nur die Festdruckregelung über Regelventile eine Rolle (**Bild 4.3a**). Die Regelventile (in **Bild 4.3a** zu einem Ventil zusammengefasst) werden durch eine hydraulische Stellvorrichtung angesteuert.

Es wird von einem bestimmten Beharrungszustand (Index „0“) ausgegangen. Dieser Beharrungszustand ist durch eine elektrische Leistung $P_{el,0}$, eine mechanische Leistung der Turbine an der Turbinenwelle $P_{T,0}$, einer bestimmten Stellung des Regelventils S_0 und einer bestimmten Eingangsgröße H_0 der hydraulischen Stellvorrichtung gekennzeichnet. Die Frequenz der Spannung des Synchrongenerators in diesem Beharrungszustand ist f_0 (= 50 Hz). Es sollen nun Laständerungen untersucht werden, die kleine Änderungen aus diesem Beharrungszustand heraus bewirken. Deshalb findet das 2. der angegebenen Normierungsverfahren gemäß Gleichung (4.5) Anwendung.

Dadurch ergeben sich die folgenden normierten Größen:

Δp_T : Änderung der mechanischen Leistung an der Turbinenwelle, d. h. der Turbinenleistung

Δs : Änderung der Stellung des Regelventils

Δh : Änderung der Eingangsgröße der hydraulischen Stellvorrichtung

Bei einer sprunghaftigen Änderung der Eingangsgröße der hydraulischen Stellvorrichtung um ΔH verstreicht eine bestimmte Zeit bis das Regelventil seine neue Endstellung $S_0 + \Delta S$ erreicht hat. Man kann das dynamische Verhalten der hydraulischen Stelleinheit durch ein PT_1 -Glied mit der Zeitkonstanten T_S modellieren. Diese Zeitkonstante liegt im Bereich

$$T_S \approx 0,1 \text{ s} \quad . \quad (4.9)$$

Die Leistungsabgabe der Turbine folgt einer plötzlichen Änderung des Frischdampfolumens ebenfalls mit einer bestimmten zeitlichen Verzögerung. Gründe hierfür sind in der Thermodynamik der Turbine zu suchen. Auch die Turbine kann durch ein PT_1 -Glied mit der Zeitkonstanten

$$T_T \approx 0,15 \text{ s} \dots \text{einige s} \quad . \quad (4.10)$$

modelliert werden.

Für die Anlage bestehend aus hydraulischer Stelleinheit, Regelventil und Turbine erfolgt daraus das in **Bild 4.3b** dargestellt regelungstechnische Modell.

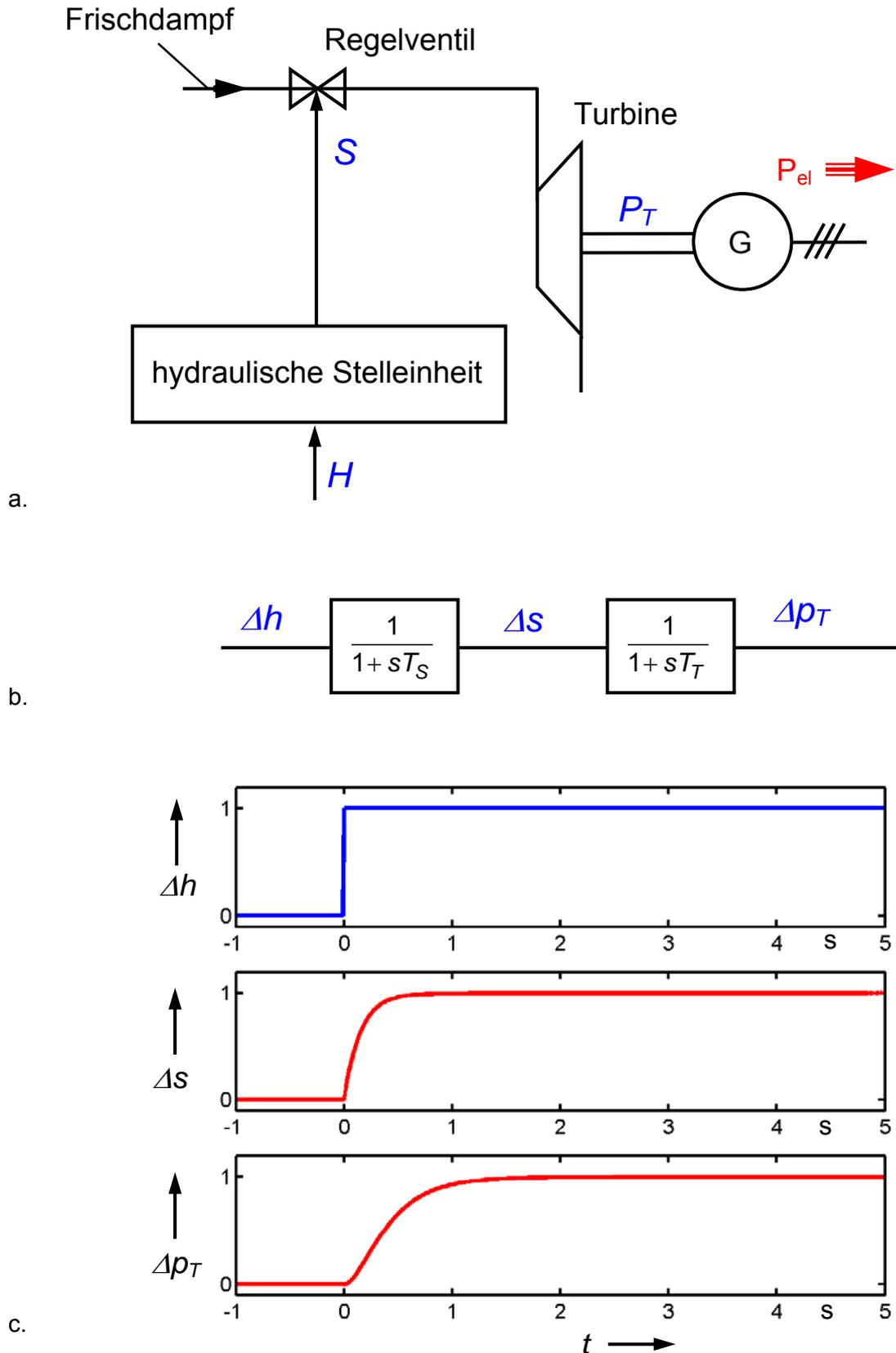


Bild 4.3 Festdruckregelung eines thermischen Kraftwerks ohne Zwischenüberhitzer
 a. vereinfachtes Prinzipbild der Anlage
 b. zugehöriges regelungstechnisches Ersatzschaltbild
 c. Sprungantworten Δs und Δp_T für die Zeitkonstanten $T_S = 0,15$ s und $T_T = 0,3$ s

In realen Anlagen wird zur Steigerung des Wirkungsgrades stets mit Zwischenüberhitzern gearbeitet (**Bild 4.4a**). Ein Teil der Gesamtleistung wird also von der Hochdruck(HD)- ein weiterer Teil von der Mitteldruck(MD)- und der letzte Teil von der Niederdruckturbine (ND) erzeugt. Die Zwischenüberhitzer benötigen einige Zeit, bis der Dampf von einer bestimmten Temperatur an ihrem Eingang auf die gewünschte Ausgangstemperatur erhitzt ist. Im Modell kann dies ebenfalls wieder durch ein PT_1 -Glied berücksichtigt werden. Die Zeitkonstante des Zwischenüberhitzers ist

$$T_{ZÜ} = 5 \dots 15 \text{ s} \quad . \quad (4.11)$$

Prinzipiell müsste zusätzlich noch die Zeitkonstante der MD-Turbine berücksichtigt werden. Da die Zeitkonstante der MD-Turbine wesentlich kleiner als jene des Zwischenüberhitzers ist, reicht es aus, $T_{ZÜ}$ zu berücksichtigen.

Auch die Überleitung des Dampfes von der Mitteldruckturbine in die Niederdruckturbinen benötigt infolge der Wärmekapazität der Rohrleitung eine bestimmte Zeit. Dies kann ebenfalls durch ein PT_1 -Glied modelliert werden. Die Zeitkonstante der Rohrleitung ist

$$T_R = 0,3 \dots 0,6 \text{ s} \quad . \quad (4.12)$$

Auch hierin kann man die Zeitkonstante der ND-Turbine integriert sehen.

Bei der Modellierung der einzelnen Turbinen werden die Beiträge der einzelnen Turbinen zur Gesamtleistung durch die Konstanten V_{HD} , V_{MD} und V_{ND} berücksichtigt. Demnach gilt:

$$\begin{aligned} V_{HD} + V_{MD} + V_{ND} &= 1 \\ \text{und} & \\ V_{HD}, V_{MD}, V_{ND} &\leq 1 \end{aligned} \quad . \quad (4.13)$$

Insgesamt ergibt sich dann das in **Bild 4.4b** dargestellte regelungstechnische Modell für eine Anlage mit HD-, MD- und ND-Turbine und einem Zwischenüberhitzer wie in **Bild 4.4a** dargestellt.

Bild 4.4c zeigt die Sprungantwort eines solchen Systems für typische Zeitparameter, für die gilt

$$T_{ZÜ} \gg T_S, T_{HD}, T_R \quad . \quad (4.14)$$

Zunächst ergibt sich ein schnelles Ansteigen der Sprungantwort Δp_T . Der Endwert dieses Anstiegs bleibt allerdings auf den Wert V_{HD} beschränkt. Das weitere Ansteigen der Sprungantwort erfolgt mit der Zeitkonstanten $T_{ZÜ}$. Der Endwert wird nach 3...5 Zeitkonstanten erreicht. Dies entspricht mit den gewählten Zahlenwerten einer Zeit von ca. 50 s.

Mit obiger Beziehung kann man die Zeitkonstanten T_S , T_T und T_R gegenüber $T_{ZÜ}$ vernachlässigen. Aus **Bild 4.4b** kann man ablesen:

$$\Delta p_T = V_{HD} \cdot \Delta h + \frac{V_{MD} + V_{ND}}{1 + sT_{ZÜ}} \cdot \Delta h \quad . \quad (4.15)$$

Mit der genannten Vereinfachung ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$\frac{\Delta p_T}{\Delta h} = \frac{V_{HD} + V_{MD} + V_{ND} + sT_{ZÜ}V_{HD}}{1 + sT_{ZÜ}} = \frac{1 + sT_{ZÜ}V_{HD}}{1 + sT_{ZÜ}} \quad . \quad (4.16)$$

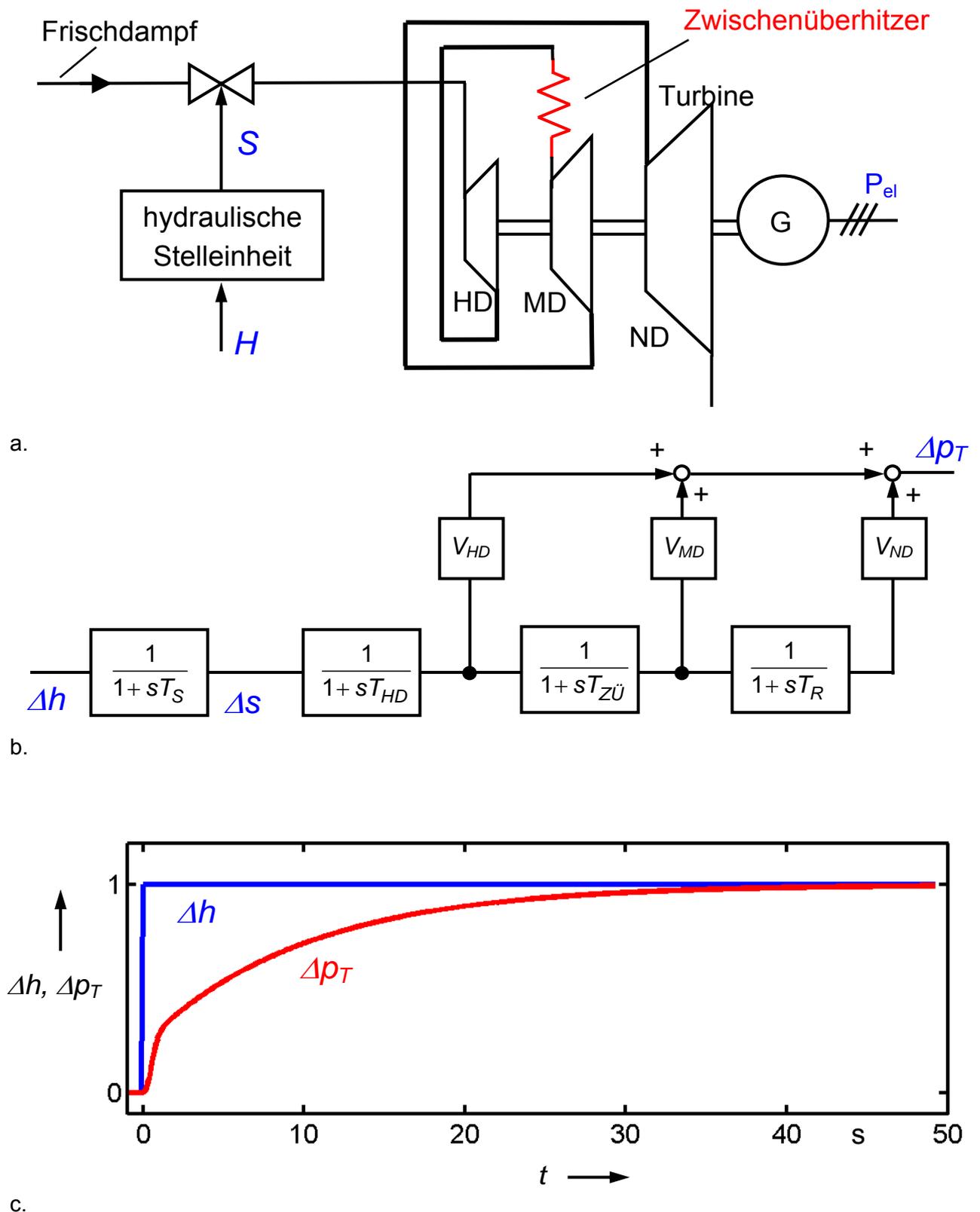


Bild 4.4 Festdruckregelung eines thermischen Kraftwerks mit Zwischenüberhitzer
 a. vereinfachtes Prinzipbild der Anlage
 b. zugehöriges regelungstechnisches Ersatzschaltbild
 c. Sprungantwort Δp_T für die Zeitkonstanten $T_S = 0,15$ s, $T_{HD} = 0,3$ s, $T_{ZÜ} = 10$ s und $T_R = 0,6$ s sowie $V_{HD} = 0,3$, $V_{MD} = 0,4$ und $V_{ND} = 0,3$

4.2.3 Modellierung von Wasserkraftwerken (Pumpspeicherwerke)

Aus der Strömungsmechanik ist folgende Gleichung bekannt, die für einen Strömungsfaden zwischen einem Anfangspunkt A und einem Endpunkt E gilt (**Bild 4.5**):

$$\int_A^E \frac{\partial V}{\partial t} ds + \frac{1}{2} V_E^2 + \int_A^E \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} ds + g \cdot H_E = \frac{1}{2} V_A^2 + g \cdot H_A \quad (4.17)$$

In dem vorliegenden Anwendungsfall sind folgende Annahmen zulässig, die zu einer wesentlichen Vereinfachung dieser Gleichung führen:

- $V_A = 0$ Das Wasserreservoir im Oberbecken eines Pumpspeicherwerks ist sehr groß, wodurch der Wasserstand in dem Betrachtungszeitraum praktisch nicht abnimmt.
- $dp = 0$ Wasser ist inkompressibel. Es gibt daher keine Druckdifferenz im Medium und der Beitrag des Integrals ist $\equiv 0$.
- $\partial V / \partial t = \text{const}$ Aufgrund der Inkompressibilität von Wasser ist eine Geschwindigkeitsänderung $\partial V / \partial t$ der Wassersäule in der gesamten Rohrleitung konstant. Der Term $\partial V / \partial t$ kann also vor das Integral gezogen werden und die Integration über ein Wegelement ds vom Anfang A bis zum Ende E der Rohrleitung ergibt dann direkt die Länge L der Rohrleitung.
- $H = H_A - H_E$ Die Höhendifferenz zwischen Anfangspunkt A und Endpunkt E der Rohrleitung entspricht der Fallhöhe H des Wassers.

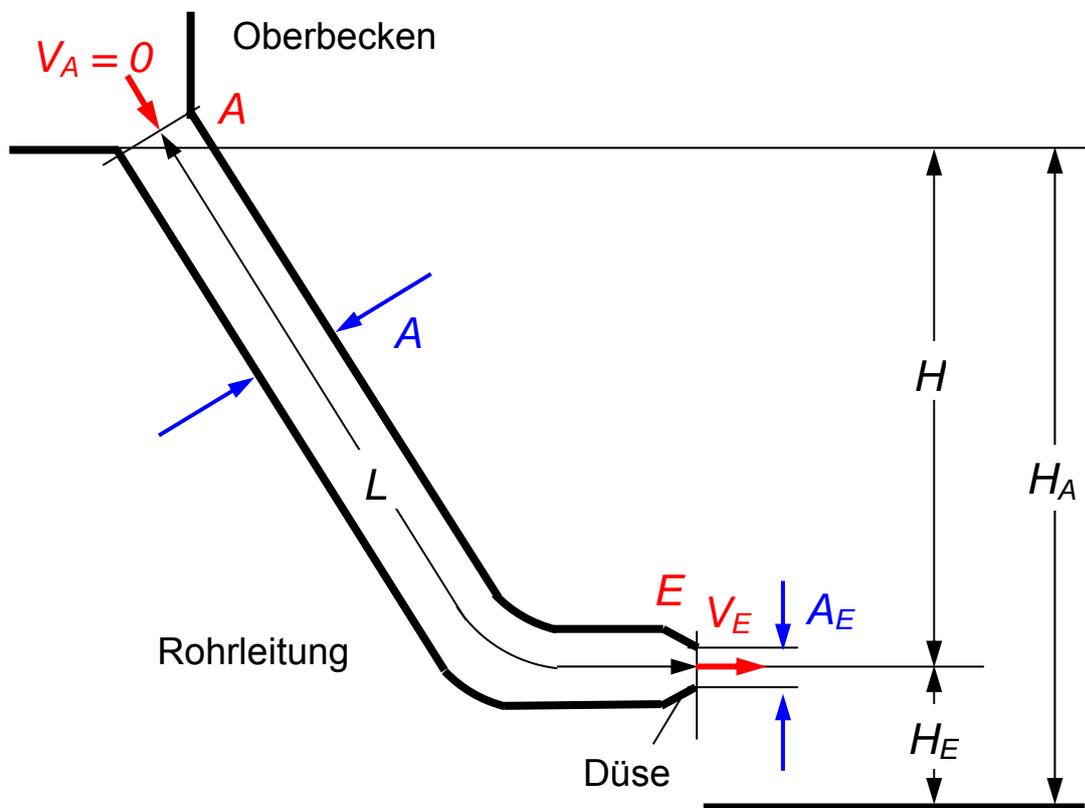


Bild 4.5 Modellierung von Wasserkraftwerken, untersuchte Anordnung für ein Pumpspeicherwerk

Mit diesen Annahmen modifiziert sich Gleichung (4.17) zu

$$L \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} V_E^2 - g \cdot H = 0 \quad . \quad (4.18)$$

Die Geschwindigkeit des Wassers an der Düse hängt von der Geschwindigkeit des Wassers in der Rohrleitung und den Querschnittsverhältnissen zwischen Düse und Rohrleitung ab. Gemäß der Kontinuitätsgleichung gilt:

$$\frac{V}{V_E} = \frac{A_E}{A} \quad . \quad (4.19)$$

Damit verändert sich die Strömungsgleichung zu

$$L \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{A}{A_E} \right)^2 V^2 - g \cdot H = 0 \quad . \quad (4.20)$$

Stellgröße des Systems ist die Querschnittsfläche A_E der Düse; wenn man eine Pelton-Turbine betrachtet ist dies direkt einsehbar. Ausgangsgröße ist die Leistung des strömenden Mediums, die dann in eine Drehbewegung der Turbine umgesetzt werden muß. Die Leistung eines strömenden Mediums ist

$$P = \frac{1}{2} \rho A_E \cdot V_E^3 = \frac{1}{2} \rho \frac{A^3}{A_E^2} \cdot V^3 \quad . \quad (4.21)$$

Damit ist der folgende Gleichungssatz Ausgangspunkt für die regelungstechnische Modellbildung:

$$P = \frac{1}{2} \rho A_E \cdot V_E^3 = \frac{1}{2} \rho \frac{A^3}{A_E^2} \cdot V^3 \quad . \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = g \cdot \frac{H}{L} - \frac{1}{2L} \left(\frac{A}{A_E} \right)^2 V^2 = F$$

Zur regelungstechnischen Modellbildung geht man von einem stationären Zustand (Beharrungszustand, Index „0“) aus. Für diesen gilt

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho A_{E,0} \cdot V_{E,0}^3 = \frac{1}{2} \rho \frac{A^3}{A_{E,0}^2} \cdot V_0^3 \quad . \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 = g \cdot \frac{H}{L} - \frac{1}{2L} \left(\frac{A}{A_{E,0}} \right)^2 V_0^2, \quad d.h. \quad V_0 = \frac{A_{E,0}}{A} \sqrt{2gH}$$

mit den folgenden Größen im Beharrungszustand:

- $A_{E,0}$: Querschnitt der Düse
- P_0 : Leistung des mit V_0 strömenden Wassers
- V_0 : Strömungsgeschwindigkeit des Wassers

Nun folgen die Schritte *Linearisierung* und *Normierung* sowie wo notwendig *Laplace-Transformation*.

Für die Leistung P ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 P &\approx P_0 + \left. \frac{\partial P}{\partial V} \right|_{\substack{V=V_0 \\ A_E=A_{E,0}}} \cdot (V - V_0) + \left. \frac{\partial P}{\partial A_E} \right|_{\substack{V=V_0 \\ A_E=A_{E,0}}} \cdot (A_E - A_{E,0}) \\
 &= P_0 + \frac{3}{2} \rho \frac{A^3 \cdot V_0^2}{A_{E,0}^2} (V - V_0) - \rho \frac{A^3 \cdot V_0^3}{A_{E,0}^3} (A_E - A_{E,0})
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

und weiter

$$\begin{aligned}
 \frac{P - P_0}{P_0} &= \frac{\frac{3}{2} \rho \frac{A^3 \cdot V_0^2}{A_{E,0}^2}}{\frac{1}{2} \rho \frac{A^3 \cdot V_0^2}{A_{E,0}^2}} \left(\frac{V - V_0}{V_0} \right) - \frac{\rho \frac{A^3 \cdot V_0^3}{A_{E,0}^3}}{\frac{1}{2} \rho \frac{A^3 \cdot V_0^3}{A_{E,0}^3}} \left(\frac{A_E - A_{E,0}}{A_{E,0}} \right) \\
 \text{also} & \tag{4.25}
 \end{aligned}$$

$$\Delta p = 3 \cdot \Delta v - 2 \cdot \Delta a_E$$

mit den Normierungsvorschriften:

$$\Delta p = \frac{P - P_0}{P_0} \quad \Delta v = \frac{V - V_0}{V_0} \quad \Delta a_E = \frac{A_E - A_{E,0}}{A_{E,0}} \tag{4.26}$$

Für die Funktion F ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} = F &\approx F_0 + \left. \frac{\partial F}{\partial V} \right|_{\substack{V=V_0 \\ A_E=A_{E,0}}} \cdot (V - V_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial A_E} \right|_{\substack{V=V_0 \\ A_E=A_{E,0}}} \cdot (A_E - A_{E,0}) \\
 &= 0 + \frac{2V_0}{2L} \frac{A^2}{A_{E,0}^2} (V - V_0) - \frac{2V_0^2}{2L} \frac{A^2}{A_{E,0}^3} (A_E - A_{E,0})
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

und weiter

$$\frac{d\left(\frac{V}{V_0}\right)}{dt} = -\frac{V_0}{L} \frac{A^2}{A_{E,0}^2} \left(\frac{V - V_0}{V_0}\right) + \frac{V_0}{L} \frac{A^2}{A_{E,0}^2} \left(\frac{A_E - A_{E,0}}{A_{E,0}}\right) = \frac{d\left(\frac{V - V_0}{V_0}\right)}{dt}$$

also

$$s \cdot \Delta v = -\frac{V_0}{L} \frac{A^2}{A_{E,0}^2} \cdot \Delta v + \frac{V_0}{L} \frac{A^2}{A_{E,0}^2} \cdot \Delta a_E \tag{4.28}$$

oder

$$\frac{\Delta v}{\Delta a_E} = \frac{1}{1 + s \left(\frac{L}{V_0} \frac{A_{E,0}^2}{A^2} \right)} = \frac{1}{1 + sT} \quad \text{mit} \quad T = \frac{L}{V_0} \frac{A_{E,0}^2}{A^2} = \frac{L}{\sqrt{2gH}} \frac{A_{E,0}}{A}$$

Für die gesuchte Übertragungsfunktion der Rohrleitung erhält man damit insgesamt:

$$G_R(s) = \frac{\Delta p}{\Delta a_E} = \frac{1 - s^2 T}{1 + sT} \quad \text{mit} \quad T = \frac{L}{\sqrt{2gH}} \frac{A_{E,0}}{A} \quad (4.29)$$

Beispiel:

Für das Pumpspeicherwerk Lünenseewerk der Vorarlberger Illwerke AG mit den Werten $H = 1000 \text{ m}$ und $L = 1800 \text{ m}$ ergibt sich eine Zeitkonstante von:

$$T = \frac{L}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{A_{E,0}}{A} = \frac{1800 \text{ m}}{\sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1000 \text{ m}}} \approx 12,8 \text{ s} \quad \text{für} \quad \frac{A_{E,0}}{A} = 1$$

Bild 4.6 zeigt die Sprungantwort Δp auf einen Sollwertsprung Δa_E der Stellgröße Düsenquerschnitt. Die Übertragungsfunktion $G_R(s)$ gemäß Gleichung (4.29) weist Allpaßverhalten auf. Eine sprungsartige Sollwertänderung um einen Wert Δa_E hat zunächst eine Leistungsminderung zur Folge, bis sich der gewünschte Sollwert als Istwert einstellt.

Nimmt man beispielsweise eine Änderung des Düsenquerschnitts von $\Delta a_E = 0,05$ (5 %), d. h. $A_E = 1,05 \cdot A_{E,0}$ an, so beträgt der anfängliche Leistungseinbruch $\Delta p = -2 \cdot \Delta a_E = -0,1$ (-10 %), d. h. $P = 0,9 \cdot P_0$.

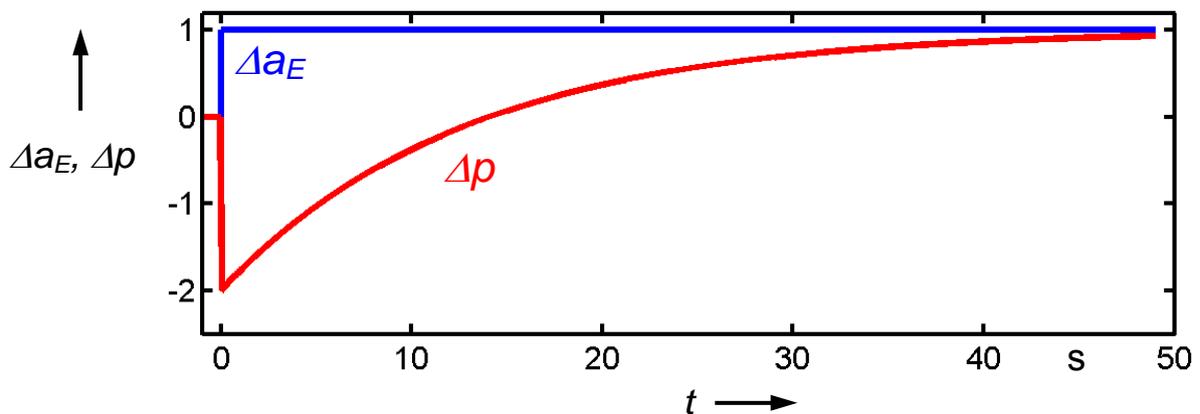


Bild 4.6 Sprungantwort Δp auf einen Sollwertsprung der Stellgröße Düsenquerschnitt (Δa_E) für eine Zeitkonstante von $T = 12,8 \text{ s}$

Physikalisch ist der anfängliche Leistungseinbruch nach einer Vergrößerung des Düsenquerschnitts damit zu begründen, dass sich die Geschwindigkeit der Wassersäule im Druckrohr direkt nach der Querschnittsänderung der Düse nicht ändert (PT1-Verhalten, Gleichung (4.28)). Bei einer Querschnittsvergrößerung an der Düse nimmt die Geschwindigkeit des Wasserstrahls an der Düse ab. Da die Leistung mit der 3. Potenz der Geschwindigkeit und linear mit dem Querschnitt des Wasserstrahls steigt ergibt sich bei verringerter Geschwindigkeit des Wasserstrahls zunächst ein Leistungseinbruch.

Das Allpaßverhalten lässt sich durch einen Bypass, z. B. durch einen Strahlableiter bei einer Pelton-Turbine stark verringern.

4.2.4 Modellierung des elektrischen Energienetzes

Im stationären Zustand sind die erzeugte Leistung der Turbinen, die Generatorleistung und die Verbraucherleistung identisch (Wirkungsgrade werden hier vernachlässigt), d. h. es gilt

$$\begin{aligned}
 P_{T,0} &= P_{G,0} = P_{V,0} = P_0 \\
 \text{und} & \\
 f &= f_0
 \end{aligned}
 \tag{4.30}$$

Eine Änderung ΔP_T der Turbinenleistung P_T ergibt sich durch die folgenden 3 Einflußfaktoren:

- *Änderung des Wirkleistungsaufnahme ΔP_V der Lasten (Laständerung).*
- *Änderung der kinetischen Energie der rotierenden Massen in einem Energienetz.* Kinetische Energie ist in den Läufern der Generatoren und den daran fest gekuppelten Turbinen sowie in den Läufern der Motoren gespeichert. Diese Energie wird als „Momentanreserve“ bezeichnet. Die kinetische Energie der rotierenden Maschinen wächst wegen

$$W_{kin} = \frac{1}{2} J \Omega^2 \quad . \tag{4.31}$$

mit dem Quadrat der Drehzahl Ω der Läufer. Da die Frequenz der in den Statorwicklungen der Synchrongeneratoren induzierten Spannungen proportional zur Läuferdrehzahl Ω ist, gilt

$$W_{kin} = W_{kin,0} \cdot \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \quad . \tag{4.32}$$

Dies kann noch weiter umgeformt werden:

$$\begin{aligned}
 W_{kin} &= W_{kin,0} \cdot \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 = W_{kin,0} \cdot \left(\frac{f_0 + (f - f_0)}{f_0} \right)^2 = W_{kin,0} \cdot \left(1 + \frac{f - f_0}{f_0} \right)^2 \\
 &= W_{kin,0} \cdot (1 + \Delta f)^2 \approx W_{kin,0} \cdot (1 + 2\Delta f) = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad .
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

mit

$$\Delta f = \frac{f - f_0}{f_0}$$

- *Änderung der Leistungsaufnahme der Verbraucher durch Änderung der Netzfrequenz.* Bestimmte Verbraucher ändern ihre Leistungsaufnahme mit der Netzfrequenz. Dies kann durch den Ausdruck

$$\frac{\partial P_V}{\partial f} \cdot (f - f_0) = D \cdot (f - f_0) = D \cdot f_0 \cdot \frac{f - f_0}{f_0} = D \cdot f_0 \cdot \Delta f \tag{4.34}$$

berücksichtigt werden.

Die Änderung der Turbinenleistung ergibt sich damit insgesamt zu:

$$\begin{aligned}\Delta P_T &= \Delta P_V + \frac{dW_{kin}}{dt} + \frac{\partial P_V}{\partial f} \cdot (f - f_0) = \Delta P_V + \frac{d}{dt} (W_{kin,0} \cdot (1 + 2\Delta f)) + (D \cdot f_0) \cdot \Delta f \\ &= \Delta P_V + 2 \cdot W_{kin,0} \frac{d}{dt} \Delta f + (D \cdot f_0) \cdot \Delta f\end{aligned}\quad (4.35)$$

Die Normierung dieser Gleichung führt auf

$$\begin{aligned}\frac{\Delta P_T}{S_B} &= \frac{\Delta P_V}{S_B} + \frac{2 \cdot W_{kin,0} \cdot \omega_0}{S_B} \frac{d}{dt^*} \Delta f + \frac{Df_0}{S_B} \cdot \Delta f \\ \text{oder} \\ \Delta p_T &= \Delta p_V + \frac{2 \cdot W_{kin,0} \cdot \omega_0}{S_B} \frac{d}{dt^*} \Delta f + \frac{Df_0}{S_B} \cdot \Delta f\end{aligned}\quad (4.36)$$

mit

$$\Delta p_T = \frac{\Delta P_T}{S_B} \quad \Delta p_V = \frac{\Delta P_V}{S_B}$$

Bei einem einzelnen Synchrongenerator wäre $W_{kin,0}$ die in der rotierenden Masse, bestehend aus Läufer und angekoppelter Turbine, gespeicherte Energie. S_B wäre die Scheinleistung des Generators. Betrachtet man ein komplettes Energieversorgungsnetz mit vielen Generatoren, so ist S_B die Summe der Scheinleistung dieser Generatoren und $W_{kin,0}$ die in allen rotierenden Massen gespeicherte Energie. Der Quotient aus kinetischer Energie in der rotierenden Masse und Scheinleistung steht in einem konkreten Zusammenhang. Je größer der Turbosatz um so größer ist i.a. seine Scheinleistung aber auch sein Massenträgheitsmoment und damit $W_{kin,0}$. Die so genannte Trägheitskonstanten H liegt daher in einem sehr engen Wertebereich von typischerweise 1...10s

Aus Gleichung (4.36) erhält man durch Anwendung der Laplace-Transformation die Übertragungsfunktion $G_{Netz}(s)$ des Netzes (**Bild 4.7**):

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta p_T(s) - \Delta p_V(s)} = \frac{\frac{S_B}{Df_0}}{1 + s \cdot 2H \cdot \omega_0 \frac{S_B}{Df_0}} = \frac{G_N}{1 + sT_N} = G_{Netz}(s)\quad (4.37)$$

$$\text{mit } H = \frac{W_{kin,0}}{S_B}$$

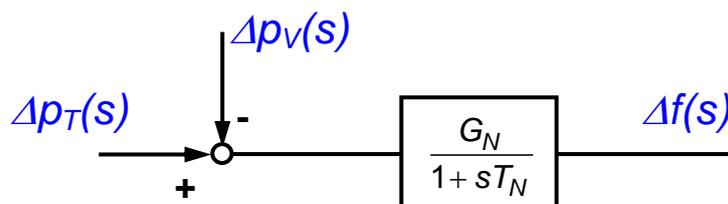


Bild 4.7 Übertragungsfunktion des elektrischen Energienetzes

4.3 Frequenzregelung

4.3.1 Betrachtung eines Inselnetzes

4.3.1.1 Primärregelung

Ziel der Primärregelung ist die schnelle Ausregelung von Frequenzschwankungen des Netzes. Ist die Netzfrequenz f_{ist} kleiner als die Sollfrequenz f_{soll} , so muß die Turbinenleistung erhöht und so die rotierenden Massen wieder beschleunigt werden, um ein weiteres Absinken der Frequenz zu verhindern. Das Ausgangssignal p_R des Reglers muß positiv sein. Ist umgekehrt die Netzfrequenz f_{ist} größer als die Sollfrequenz f_{soll} , so muß die Turbinenleistung zurückgenommen werden, d. h. das Ausgangssignal des Reglers muß negativ sein.

Es muß also gelten:

$$\Delta f = \frac{f - f_0}{f_0} < 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta p_R = \frac{P - P_0}{P_0} > 0 \quad (4.38)$$

$$\Delta f = \frac{f - f_0}{f_0} > 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta p_R = \frac{P - P_0}{P_0} < 0 \quad \text{mit} \quad f = f_{ist} \quad \text{und} \quad f_0 = f_{soll}$$

Als Regler kommt zur Primärregelung ein Proportionalregler (V_R) zum Einsatz. **Bild 4.8** zeigt den Regler und seine statische Kennlinie.

Aus **Bild 4.8a** geht direkt die statische Netzkennlinie (Koordinatensystem der Abweichungen Δf und Δp_R)

$$\Delta p_R = V_R \cdot (-\Delta f) = -\Delta f \cdot V_R \quad (4.39)$$

für die normierten Größen Δf und Δp_R und

$$\Delta P_R = -(f - f_0) \cdot V_R \frac{P_0}{f_0} = -(f - f_0) \cdot K \quad (4.40)$$

für die Differenzen der physikalischen Größen hervor. K wird als *Leistungszahl* eines einzelnen Generators, eines Netzes oder Kraftwerksverbundes bezeichnet.

Man definiert eine so genannte Statik S mit:

$$S = -\frac{f - f_0}{f_0} \cdot \frac{P_0}{P - P_0} = -\frac{\Delta f}{\Delta p_R} = -\frac{1}{V_R} \quad (4.41)$$

Bild 4.8c zeigt das regelungstechnische Ersatzschaltbild der Primärregelung eines thermischen Kraftwerkes – der Einfachheit wegen sei die Turbine durch ein PT_1 -Glieder nachgebildet. Störgröße (Eingangsgröße) ist die Wirkleistungsänderung Δp_V , die Wirkung, also die Ausgangsgröße ist die Frequenzänderung Δf . Die Analyse des Regelkreises ergibt:

$$\Delta f(s) = [-\Delta f(s) \cdot V_R \cdot G_S \cdot G_T - \Delta p_V(s)] \cdot G_{Netz}$$

oder

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta p_V(s)} = -\frac{G_{Netz}}{1 + V_R \cdot G_S \cdot G_T \cdot G_{Netz}} \quad (4.42)$$

Mit den in **Bild 4.8c** eingetragenen Übertragungsfunktionen ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f(s)}{\Delta p_V(s)} &= - \frac{\frac{G_N}{1+sT_N}}{1+V_R \cdot \frac{1}{1+sT_S} \cdot \frac{1}{1+sT_T} \cdot \frac{G_N}{1+sT_N}} \\ &= - \frac{G_N(1+sT_S)(1+sT_T)}{(1+sT_S)(1+sT_T)(1+sT_N) + V_R \cdot G_N} \end{aligned} \quad (4.43)$$

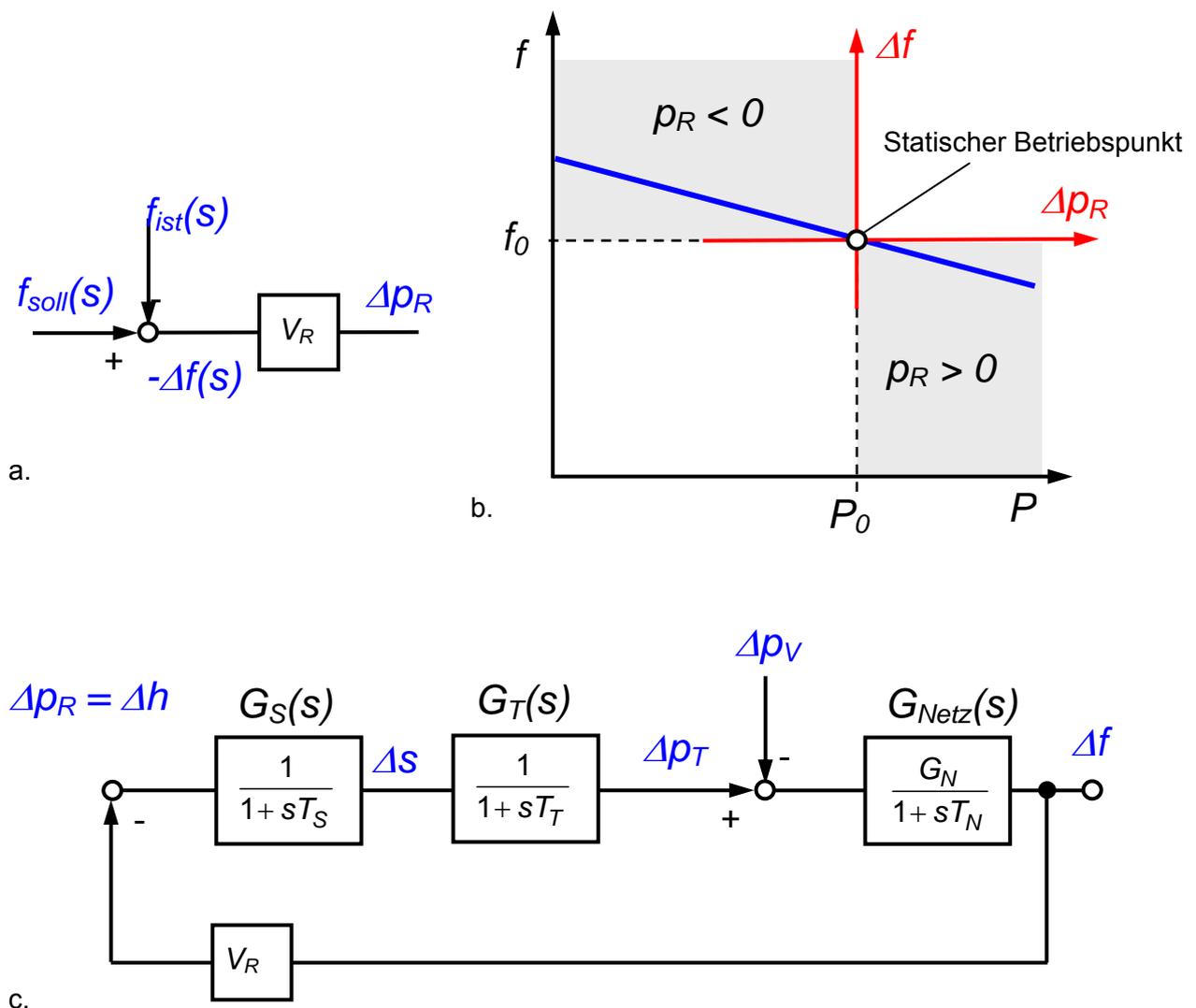


Bild 4.8 Primärregelung

- Blockschaltbild des Primärreglers
- Regelcharakteristik
- vereinfachtes Blockschaltbild eines primärregelten (Proportionalregler V_R) thermischen Kraftwerks

Nun soll die Reaktion des Systems, d. h. $\Delta f(s)$, auf eine sprungartige Laständerung

$$\Delta p_V(t) = s(t) \cdot \Delta p_{V0} \quad \text{oder} \quad \Delta p_V(s) = \frac{\Delta p_{V0}}{s} \quad (4.44)$$

d.h.

$$\Delta f(s) = - \frac{G_N (1 + sT_S)(1 + sT_T)}{(1 + sT_S)(1 + sT_T)(1 + sT_N) + V_R \cdot G_N} \cdot \frac{\Delta p_{V0}}{s} \quad (4.45)$$

analysiert werden. Für den sich stationär einstellenden Endwert der Frequenzabweichung auf eine Störgröße ergibt sich mit Hilfe des Endwertsatzes der Laplace-Transformation:

$$\begin{aligned} \Delta f(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \Delta f(s) = \lim_{s \rightarrow 0} -s \cdot \frac{G_N (1 + sT_S)(1 + sT_T)}{(1 + sT_S)(1 + sT_T)(1 + sT_N) + V_R \cdot G_N} \cdot \frac{\Delta p_{V0}}{s} \\ &= - \frac{G_N}{1 + V_R \cdot G_N} \cdot \Delta p_{V0} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Beispiel:

Für ein Netz liegen folgende Daten vor:	installierte Leistung	$P_{inst} = 2000 \text{ MW}$
	Lastfaktor	$\cos \varphi = 0,8$
	Last	$x \cdot P_{inst}$ mit $0 < x < 1$
	Trägheitskonstante	$H = 3 \text{ s}$
	Mittlere Statik	$S = 20 \% *$
	Laständerung	$\Delta p_{V0} = 1 \%$

Frequenzabhängigkeit der Last: Die Last nimmt um 1,5% zu, wenn sich die Netzfrequenz um 1% erhöht

Für die Größe D ergibt sich:

$$D = \frac{1,5\% \cdot x \cdot \cos(\varphi) \cdot S}{1\% \cdot f_0} = 1,2 \cdot \frac{x \cdot S}{f_0}$$

Die Größen des Modells ergeben sich zu

$$G_N = \frac{S}{Df_0} = \frac{S}{1,2 \cdot \frac{x \cdot S}{f_0} \cdot f_0} = \frac{1}{1,2 \cdot x} \stackrel{x=5/6}{=} 0,667$$

$$T_N = 2 \cdot \omega_0 H \frac{S}{Df_0} = 2 \cdot H \cdot G_N = 2 \cdot \omega_0 \cdot H \frac{1}{1,2 \cdot x} \stackrel{x=5/6}{=} 4 \text{ s} \cdot \omega_0 = 1256,6$$

* Typischerweise liegt die Statik im Bereich einiger %. Der deutlicheren Sichtbarkeit resultierender Frequenzabweichungen wegen soll hier ein Wert von 20% verwendet werden.

Für den Proportionalregler und die stationäre Frequenzabweichung ergibt sich

$$V_R = \frac{1}{S} = \frac{1}{0,2} = 5$$

und

$$\Delta f(\infty) = -\frac{G_N}{1+V_R \cdot G_N} \cdot \Delta p_{V0} = -\frac{0,667}{1+5 \cdot 0,667} \cdot 0,01 = -0,154 \cdot 0,01 = 1,54 \cdot 10^{-3}$$

oder

$$f - f_0 = -1,54 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \text{ Hz} = -0,077 \text{ Hz} \quad \text{d.h.} \quad f = 49,923 \text{ Hz}$$

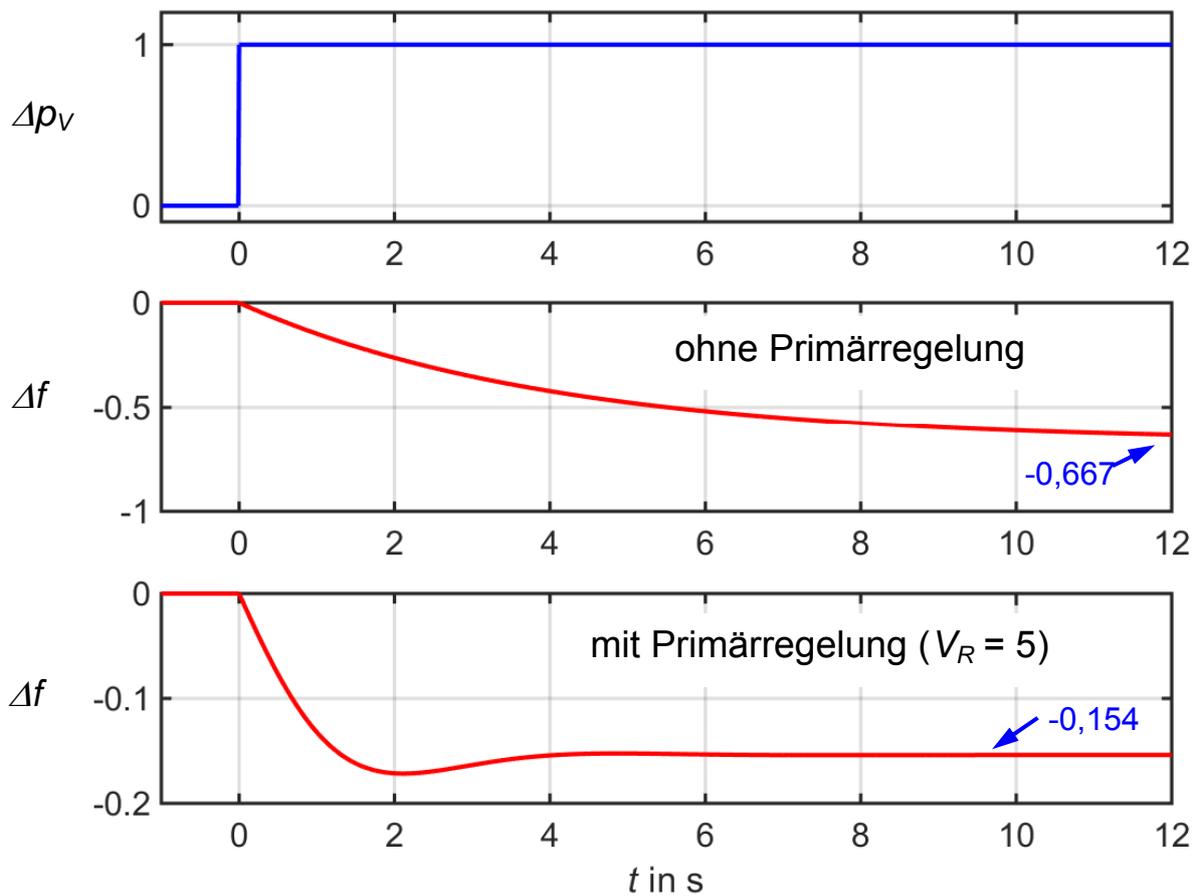


Bild 4.9 Primärregertes (Proportionalregler V_R) thermisches Kraftwerk
Sprungantwort Δf ohne Primärregelung ($V_R = 0$) und mit Primärregelung ($V_R = 5$) bei einem Sollwertsprung der Wirkleistung Δp_V (alle Größen normiert) für die Parameter $V_R = 5$, $T_S = 0,3$ s, $T_T = 0,4$ s, $T_N = 4$ s und $G_N = 0,667$

Bild 4.9b zeigt die Sprungantwort des Systems in **Bild 4.9a** für die beispielhaft angenommenen Parameter $V_R = 5$, $T_S = 0,3$ s, $T_T = 0,4$ s, $T_N = 4$ s und $G_N = 0,667$ mit und ohne Primärregelung. Ohne Primärregelung wirkt nur das PT_1 -Glied als Nachbildung des Netzes, wodurch die Frequenzabweichung Δf durch den Faktor G_N bestimmt wird. Sie fällt auch deutlich höher aus als mit der Primärregelung.

Die Primärregelung sorgt dafür, dass die Störung bis auf eine kleine Frequenzabweichung ausgeregelt wird. Die Ausregelung erfolgt abhängig von den Parametern der Regelstrecke innerhalb von wenigen Sekunden. Nachteilig der als reine Proportionalregelung ausgeführten Primärregelung ist die bleibende Regelabweichung, die hier zu einer bleibenden Frequenzabweichung führt, die in der Praxis nicht tolerierbar ist. Deshalb ist übergeordnet ein Regler mit Integralverhalten erforderlich – die so genannte Sekundärregelung.

4.3.1.2 Sekundärregelung

Die Primärregelung dient der schnellen Ausregelung von Frequenzschwankungen im Energienetz. Die bleibende Regelabweichung muß durch einen überlagerten Regler mit Integralverhalten beseitigt werden. Dies ist die Aufgabe der so genannten Sekundärregelung. Sie führt die Netzfrequenz nach einer Leistungsschwankung Δp_V auf den Sollwert der Netzfrequenz f_0 zurück, so dass keine Regelabweichung zurückbleibt.

Die Analyse des Regelkreises in **Bild 4.10a** ergibt:

$$\Delta f(s) = \left[-\Delta f(s) \cdot \left(\frac{1}{sT_I} + V_R \right) \cdot G_S \cdot G_T - \Delta p_V(s) \right] \cdot G_{\text{Netz}}$$

oder

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta p_V(s)} = - \frac{G_{\text{Netz}}}{1 + \left(\frac{1}{sT_I} + V_R \right) \cdot G_S \cdot G_T \cdot G_{\text{Netz}}} \quad (4.47)$$

Mit den in **Bild 4.10a** eingetragenen Übertragungsfunktionen ergibt sich

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta p_V(s)} = - \frac{sT_I(1+sT_S)(1+sT_T)}{1+sV_RT_I+s\frac{T_I}{G_N}(1+sT_S)(1+sT_T)(1+sT_N)} \quad (4.48)$$

$$= - \frac{s \cdot T_I + s^2 \cdot T_I(T_S + T_T) + s^3 \cdot T_I T_S T_T}{1 + s(V_R T_I + \frac{T_I}{G_N}) + s^2 \frac{T_I}{G_N}(T_S + T_T + T_N) + s^3 \frac{T_I}{G_N}(T_S T_T + T_N T_T + T_N T_S) + s^4 \frac{T_I}{G_N}(T_S T_T T_N)}$$

Der Endwertsatz der Laplace-Transformation, angewandt auf obige Gleichung, ergibt, dass keine bleibende Regelabweichung entsteht – wie das bei einem Regler mit Integralverhalten zu erwarten ist.

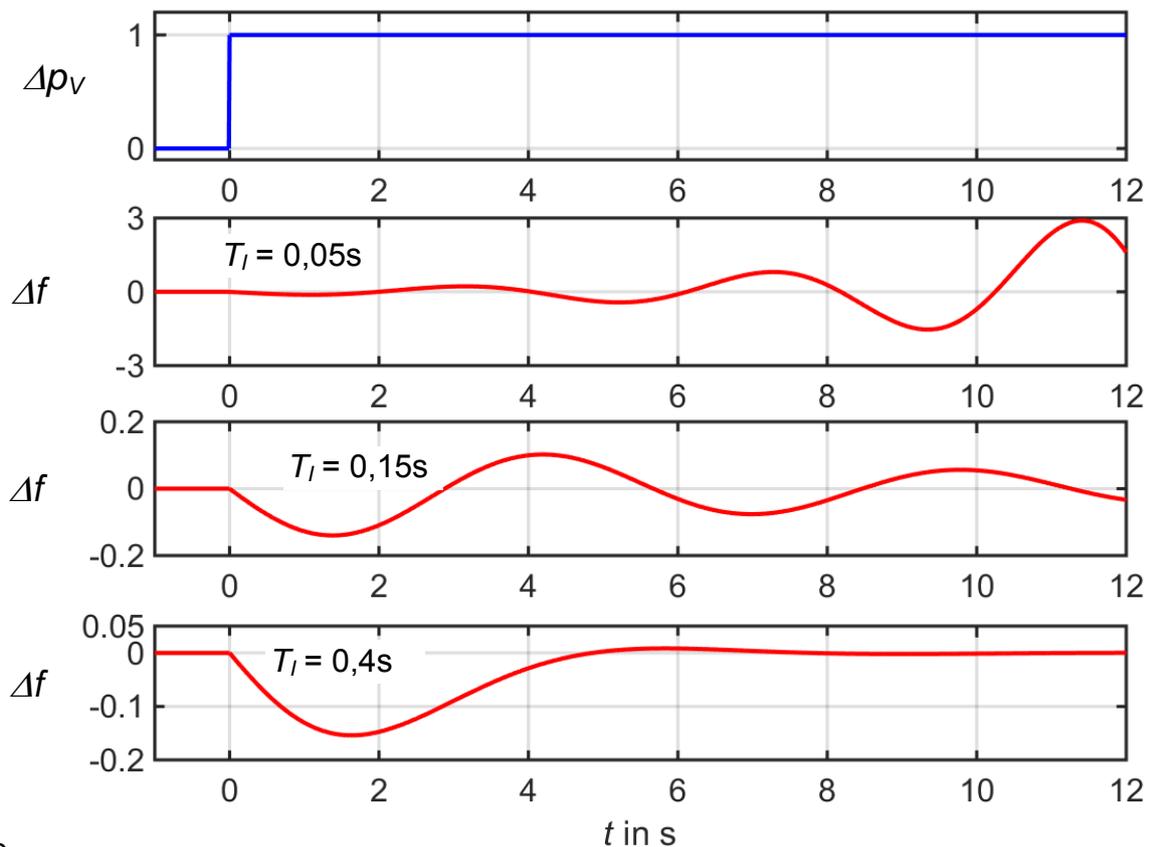
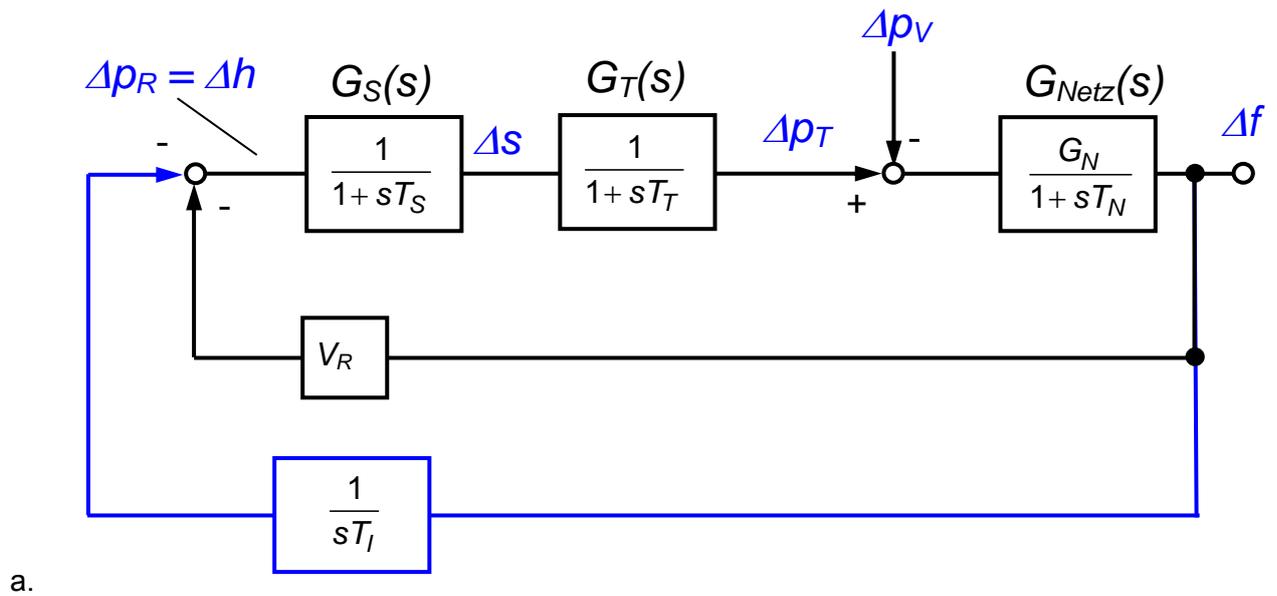


Bild 4.10 Sekundärregelung eines thermischen Kraftwerks

a. Regelungstechnisches Ersatzschaltbild

b. Sprungantwort Δf bei einem Sollwertsprung der Wirkleistung Δp_V (alle Größen normiert) für die Parameter $V_R = 5$, $T_S = 0,3$ s, $T_T = 0,4$ s, $T_N = 4$ s und $G_N = 0,667$ und verschiedenen Parametern T_I des Integralreglers

In **Bild 4.10b** sind die Sprungantworten des Systems in **Bild 4.10a** für verschiedene Parameter K_I des Integralreglers dargestellt. Das System ist für $T_I < 0,1$ s instabil, d. h. das System reagiert auf einen Sprung der Wirkleistung Δp_V mit einer anklingenden Schwingung der Frequenzabweichung Δf .

Wie aus **Bild 4.10a** ersichtlich ist, wird durch den Regler letztlich die Drehzahl der Synchrongeneratoren des Inselnetzes geregelt. Es handelt sich also um eine reine Drehzahlregelung.

4.3.2 Frequenzregelung im Verbundnetz

4.3.2.1 Regelungstechnische Modellierung einer Verbundleitung

Werden in dem vom Generator gespeisten Netz (**Bild 4.11a**) Verbraucher abgeschaltet, so ändert sich die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher der Spannungszeiger \underline{U}_1 rotiert, da sich der Rotor des Generators schneller dreht. Die Winkelgeschwindigkeit des Spannungszeigers \underline{U}_2 bleibt dagegen wegen des starren Netzes konstant. Damit ändert sich der Phasenwinkel ϑ zwischen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 (**Bild 4.11b**).

Für die übertragene Wirkleistung vom Generator zum starren Netz gilt

$$P_{12} = \frac{U_1 U_2}{X} \cdot \sin \vartheta \quad (4.49)$$

Für die Änderung des Wirkleistungsflusses vom Generator zum Netz ergibt sich daraus:

$$dP_{12} = \frac{\partial P_{12}}{\partial \vartheta} d\vartheta = \left(\frac{U_1 U_2}{X} \cdot \cos \vartheta \right) d\vartheta$$

oder

$$(4.50)$$

$$\Delta P_{12} = \left(\frac{U_1 U_2}{X} \cdot \cos \vartheta \right) \cdot \Delta \vartheta$$

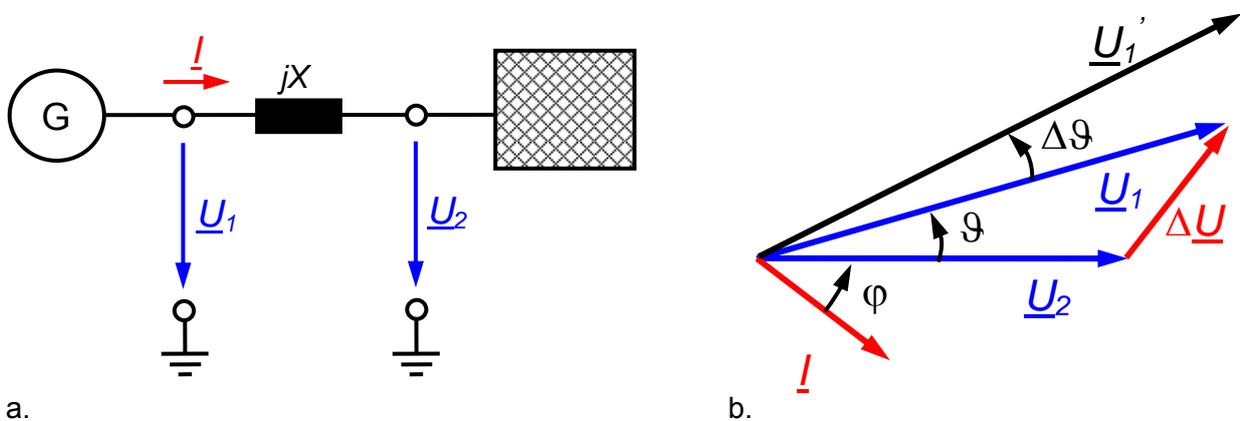


Bild 4.11 Leitung zwischen einem Generator und dem Netz
a. Prinzipschaltbild
b. zugehöriges Zeigerdiagramm

Zur Bestimmung des Phasenunterschiedes $\Delta\vartheta$ muß die Differenz zwischen der Frequenz f_0 vor der Laständerung und der Frequenz f_1 nach der Laständerung über der Zeit integriert werden. Aus

$$\frac{d}{dt^*} \vartheta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad \text{mit} \quad t^* = \omega_0 \cdot t \quad (4.51)$$

mit der normierten Zeit t^* folgt

$$\Delta\vartheta = \int_0^\infty \left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_0} \right) dt^* = \int_0^\infty \left(\frac{f_1 - f_0}{f_0} \right) dt^* = \int_0^\infty \Delta f \cdot dt^* \quad (4.52)$$

Es ist unmittelbar einzusehen, dass diese Differenz zeitlich gesehen endlich sein muß, d. h. zu einem Zeitpunkt $t = t_0 > 0$ muß $\Delta f \equiv 0$ sein, damit $\Delta\vartheta$ einen endlichen Wert annimmt.

Die Änderung der Wirkleistung wird damit

$$\Delta P_{12} = \left(\frac{U_1 U_2}{X} \cdot \cos \vartheta \right) \Big|_0 \cdot \Delta\vartheta = \left[\frac{U_1 U_2}{X} \cdot \cos \vartheta_0 \right] \cdot \int_0^\infty \Delta f \cdot dt^* \quad (4.53)$$

Im nächsten Schritt soll die Verbindung zweier Netze betrachtet werden, die allerdings als nicht völlig starr betrachtet werden sollen (**Bild 4.12a**). Die Wirkleistung, die von Netz N_1 nach Netz N_2 übertragen wird, ist gegeben durch

$$P_{12} = \frac{U_1 U_2}{X} \cdot \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (4.54)$$

daraus folgt für die Wirkleistungsdifferenz

$$\Delta P_{12} = \frac{U_1 U_2}{X} \cdot \cos(\vartheta_{10} - \vartheta_{20}) \cdot [\Delta\vartheta_1 - \Delta\vartheta_2]$$

mit

$$\Delta\vartheta_1 = \int_0^\infty \left(\frac{f_1 - f_0}{f_0} \right) \cdot dt^* = \int_0^\infty \Delta f_1 \cdot dt^* \quad (4.55)$$

$$\Delta\vartheta_2 = \int_0^\infty \left(\frac{f_2 - f_0}{f_0} \right) \cdot dt^* = \int_0^\infty \Delta f_2 \cdot dt^*$$

Darin sind:

f_0 : Frequenz der Netze N_1 und N_2 VOR der Laständerung (Index „0“)

f_1, f_2 : Frequenzen der Netze N_1 und N_2 NACH der Laständerung (Index „1“).

Die Leistungsdifferenz lässt sich damit auch wie folgt schreiben, wenn man zu normierten Größen übergeht:

$$\Delta p_{12} = \frac{U_1 U_2}{X \cdot P_0} \cdot \cos(\vartheta_{10} - \vartheta_{20}) \cdot \left[\int_0^\infty \Delta f_1 \cdot dt^* - \int_0^\infty \Delta f_2 \cdot dt^* \right] \quad (4.56)$$

hierin ist P_0 ein zunächst beliebiger Bezugswert und ϑ_{10} und ϑ_{20} sind die Leitungswinkel auf beiden Seiten der Leitung vor der Laständerung.

Auf diese Gleichung kann nun die Laplace-Transformation angewandt werden. Dies ergibt:

$$\begin{aligned} \Delta p_{12}(s) &= \frac{U_1 U_2}{X \cdot P_0} \cdot \cos(\vartheta_{10} - \vartheta_{20}) \cdot \frac{1}{s} [\Delta f_1(s) - \Delta f_2(s)] \\ &= \frac{1}{s T_{VBL}} \cdot [\Delta f_1(s) - \Delta f_2(s)] \end{aligned} \quad (4.57)$$

Kommt es zu einer Entlastung des Netzes N_1 bei unveränderter Last im Netz N_2 , so ist $\Delta f_1 > 0$ und $\Delta f_2 = 0$. Aufgrund der Entlastung des Netzes N_1 ergibt sich ein Leistungsfluß des Netzes N_1 nach N_2 , also $\Delta P_{12} > 0$. Dieses Ergebnis resultiert auch aus obiger Gleichung.

Umgekehrt führt eine Entlastung des Netzes N_2 bei unveränderter Last des Netzes N_1 zu einem Wirkleistungsfluß von N_2 nach N_1 , d. h. $\Delta P_{12} < 0$.

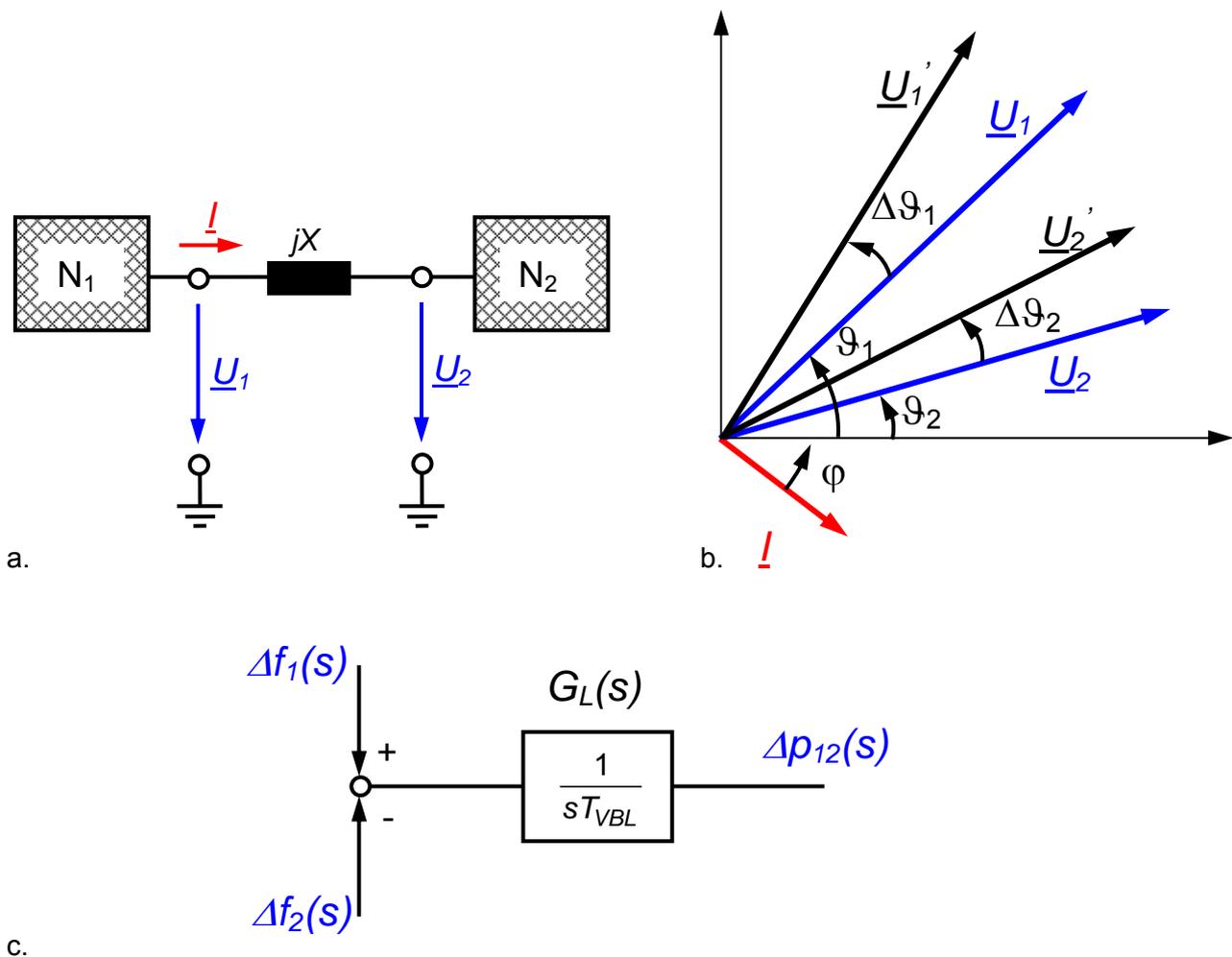


Bild 4.12 Leitung zwischen 2 Netzen N_1 und N_2
 a. Prinzipschaltbild
 b. zugehöriges Zeigerdiagramm
 c. Blockschaltbild der Leistungsübertragung von Netz N_1 zu Netz N_2 über eine Leitung

4.3.2.2 Das Verbundnetz mit Primärregelung

Bild 4.13 zeigt das regelungstechnische Ersatzschaltbild zweier primärgeregelter Netze, die über eine Leitung gekoppelt sind.

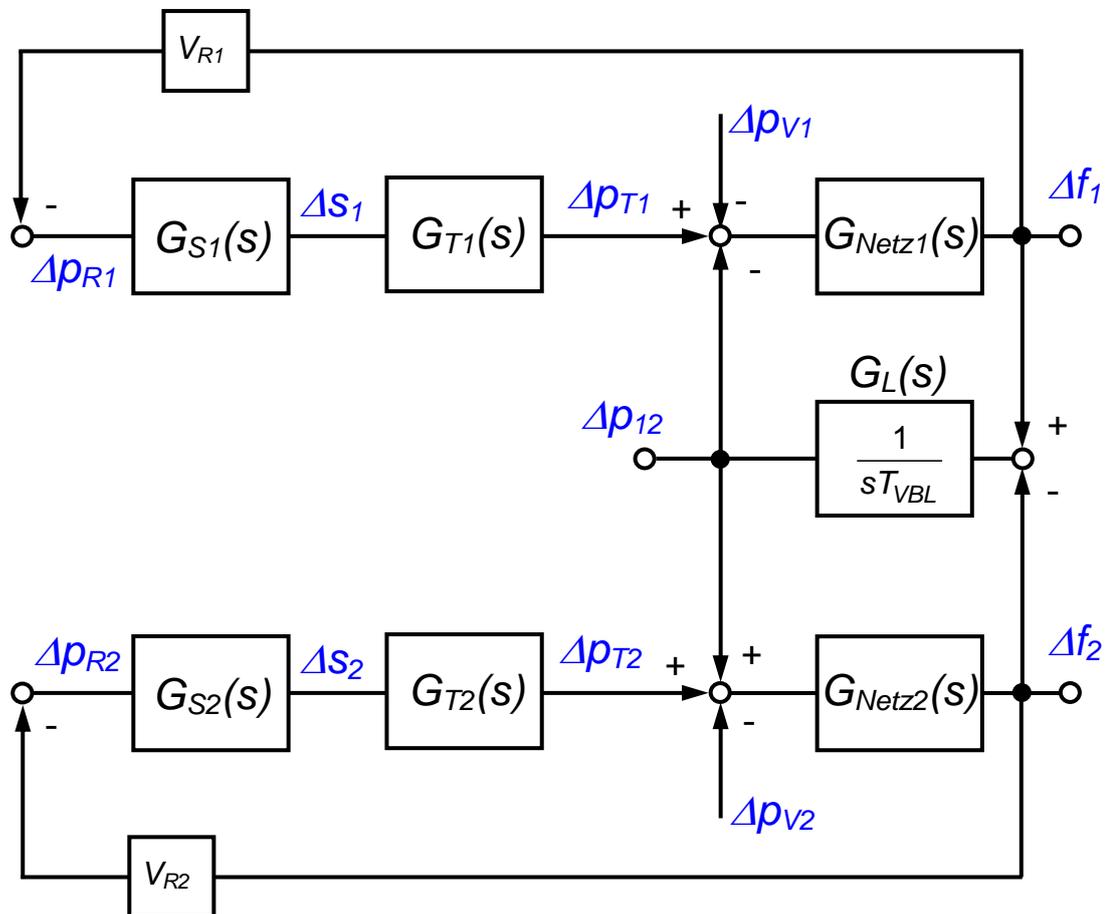


Bild 4.13 Regelungstechnisches Ersatzschaltbild zweier primärgeregelter Netze, die über eine Verbundleitung gekoppelt sind

Stationäres Verhalten

Der Einfachheit wegen sei

$$G_{S1}(s) = G_{S2}(s) = G_{T1}(s) = G_{T2}(s) = 1 \quad . \quad (4.58)$$

Dann lässt sich dem **Bild 4.13** entnehmen:

$$\Delta p_{T1} = -V_{R1} \cdot \Delta f_1 \quad \Delta p_{T2} = -V_{R2} \cdot \Delta f_2 \quad . \quad (4.59)$$

Im stationären Zustand ist Frequenz und damit die Frequenzabweichung im gesamten Verbundnetz identisch, d. h.

$$\Delta f = \Delta f_1 = \Delta f_2 \quad . \quad (4.60)$$

Dem **Bild 4.13** lässt sich damit weiter entnehmen:

$$\begin{aligned}\Delta p_{T1} &= -V_{R1} \cdot \Delta f & (\Delta p_{T1} - \Delta p_{V1} - \Delta p_{12}) \cdot K_{N1} &= \Delta f \\ \Delta p_{T2} &= -V_{R2} \cdot \Delta f & (\Delta p_{T2} - \Delta p_{V2} + \Delta p_{12}) \cdot K_{N2} &= \Delta f\end{aligned}\quad (4.61)$$

Daraus lassen sich die stationäre Frequenzabweichung Δf und die Austauschleistung Δp_{12} bestimmen:

$$\begin{aligned}\Delta f &= -\frac{\Delta p_{V1} + \Delta p_{V2}}{V_{R1} + \frac{1}{G_{N1}} + V_{R2} + \frac{1}{G_{N2}}} \\ \Delta p_{12} &= \frac{\left(V_{R1} + \frac{1}{G_{N1}}\right) \cdot \Delta p_{V2} - \left(V_{R2} + \frac{1}{G_{N2}}\right) \cdot \Delta p_{V1}}{V_{R1} + \frac{1}{G_{N1}} + V_{R2} + \frac{1}{G_{N2}}}\end{aligned}\quad (4.62)$$

Wegen der üblicherweise erfüllten Beziehungen

$$V_{R1} \gg \frac{1}{G_{N1}} \quad \text{und} \quad V_{R2} \gg \frac{1}{G_{N2}} \quad (4.63)$$

ist

$$\Delta f = -\frac{\Delta p_{V1} + \Delta p_{V2}}{V_{R1} + V_{R2}} \quad \Delta p_{12} = \frac{(V_{R1} \cdot \Delta p_{V2}) - (V_{R2} \cdot \Delta p_{V1})}{V_{R1} + V_{R2}} \quad (4.64)$$

Die Entnormierung führt auf:

$$\begin{aligned}\Delta f &= f - f_0 = -\frac{\Delta P_{V1} + \Delta P_{V2}}{K_1 + K_2} \\ \Delta P_{Tj} &= K_j \cdot \frac{\Delta P_{V1} + \Delta P_{V2}}{K_1 + K_2} \\ \Delta P_{12} &= \frac{(K_1 \cdot \Delta P_{V2}) - (K_2 \cdot \Delta P_{V1})}{K_1 + K_2} \quad \text{mit} \quad V_{R,j} \frac{P_0}{f_0} = K_j \quad j = 1, 2\end{aligned}\quad (4.65)$$

K_j wird als Leistungszahl eines einzelnen Generators, eines Netzes oder Kraftwerksverbundes bezeichnet.

Dies kann verallgemeinert werden: Es wird ein Netz mit mehreren Generatoren betrachtet oder ein Verbundnetz, das aus mehreren Teilnetzen besteht. Für die Frequenzabweichung und die Änderung der Turbinenleistung im Netz j ergeben sich im allgemeinen Fall:

$$\Delta f = -\frac{\sum_{j=1}^N \Delta P_{Vj}}{\sum_{j=1}^N K_j} \quad \Delta P_{Tj} = K_j \cdot \frac{\sum_{j=1}^N \Delta P_{Vj}}{\sum_{j=1}^N K_j} \quad (4.66)$$

Darin sind die K_j die Leistungszahlen der einzelnen Teilnetze, Δf ist die stationäre Frequenzabweichung (physikalische Größe) und ΔP_{Vj} ist die Laständerung des Teilnetzes j (Wirkleistungsänderung).

Üblicherweise sind zwischen Verbundpartnern Übergabeleistungen vereinbart. Durch die Primärregelung wird die Frequenz bis auf eine kleine Regelabweichung auf ihrem Sollwert gehalten. Die Primärregelung bewirkt außerdem, dass eine plötzliche Laständerung im Netz eines der Verbundpartner durch die (primärgeregelten) Kraftwerke in allen beteiligten Netzen schnell gedeckt wird. Durch die Addition der Leistungszahlen K_j der einzelnen Netze verringert sich die Frequenzabweichung bei einer gegebenen Leistungsschwankung der Verbraucher ΔP deutlich durch den Verbundbetrieb gegenüber dem Betrieb einzelner Inselnetze mit gleichem ΔP .

Damit ergibt sich eine Austauschleistung, die möglicherweise von Vertragsvereinbarungen abweicht. Deshalb besteht die Forderung, dass diese Austauschleistung auf den Sollwert zurückgeführt wird. Langfristig muß der Verbundpartner, in dessen Netz die Leistungsdifferenz auftritt, auch für deren Deckung durch die eigenen Kraftwerke sorgen. Diese Aufgabe erfüllt die Sekundärregelung.

Beispiel:

Ein Netzverbund bestehe aus 3 Teilnetzen N_1 , N_2 und N_3 . Im Teilnetz N_2 erhöht sich die Last um den Wert ΔP (**Bild 4.14**).

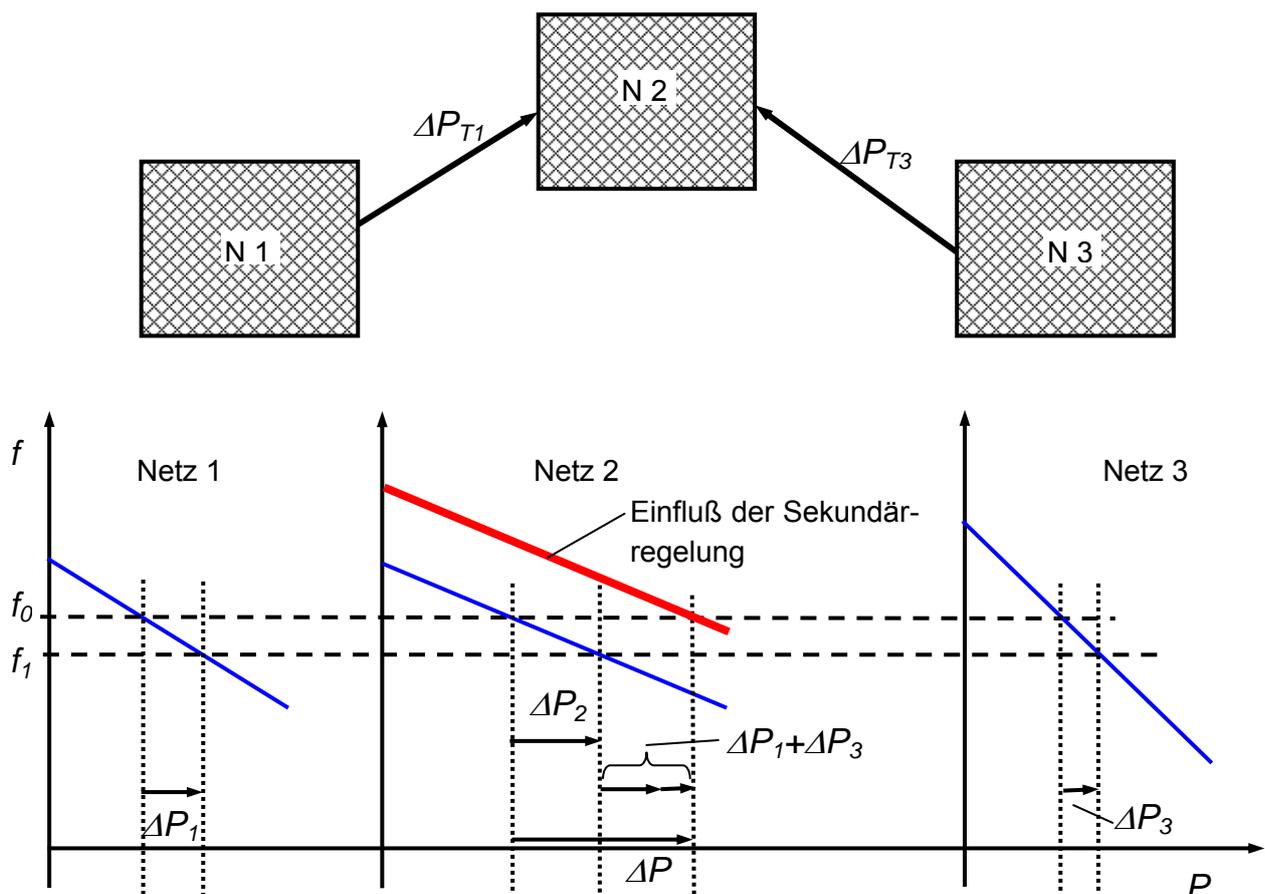


Bild 4.14 Verbundbetrieb zwischen 3 Netzen (Leistungs-Frequenz-Regelung)

Die Frequenzänderung Δf ergibt sich zu

$$\Delta f = -\frac{\Delta P}{K_1 + K_2 + K_3} \quad (4.67)$$

Die Beiträge ΔP_{T1} , ΔP_{T2} und ΔP_{T3} der einzelnen Netze zur Deckung der Laständerung in Netz N_2 lassen sich durch die folgende Beziehung bestimmen:

$$\Delta P_{Tj} = K_j \cdot \frac{\Delta P}{K_1 + K_2 + K_3} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.68)$$

Die Laständerung ΔP wird also durch alle 3 Netze aufgebracht. Die Netzfrequenz ändert sich durch die Primärregelung aber von f_0 um Δf zu f_1 , außerdem entstehen durch die Primärregelung zwischen den einzelnen Netzen zusätzliche Übergabeleistungen (ΔP_{T1} und ΔP_{T3}).

Dynamisches Verhalten

Zur Demonstration des dynamischen Verhaltens des Austauschs zwischen 2 Netzen soll das Beispiel der Primärregelung eines Inselnetzes aufgegriffen werden. Hierbei wird davon ausgegangen, dass 20% der installierten Leistung im Höchstfall über die Verbundleitung übertragen werden sollen. Weiterhin sollen die Leitungswinkel eine anfängliche Differenz $\vartheta_{10}-\vartheta_{20}$ von 20° haben. Ausgehend von Gleichung (4.57) ergibt sich für die normierte Zeitkonstante

$$T_{VBL} = \frac{S_B}{\frac{U_1 U_2}{X} \cos(\vartheta_{10} - \vartheta_{20})} = \frac{P_{inst}}{0,2 \cdot P_{inst} \cdot \cos(20^\circ) \cdot \cos \varphi} = 6,651 \quad .$$

Bild 4.15 zeigt die Sprungantworten der Turbinenleistungen Δp_{T1} und Δp_{T2} , der Frequenzabweichungen Δf_1 und Δf_2 sowie der Übertragungsleistung Δp_{12} des Systems in **Bild 4.13** unter Berücksichtigung der Zeitkonstanten T_{S1} und T_{S2} sowie T_{T1} und T_{T2} für die Stellglieder und die (aggregierten) Turbinen in den beiden Netzen als Reaktion auf einen Sollwertsprung Δp_{V1} der Last in Netz 1. Zunächst sinkt die Frequenz des Netzes 1 ab ($\Delta f_1 < 0$) und die Turbinenleistung steigt in Netz 1 zuerst an ($\Delta p_{T1} > 0$). Über die Verbundleitung wird aber auch das Netz 2 an der Leistungsanforderung beteiligt. Deshalb kommt es auch dort zu einer Frequenzabsenkung ($\Delta f_2 < 0$) und zu einem Anstieg der Turbinenleistung ($\Delta p_{T2} > 0$). Die Austauschleistung Δp_{12} , oszilliert zwar, ist aber stets negativ. Es wird also stets Leistung von Netz 2 in das Netz 1 übertragen.

Wie bereits aus der stationären Betrachtung zu erwarten war, tragen beide Netze zur Deckung der geforderten Mehrleistung Δp_{V1} im Netz 1 bei. Aufgrund der reinen Proportionalregelung verbleibt eine Regelabweichung der Frequenz und der Austauschleistung.

Die sich ergebende Leistungspendelung Δp_{12} klingt zwar ab, jedoch nur sehr langsam. Dies zeigt, dass bei Modellierung des Gesamtsystems sehr sorgfältig vorgegangen werden muss, um in der Praxis zu korrekten Ergebnissen zu kommen.

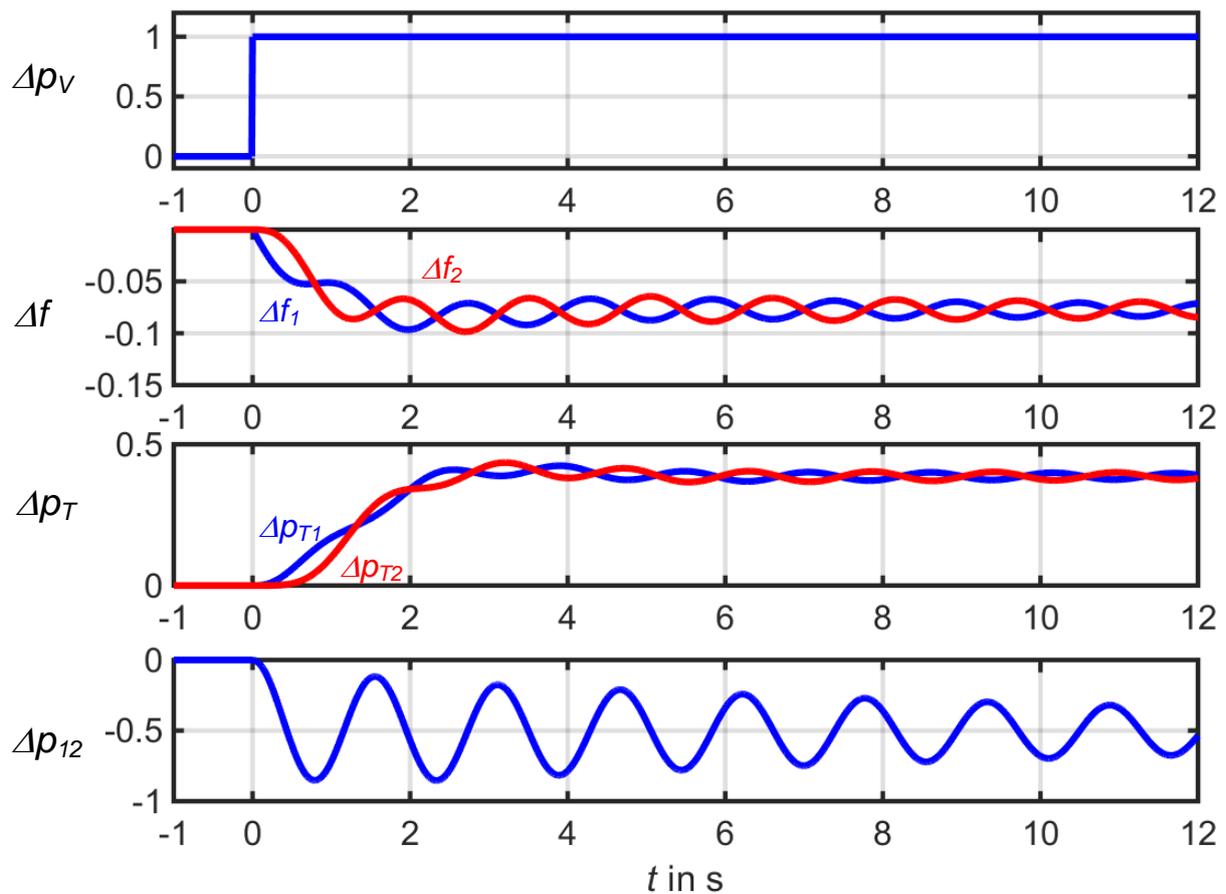


Bild 4.15 Primärregelung zweier identischer Netze, die durch eine Leitung verbunden sind
 Parameter: $V_{R1} = 5$, $T_{S1} = 0,2$ s, $T_{T1} = 0,5$ s, $T_{N1} = 5$ s, $G_{N1} = 0,7$ und $V_{R2} = 5$,
 $T_{S2} = 0,3$ s, $T_{T2} = 0,4$ s, $T_{N2} = 4$ s, $G_{N2} = 0,667$ sowie $T_{VBL} = 0,02$ s

4.3.2.3 Das Verbundnetz mit Primär- und Sekundärregelung

Aufgabe der Sekundärregelung im Verbundbetrieb ist:

- Die Beseitigung der bleibenden Regelabweichung der Frequenz.
- Die Rückführung der Austauschleistung auf ihren Sollwert (Ausgangszustand), d. h. auf den vertraglich zwischen den Verbundpartnern vereinbarten Wert.

Dazu wird ein Regler mit Integralverhalten eingesetzt. Dem Integralregler werden 2 Größen zugeführt:

- die Frequenzabweichung
- Regelabweichung der Austausch- oder Übergabeleistung

des jeweiligen Netzes (**Bild 4.16**). Die Regelabweichung der Frequenz wird mit einem frei wählbaren Parameter V_{Fi} , $i = 1,2$ gewichtet.

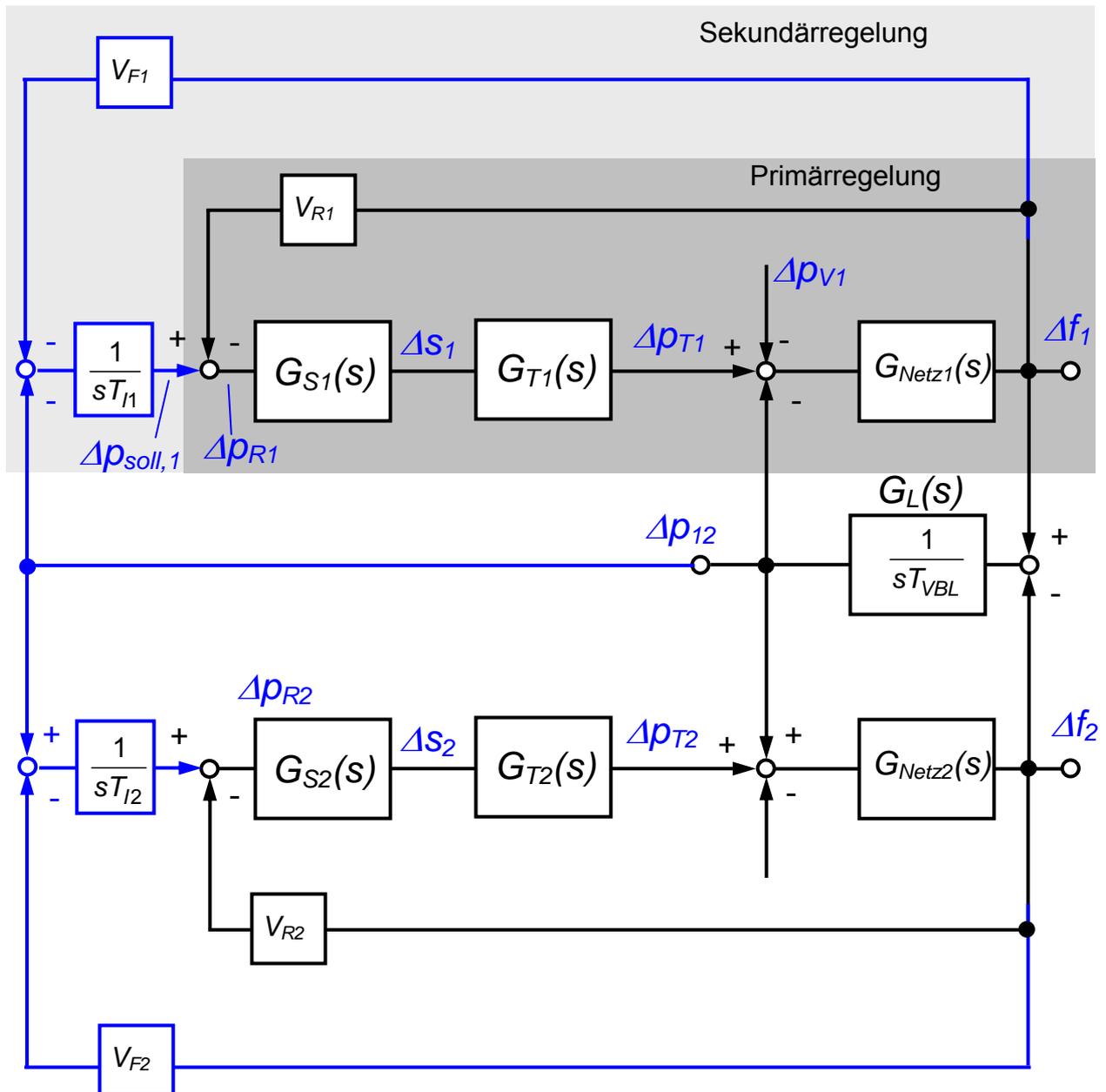


Bild 4.16 Regelungstechnisches Ersatzschaltbild zweier primär- und sekundärgeregelter Netze, die über eine Leitung gekoppelt sind

Ausgangsgröße des Sekundärreglers (auch als Netzregler bezeichnet) ist ein geänderter Sollwert ($\Delta p_{soll,1}$) für die Primärregelung. Dies entspricht der vertikalen Parallelverschiebung der f/P -Kennlinie gemäß **Bild 4.14**.

Die während der Primärregelung zunächst von allen Kraftwerken (Synchrongeneratoren) des Verbundnetzes getragene Leistungsänderung ΔP wird durch die Sekundärregelung ausschließlich auf die Regelkraftwerke verlagert. Die restlichen Maschinen gleiten auf ihren f/P -Kennlinien zu ihrem ursprünglichen Arbeitspunkt vor der Laständerung zurück.

Als Regelkraftwerke kommen vor allem Speicher- und Pumpspeicherkraftwerke sowie moderne Dampfkraftwerke zum Einsatz. Der Primärregler befindet sich bei dem jeweiligen Generator. Er wird daher auch als Maschinenregler bezeichnet. Jeder Generator verfügt also über seinen eigenen Primärregler. Der Sekundärregler (Netz- oder Frequenzregler) befindet sich meist nicht in einem Kraftwerk sondern in einer zentralen Lastverteilung und gibt von dort den an der Sekundärregelung beteiligten Kraftwerken neue Sollwerte ($\Delta p_{soll,1}$ in **Bild 4.16**) vor.

Im stationären Zustand muß das Signal am Eingang der Integralregler $\equiv 0$ sein. Es ist daher:

$$\begin{aligned} -\Delta P_{12,stat} - V_{F1} \cdot \Delta f_{stat} &= 0 \\ \Delta P_{12,stat} - V_{F2} \cdot \Delta f_{stat} &= 0 \end{aligned} \quad (4.69)$$

Daraus folgt durch Addition der beiden Gleichungen

$$-(V_{F1} + V_{F2}) \cdot \Delta f_{stat} = 0 \quad (4.70)$$

Diese Gleichung ist bei $V_{F1} \neq 0$ und $V_{F2} \neq 0$ nur erfüllbar, wenn $\Delta f \equiv 0$ ist. Mit den obigen Gleichungen muß dann auch $\Delta P_{12,stat} = 0$ sein. Es gibt daher keine bleibende Regelabweichung für die Frequenz und die Übergabeleistung.

In **Bild 4.17** sind die Sprungantworten der Turbinenleistungen Δp_{T1} und Δp_{T2} , der Frequenzabweichungen Δf_1 und Δf_2 sowie der Übertragungsleistungen Δp_{12} unter Berücksichtigung der Zeitkonstanten T_S und T_T für das Stellglied und die Turbine dargestellt.

Bei Wahl geeigneter Reglerparameter V_{R1} , V_{R2} , V_{F1} , V_{F2} sowie T_{11} und T_{12} erreicht man stabile Verhältnisse. Als unmittelbare Reaktion auf die Lasterhöhung Δp_{V1} sinkt die Frequenz des Netzes 1 ab ($\Delta f_1 < 0$). Netz 2 unterstützt das Netz 1 indem die Austauschleistung zu Beginn des Ausgleichsvorgangs negativ wird, d. h. $\Delta p_{12} < 0$. Dies bedeutet, dass im ersten Augenblick Leistung von Netz 2 nach Netz 1 übertragen wird. Als Reaktion darauf sinkt die Frequenz in Netz 2 ebenfalls ab ($\Delta f_2 < 0$).

In der Folge ergibt sich ein Schwingungsvorgang, d. h. Leistung wird auch wieder vom Netz 1 ins Netz 2 übertragen – trotz des Lastsprungs in Netz 1. Im stationären Zustand geht die Abweichung der Turbinenleistung im Netz 2 wieder auf Null zurück ($\Delta p_{T2} < 0$); gleiches gilt für die Änderung der Austauschleistung, d. h. stationär ist $\Delta p_{12} = 0$. Die Laständerung wird durch eine Erhöhung der Turbinenleistung nur des Netzes 1 bereitgestellt; stationär ist $\Delta p_{T1} = \Delta p_{V1}$. Die Frequenzabweichungen der beiden Netze gehen nach einem Einschwingvorgang in einen stationären Endwert identisch $\equiv 0$ über. Das System reagiert also auf die Störgröße „Lasterhöhung“ stationär ausschließlich mit einem Anstieg der Turbinenleistung im Netz 1. Sowohl die Austauschleistung als auch die Mehrleistung der Turbinen im Netz 2 gehen nach einem Einschwingvorgang stationär auf den Wert Null zurück.

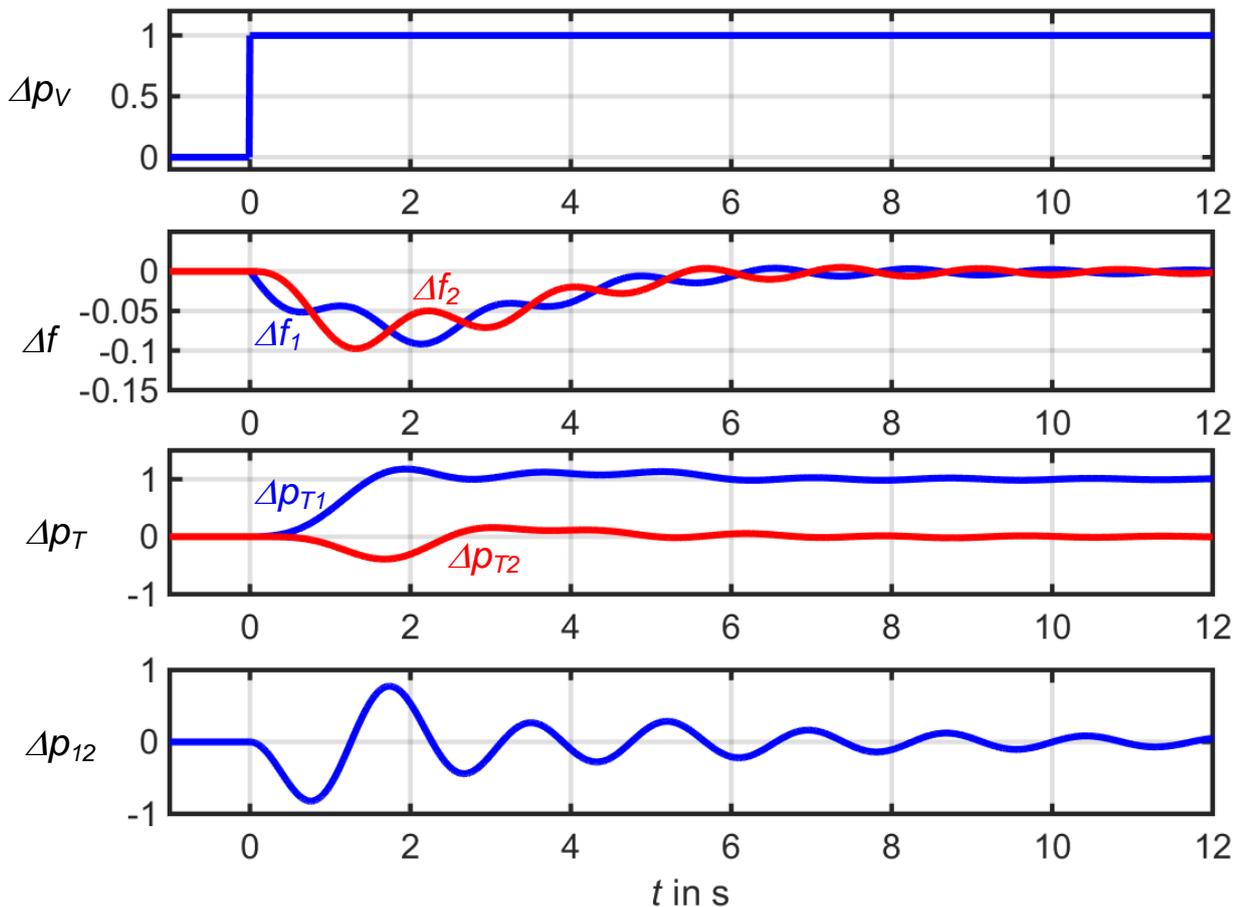


Bild 4.17 Primär- und Sekundärregelung zweier identischer Netze, die durch eine Leitung verbunden sind;

Systemparameter: $T_{S1} = 0,2 \text{ s}$, $T_{T1} = 0,5 \text{ s}$, $T_{N1} = 5 \text{ s}$, $G_{N1} = 0,7$ und $T_{S2} = 0,3 \text{ s}$,
 $T_{T2} = 0,4 \text{ s}$, $T_{N2} = 4 \text{ s}$, $G_{N2} = 0,667$ sowie $T_{VBL} = 0,02 \text{ s}$

Reglerparameter: $V_{R1} = 5$, $V_{R2} = 5$, $V_{F1} = 1$, $V_{F2} = 1$, $T_{I1} = 0,5 \text{ s}$, $T_{I2} = 0,5 \text{ s}$

4.3.2.4 Tertiärregelung

Tertiärregelung bezeichnet die Verschiebung der Arbeitspunkte der Kraftwerke (Maschinen), die an der Sekundärregelung beteiligt sind. Dazu gibt es die folgenden Möglichkeiten:

- Zuschalten von stillstehenden Kraftwerkseinheiten oder Abschalten von Lasten
- Leistungsumverteilung der an der Sekundärregelung beteiligten Kraftwerke
- Veränderung der Austauschleistung zwischen den Regelgebieten

Hauptziel der Tertiärregelung ist die wirtschaftlich optimale Aufteilung der Sekundärregelleistung auf die einzelnen Kraftwerke.

4.3.2.5 Frequenzregelung im ENTSO-E-Verbundnetz

Sinn von Verbundnetzen wie dem europäischen Verbundnetz ENTSO-E (European Network of Transmission System Operators for Electricity) ist die bestmögliche Nutzung der vorhandenen Anlagen. Die wesentlichen Ziele sind:

- gegenseitiger Austausch von Leistung
- Stützung der Netzfrequenz durch Nutzung aller vorhandenen primärgeregelten Kraftwerke, d. h. gemeinsame Nutzung der Kraftwerksreserve

Tritt in einer Regelzone eine (sprungartige) Lasterhöhung auf, so tragen alle primärgeregelten Kraftwerke des Verbundnetzes zur Frequenzhaltung bei. Innerhalb einer vorgegebenen Zeit müssen allerdings die Kraftwerke in der betreffenden Regelzone die geforderte Mehrleistung aufbringen. Dies besorgt die Sekundärregelung durch Vorgabe eines neuen Sollwertes für die Leistung in der betreffenden Regelzone. Damit stellt sich stationär in der betreffenden Regelzone eine Mehrleistung der sekundärgeregelten Kraftwerke ein.

Im ENTSO-Netz werden 3 Betriebszustände unterschieden:

$ \Delta f \leq 50 \text{ mHz}$	normaler Betriebszustand
$50 \text{ mHz} \leq \Delta f \leq 150 \text{ mHz}$	gestörter Betrieb, jedoch keine größeren Risiken, falls die Regeleinrichtungen ordnungsgemäß eingreifen können
$ \Delta f \geq 150 \text{ mHz}$	umfangreiche Betriebsstörung, die zu einer erheblichen Gefährdung des Verbundbetriebs führen kann

Eine Augenblicksfrequenz von 49,2 Hz darf nicht unterschritten werden.

Die Genauigkeit der Frequenzmessung beträgt $\leq 10 \text{ mHz}$ für die Primärregelung und $\leq 1 \dots 1,5 \text{ mHz}$ für die Sekundärregelung.

Primärregelung:

Die von der Primärregelung im ENTSO-E-Netz auszugleichende maximale Wirkleistungsabweichung beträgt 3000 MW. Jede Regelzone trägt zur Primärregelung entsprechend ihrer Beteiligungsquote

$$C_i = \frac{E_i}{E_{ges}} \quad i: \text{Zählindex der Regelzonen} \quad (4.71)$$

mit E_i : Energie, die in der Zone i jährlich erzeugt wird

und E_{ges} : Energie, die in allen Regelzonen des Synchrongebietes jährlich erzeugt wird

Bild 4.18a zeigt die Mindestaktivierungszeit der Primärregelreserve für verschiedene Leistungsabweichungen ΔP . So muß die Primärregelreserve in jeder Regelzone entsprechend dem Beteiligungskoeffizienten C_i bei einer Abweichung von $\Delta P = 1500 \text{ MW}$ innerhalb von 15 s vollständig und im Zeitraum davor linear aktiviert werden.

Sekundärregelung:

Die Sekundärregelung muß nach spätestens 30 s nach Auftreten der Störung eingreifen. Nach spätestens 15 min muß die Sekundärregelung ihre volle Wirkung erreicht haben. Höchstens 15min nach Eintritt der Störung (Laständerung) muß die Netzfrequenz also ihren Sollwert wieder erreicht haben (**Bild 4.18b**).

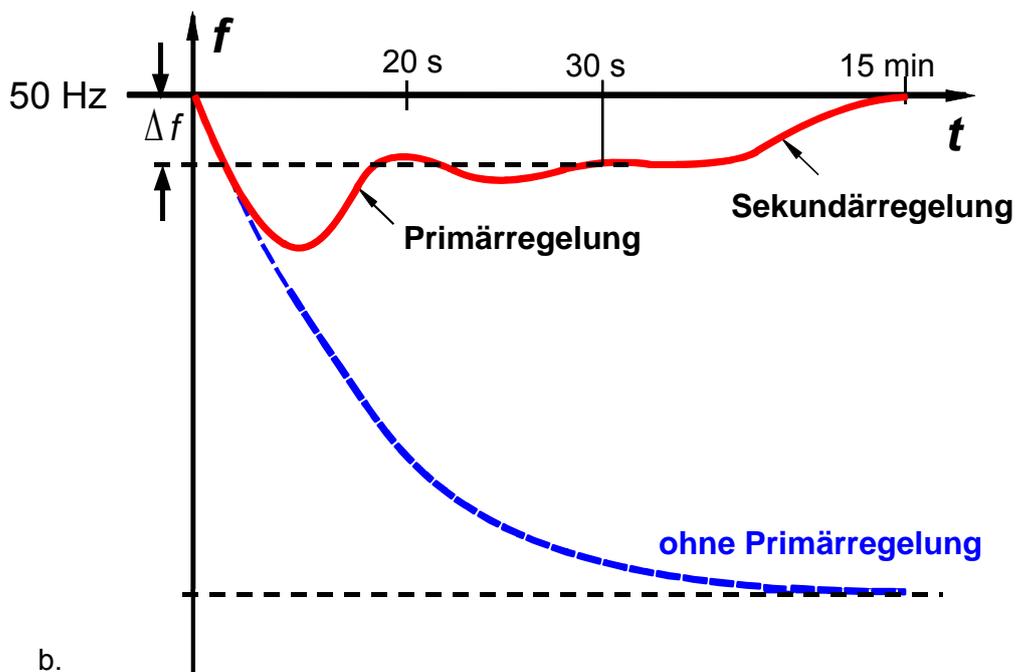
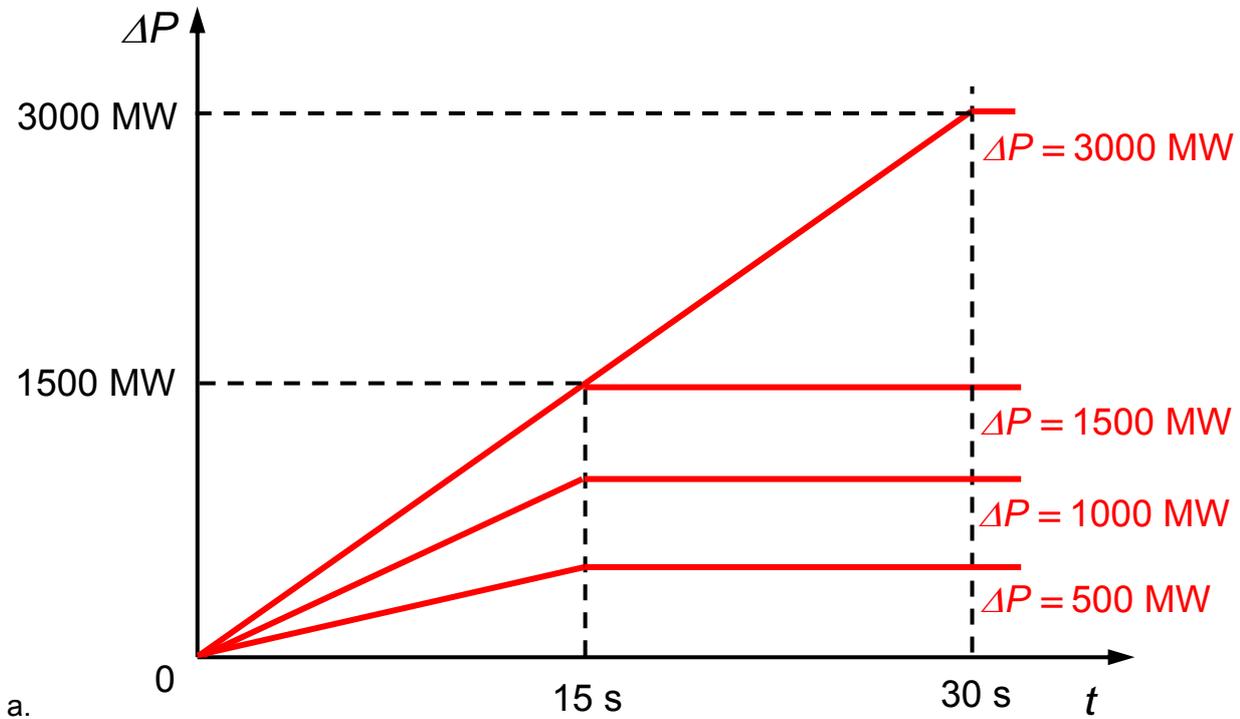


Bild 4.18 a. Mindestaktivierungszeit der Primärregelreserve in Abhängigkeit des Ungleichgewichts ΔP zwischen Erzeugung und Verbrauch
 b. Zeitliche Charakteristik der Frequenzregelung im ENTSO-E-Netz

4.4 Spannungsregelung

Die Knotenspannungen eines Netzes und der Blindleistungsfluß sind sehr eng gekoppelt. Demgemäß gibt es eine Reihe von Möglichkeiten, die Knotenspannungen in einem elektrischen Netz zu beeinflussen:

1. *Synchrongeneratoren mit variabler Erregung*
2. *Transformatoren mit variablem Übersetzungsverhältnis*
Durch Transformatoren mit variablem Übersetzungsverhältnis \ddot{u} , das unter Last einstellbar ist, kann die Spannung direkt beeinflusst werden. Nahezu alle Netzkuppeltransformatoren mit Leistungen ab dem MVA-Bereich sind mit Stufenschaltern ausgestattet, die unter Last schaltbar sind.
3. *FACTS-Betriebsmittel*
Durch FACTS-Betriebsmittel kann der Blindleistungsfluss gezielt verändert werden. Dies beinhaltet auch Systeme zur Blindleistungskompensation (Reihen- oder Parallelkompensation).

Die Polradspannung U_P (Effektivwert) eines Synchrongenerators hängt von den Geometriedaten der Maschine (L_{Rf}) und vom Erregerstrom I_e ab:

$$U_P = \frac{\omega_0 L_{Rf} \cdot I_e}{\sqrt{2}} \quad \text{mit} \quad u_P(t) = \sqrt{2} U_P \cdot \sin(\omega t) \quad .$$

Über eine geeignete Beeinflussung des Erregerstromes kann die Polradspannung und damit auch die Klemmenspannung des Synchrongenerators auf einem gewünschten Wert gehalten werden.

In **Bild 4.19a** ist das System zur Spannungsregelung von Synchrongeneratoren dargestellt. Die Differenz zwischen Soll- und Istwert der Generatorspannung werden einem Regler, z. B. einem P- oder PI-Regler zugeführt. Der Regler steuert den Erregerstromrichter an. Dieser speist die Erregerwicklung der Erregermaschine, die mit innen liegender Drehstromwicklung ausgeführt ist. Diese Drehstromwicklung speist über einen Gleichrichter die Rotorwicklung des Generators. Rotorwicklung des Generators, Gleichrichter und Drehstromwicklung der Erregermaschine sind rotierende Komponenten.

Stromrichter

Der Stromrichter reagiert wie nahezu jedes technische System mit einer bestimmten – wenn auch kleinen – zeitlichen Verzögerung. Man kann den Stromrichter daher durch ein PT_1 -Glied mit einer Zeitkonstanten $T_S = 0,01 \dots 0,1$ s nachbilden. Es gilt weiter:

$$U_e = K \cdot E \quad \text{stationär:} \quad U_{e,0} = K \cdot E_0 \quad (4.72)$$

und damit

$$U_e - U_{e,0} = K \cdot (E - E_0) \quad . \quad (4.73)$$

Die Normierung führt auf

$$\frac{U_e - U_{e,0}}{U_{e,0}} = \frac{K \cdot E_0}{U_{e,0}} \cdot \left(\frac{E - E_0}{E_0} \right) = \frac{E - E_0}{E_0} \quad . \quad (4.74)$$

Damit folgt insgesamt unter Berücksichtigung der Zeitkonstanten T_S

$$\frac{\Delta u_e(s)}{\Delta e(s)} = \frac{1}{1 + sT_S} \quad (4.75)$$

Erregerkreis

Durch den Erregerstromrichter wird über den Steuerwinkel eine Spannung an die Erregerwicklung der Erregermaschine angelegt. Für den Erregerkreis bestehend aus dem ohmschen Widerstand R_e und der Induktivität L_e der Wicklung gilt:

$$U_e = R_e I_e + L_e \frac{dI_e}{dt} \quad (4.76)$$

Mit der stationär geltenden Gleichung

$$U_{e,0} = R_e \cdot I_{e,0} \quad (4.77)$$

kommt man auf

$$\begin{aligned} \frac{U_e - U_{e,0}}{U_{e,0}} &= \frac{R_e I_e - R_e I_{e,0}}{U_{e,0}} + \frac{L_e}{U_{e,0}} \frac{dI_e}{dt} \\ &= \frac{R_e I_{e,0}}{U_{e,0}} \left(\frac{I_e - I_{e,0}}{I_{e,0}} \right) + \frac{L_e I_{e,0}}{U_{e,0}} \frac{d}{dt} \left(\frac{I_e - I_{e,0}}{I_{e,0}} \right) \end{aligned} \quad (4.78)$$

woraus sich schließlich

$$\Delta u_e = \Delta i_e + \frac{L_e}{R_e} \frac{d}{dt} \Delta i_e \quad (4.79)$$

oder

$$\frac{\Delta i_e(s)}{\Delta u_e(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{L_e}{R_e}} = \frac{1}{1 + sT_e} \quad \text{mit} \quad T_e = \frac{L_e}{R_e} \quad (4.80)$$

ergibt.

Erregermaschine

Bei der Erregermaschine handelt es sich um einen Synchrongenerator. Die Amplitude seiner Klemmenspannung und damit auch die Ausgangsspannung U_e des nachgeschalteten Gleichrichters sind proportional zum Erregerstrom I_e :

$$U_f = K \cdot I_e \quad U_{f,0} = K \cdot I_{e,0} \quad (4.81)$$

und damit

$$\frac{U_f - U_{f,0}}{U_{f,0}} = \frac{K \cdot I_e - K \cdot I_{e,0}}{U_{f,0}} = \frac{K \cdot I_{e,0}}{U_{f,0}} \left(\frac{I_e - I_{e,0}}{I_{e,0}} \right) = \left(\frac{I_e - I_{e,0}}{I_{e,0}} \right) \quad (4.82)$$

oder

$$\Delta u_f = \Delta i_e \quad (4.83)$$

Erregerkreis des Synchrongenerators

Für die Rotorwicklung des Synchrongenerators gilt analog zur Erregermaschine:

$$\frac{\Delta i_f(s)}{\Delta u_f(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{L_f}{R_f}} = \frac{1}{1 + s T_f} \quad \text{mit} \quad T_f = \frac{L_f}{R_f} \quad , \quad (4.84)$$

wobei L_f und R_f die Eigeninduktivität und der ohmsche Widerstand der Rotorwicklung des Synchrongenerators sind.

Synchrongenerator

Weiterhin gilt für die Polradspannung des Synchrongenerators analog zur Klemmenspannung der Erregermaschine:

$$\Delta u_P = \Delta i_f \quad . \quad (4.85)$$

Der Spannungsabfall an der synchronen Reaktanz der Maschine werde vernachlässigt. Daraus folgt direkt

$$\Delta u_P = \Delta u_1 = \Delta i_f \quad . \quad (4.86)$$

Die in Reihe geschalteten Übertragungsglieder können zur Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(1 + s T_S) \cdot (1 + s T_e) \cdot (1 + s T_f)} \quad (4.87)$$

zusammengefasst werden (**Bild 4.19c**).

Typische Werte für die Zeitkonstanten sind beispielsweise: $T_S = 5$ ms, $T_e = 1$ s und $T_f = 6$ s.

Bild 4.20 zeigt die Sprungantwort des Systems mit den genannten Zeitkonstanten und einem PI-Regler mit

$$R(s) = \frac{1 + s T_1}{s T_2} \quad (4.88)$$

und $T_1 = 20$ s und $T_2 = 1$ s.

Damit ergibt sich insgesamt das in **Bild 4.19b** dargestellte regelungstechnische Ersatzschaltbild der Spannungsregelung eines Synchrongenerators.

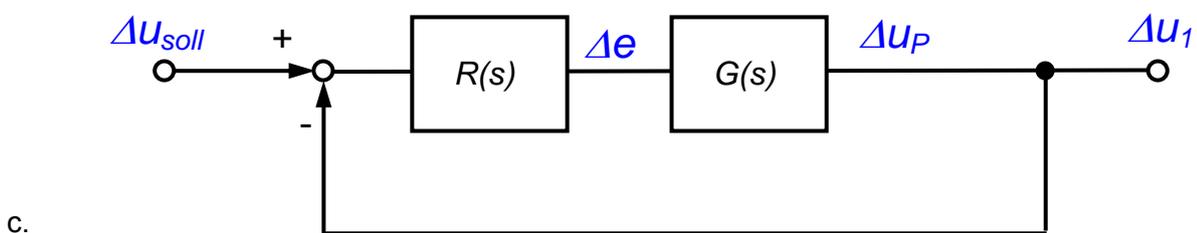
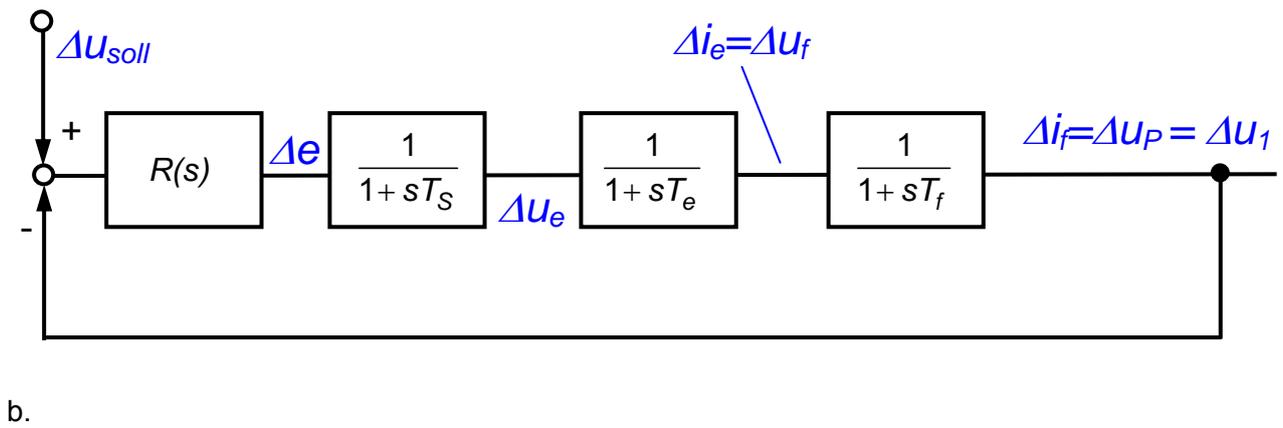
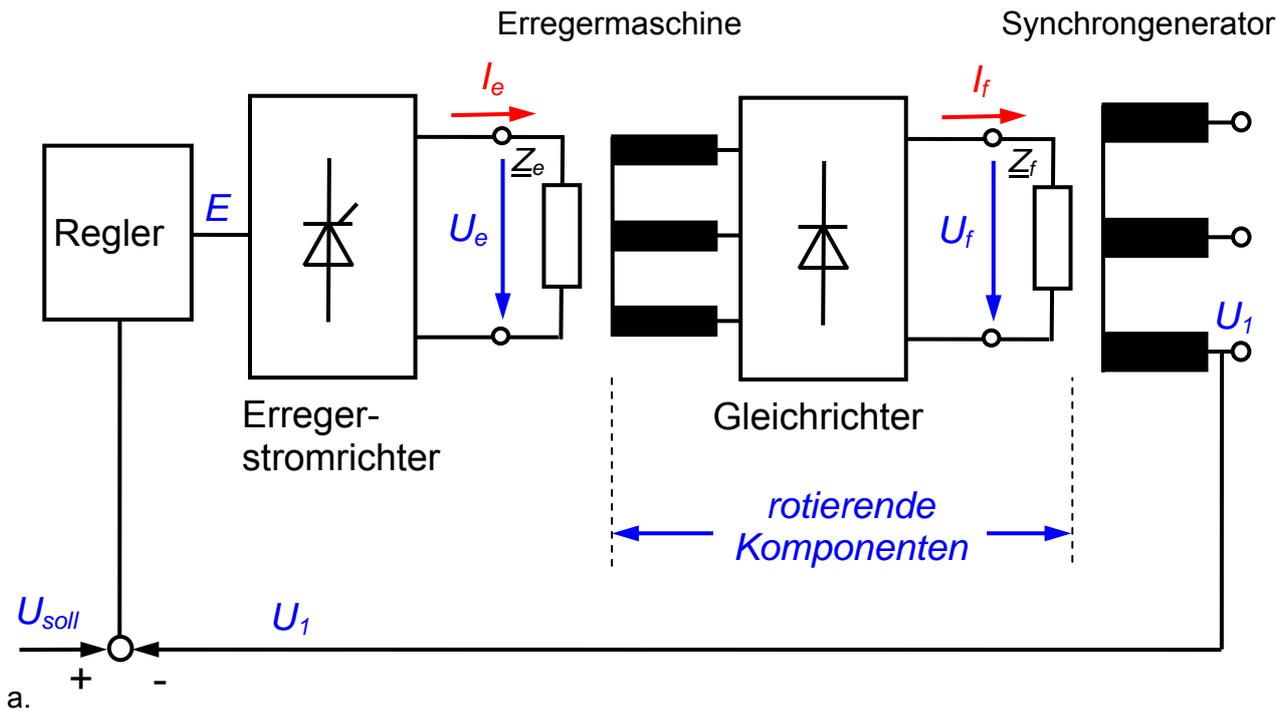


Bild 4.19 Spannungsregelung eines Kraftwerksgenerators
 a. Aufbau und Komponenten des Systems
 b. Regelungstechnisches Ersatzschaltbild
 c. vereinfachtes regelungstechnisches Ersatzschaltbild

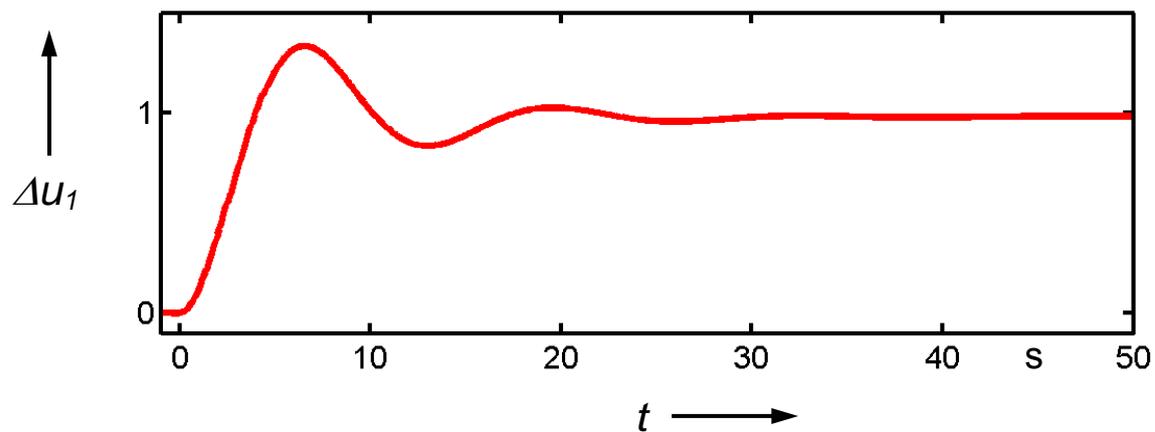


Bild 4.20 Sprungantwort der Spannungsregelung gemäß **Bild 4.19** mit den Parametern $T_S = 5$ ms, $T_e = 1$ s und $T_f = 6$ s sowie $T_1 = 20$ s und $T_2 = 1$ s

5 Literatur

- [1] A. J. Schwab
"Elektroenergiesysteme", 1. Auflage
Springer Verlag, 2006, ISBN 3-540-29664-6
- [2] D. Oeding, B. R. Oswald
"Elektrische Kraftwerke und Netze", 6. Auflage
Springer Verlag, 2004, ISBN 3-540-00863-2
- [3] E. Spring
"Elektrische Energienetze"
VDE Verlag GmbH, 2003, ISBN 3-8007-2523-1
- [4] R. Flosdorff, Günther Hilgarth
"Elektrische Energieverteilung", 8. Auflage
B.G. Teubner Verlag, 2003, ISBN 3-519-26424-2
- [5] P. Kundur
"Power System Stability and Control"
McGraw-Hill Inc., 1994, ISBN 0-07-035958-X
- [6] N. G. Hingorani, L. I. Gyugyi
"Understanding FACTS"
Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2000, ISBN 0-7803-3455-8
- [7] K. Küpfmüller, W. Mathis, A. Reibiger
"Theoretische Elektrotechnik", 17. Auflage
Springer Verlag, 2006, ISBN 3-540-29290-X
- [8] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig
"Taschenbuch der Mathematik", 5. Auflage
Verlag Harry Deutsch, 2001, ISBN 3-8171-2015-X
- [9] L. Papula
"Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 1-3", 4. Auflage
Verlag Vieweg, 2001, ISBN 3-528-34937-9
- [10] L. Papula
"Mathematische Formelsammlung", 9. Auflage
Verlag Vieweg, 2006, ISBN 3-8348-0156-9

Anhang:

6 Dynamisches Modell von Synchrongeneratoren

6.1 Elektrisches Modell

6.1.1 Magnetische Flüsse in Stator-, Dämpfer- und Erregerwicklungen

Der Einfachheit wegen betrachtet man zur Herleitung der mathematischen Beschreibung eines beliebigen Synchrongenerators eine 2-polige Maschine ($p = 1$). Bei mehrpoligen Maschinen mit einer Polpaarzahl $p \geq 2$ führt eine Umdrehung des Läufers, d. h. ein Winkelbereich für den mechanischen Drehwinkel θ_m von $0 \leq \theta_m \leq 2\pi$ zu einem sinusförmigen Magnetfeld mit der Periode $2 \cdot 2\pi$ für $p = 2$ (**Bild 6.1**) oder allgemein zu der Periode $p \cdot 2\pi$. Daraus lässt sich der folgende Zusammenhang zwischen dem mechanischen Drehwinkel θ_m und dem elektrischen Drehwinkel θ_{el} des Läufers ableiten:

$$\theta_{el} = p \cdot \theta_m \quad . \quad (6.1)$$

Für die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω und die elektrische Winkelgeschwindigkeit ω_r des Läufers erhält man daraus

$$\frac{d\theta_{el}}{dt} = \omega_r = p \cdot \frac{d\theta_m}{dt} = p \cdot \Omega \quad . \quad (6.2)$$

Der besseren Unterscheidung von normierten Größen wegen werden für die zeitabhängigen physikalischen Ströme Großbuchstaben ($I = I(t)$) verwendet.

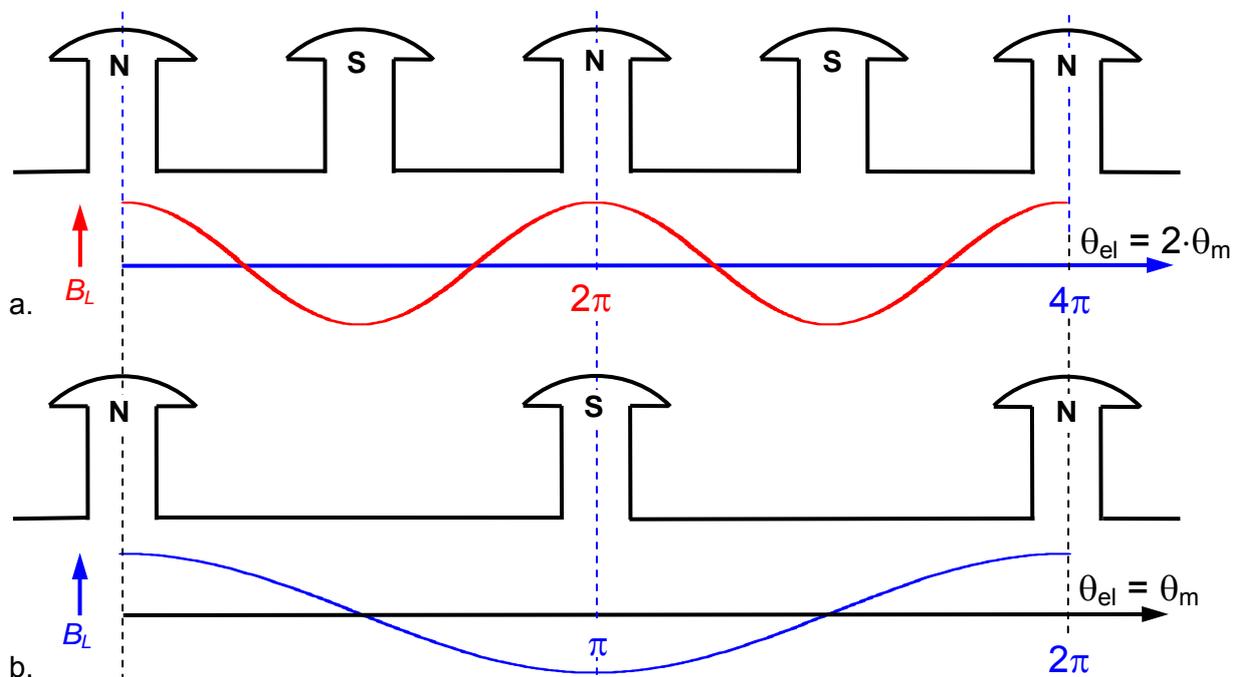


Bild 6.1 Magnetfeld B_L im Luftspalt als Funktion des elektrischen Drehwinkels θ_{el} und des mechanischen Drehwinkels θ_m des Läufers einer
a. 4-poligen Maschine ($p = 2$)
b. 2-poligen Maschine ($p = 1$)

Zunächst wird die feststehende Statorwicklung betrachtet. Da die Wicklungen der einzelnen Phasen räumlich um denselben Winkel von 120° versetzt angeordnet sind (**Bild 6.2a**), genügt die Betrachtung der Phase R. In ihr fließt ein Strom i_R in der in **Bild 6.2b** gezeigten Richtung. In den Statorwicklungen der anderen Phasen S und T fließen die Ströme i_S und i_T .

Auf dem Läufer befindet sich die Erregerwicklung sowie die kurzgeschlossene Dämpferwicklung. Zur dynamischen Modellierung der Dämpferwicklung legt man in den Läufer ein Achsenkreuz und teilt die Dämpferwicklung in 2 getrennte und kurzgeschlossene Wicklungen auf. Die so genannte d-Achse (*engl.: direct axis*) ist identisch mit der Längsachse der Erregerwicklung, senkrecht dazu steht die q-Achse (*engl.: quadrature axis*), **Bild 6.2b**.

Üblicherweise werden Schenkelpolmaschinen mit einer Dämpferwicklung in der d-Achse und einer Dämpferwicklung in der q-Achse modelliert, während man bei Turbogeneratoren in der q-Achse 2 Dämpferwicklungen ansetzt und die d-Achse mit einer Dämpferwicklung modelliert. Zur Ableitung der typischen Modellstruktur werden daher 2 Dämpferwicklungen in der q-Achse und eine Dämpferwicklung in der d-Achse angesetzt.

Der Spulenfluß Ψ_R in Richtung der Statorbezugsachse ergibt sich allgemein als Produkt von Kopplungsinduktivität und dem Strom durch jede der vorhandenen Wicklungen. Der Wickelsinn aller Wicklungen sei identisch. Die in **Bild 6.2b** eingezeichneten Stromrichtungen sowie die eingetragene Richtung für den Spulenfluß Ψ_R werden als positiv angenommen. Bei entgegengesetztem gerichteten Fluß erhält man dann ein negatives Vorzeichen:

$$\Psi_R = -L_{RR} \cdot I_R - L_{RS} \cdot I_S - L_{RT} \cdot I_T + L_{Rf} \cdot I_f + L_{RDd} \cdot I_{Dd} + L_{RDq1} \cdot I_{Dq1} + L_{RDq2} \cdot I_{Dq2} \quad (6.3)$$

Entsprechendes gilt auch für die magnetischen Spulenflüsse in den Achsen der Statorwicklungen S und T, so dass man insgesamt folgende Beziehung erhält:

$$\begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_S \\ \Psi_T \end{pmatrix} = - \underbrace{\begin{pmatrix} L_{RR} & L_{RS} & L_{RT} \\ L_{SR} & L_{SS} & L_{ST} \\ L_{TR} & L_{TS} & L_{TT} \end{pmatrix}}_{L_{RST}} \cdot \begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} L_{Rf} & L_{RDd} & L_{RDq1} & L_{RDq2} \\ L_{Sf} & L_{SDd} & L_{SDq1} & L_{SDq2} \\ L_{Tf} & L_{TDd} & L_{TDq1} & L_{TDq2} \end{pmatrix}}_{L_{R,fDdDq}} \cdot \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

Konvention: L_{XY} bezeichnet fortan die induktive Kopplung der Wicklung Y auf die Wicklung X.

Zur Bestimmung der Eigen- und Koppelinduktivitäten, d. h. der Elemente der Matrix L_{RST} , werden die Flußkopplungen der Statorwicklung R auf die Achsen des Läufers berechnet, indem die magnetischen Flüsse aufgrund nur des Statorstromes $I_R = I_R(t)$ in der Wicklung R berechnet werden. Der Strom I_R erzeugt in der d- und q-Achse des Läufers einen magnetischen Fluß, der diesem Strom proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor hängt vom Winkel θ_{el} zwischen Statorbezugsachse und d-Achse sowie vom Grad der Kopplung (Faktoren c_d und c_q) ab. Allgemein kann man ansetzen:

$$\begin{aligned} \Psi_{Rd} &= \Psi_{Rd}(\theta_{el}) = c_d \cdot I_R \cdot \cos(\theta_{el}) \\ \Psi_{Rq} &= \Psi_{Rq}(\theta_{el}) = c_q \cdot I_R \cdot \cos(\theta_{el} + 90^\circ) = -c_q \cdot I_R \cdot \sin(\theta_{el}) \end{aligned} \quad (6.5)$$

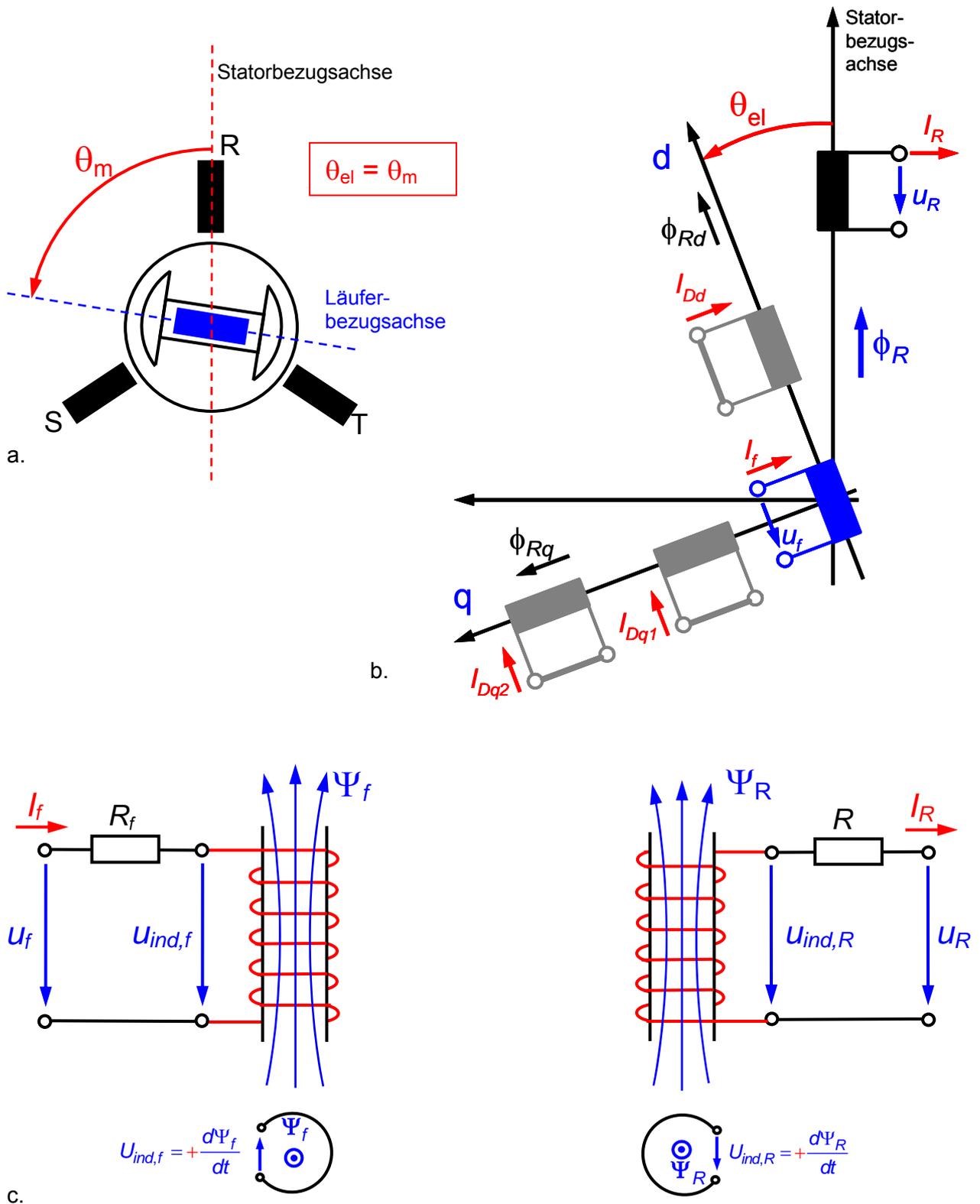


Bild 6.2 Anordnung der Wicklungen auf Läufer und Stator zur Berechnung der magnetischen Flüsse

- a. Anordnung von 3-phasiger Statorwicklung und rotierendem Läufer mit Erregerwicklung (2-polig, $p = 1$)
- b. Statorwicklung der Phase R als Referenz sowie Dämpfer- und Erregerwicklung
- c. zeitveränderlicher magnetischer Fluss Ψ_R in der Statorwicklung (Index „R“) und Ψ_f in der Erregerwicklung (Index „f“) sowie die jeweils induzierte Spannung

Zur Bestimmung der Eigeninduktivitäten (L_{RR} , L_{SS} und L_{TT}) der Statorwicklungen kann man nun den magnetischen Fluß in Richtung der Statorbezugsachse (Phase R) aufgrund des Stromes I_R berechnen, der sich aus der Überlagerung der beiden Flussanteile Ψ_{Rd} und Ψ_{Rq} in der d- und der q-Achse ergibt:

$$\begin{aligned}
 \Psi_{RR} &= \Psi_{Rd} \cdot \cos(\theta_{el}) - \Psi_{Rq} \cdot \sin(\theta_{el}) = c_d \cdot I_R \cdot \cos^2(\theta_{el}) + c_q \cdot I_R \cdot \sin^2(\theta_{el}) \\
 &= I_R \cdot \left[c_d \cdot \cos^2(\theta_{el}) + c_q \cdot \sin^2(\theta_{el}) + c_d \cdot \sin^2(\theta_{el}) - c_d \cdot \sin^2(\theta_{el}) \right] \\
 &= I_R \cdot \left[c_d + (c_q - c_d) \cdot \sin^2(\theta_{el}) \right] = I_R \cdot \left[c_d + \left(\frac{c_q - c_d}{2} \right) \cdot (1 - \cos(2\theta_{el})) \right] \quad (6.6) \\
 &= I_R \cdot \left[\frac{c_d + c_q}{2} + \left(\frac{c_d - c_q}{2} \right) \cdot \cos(2\theta_{el}) \right] \\
 &= I_R \cdot [L_{RR0} + L_{RR2} \cdot \cos(2\theta_{el})] \\
 &= I_R \cdot L_{RR}
 \end{aligned}$$

Die Flüsse in den Achsen der Statorwicklungen S und T aufgrund des Stromes $I_R = I_R(t)$ in der Wicklung R ergeben sich durch Berücksichtigung des räumlichen Versatzes gegenüber der Wicklung R um 120° und 240° in mathematisch positiver Richtung (**Bild 6.2a**) zu

$$\begin{aligned}
 \Psi_{RS} &= \Psi_{Rd} \cdot \cos\left(\theta_{el} + \frac{2\pi}{3}\right) - \Psi_{Rq} \cdot \sin\left(\theta_{el} + \frac{2\pi}{3}\right) \\
 \Psi_{RT} &= \Psi_{Rd} \cdot \cos\left(\theta_{el} + \frac{4\pi}{3}\right) - \Psi_{Rq} \cdot \sin\left(\theta_{el} + \frac{4\pi}{3}\right)
 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Die mathematisch positive Verschiebung der Statorwicklungen S und T gegenüber R ist notwendig, um bei der hier ebenfalls in mathematisch positiver Richtung (d. h. gegen den Uhrzeigersinn) angesetzten Drehrichtung des Läufers ein induziertes Drehspannungssystem mit der Phasenfolge R-S-T zu erhalten.

Setzt man die Gleichungen (6.5) in die Gleichungen (6.7) ein, so erhält man die Koppelinduktivitäten L_{RS} und L_{RT} . Die fehlenden Eigen- und Koppelinduktivitäten erhält man auch wieder durch Berücksichtigung des räumlichen Versatzes der Wicklungen S und T gegenüber der Wicklung R um 120° und 240° :

$$\begin{aligned}
 L_{RR} &= L_{RR0} + L_{RR2} \cdot \cos(2\theta_{el}) & L_{RS} &= L_{SR} = L_{RS0} + L_{RR2} \cdot \cos\left(2\theta_{el} + \frac{\pi}{3}\right) \\
 L_{SS} &= L_{RR0} + L_{RR2} \cdot \cos\left(2\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}\right) & L_{ST} &= L_{TS} = L_{RS0} + L_{RR2} \cdot \cos(2\theta_{el} - \pi) \\
 L_{TT} &= L_{RR0} + L_{RR2} \cdot \cos\left(2\theta_{el} - \frac{8\pi}{3}\right) & L_{TR} &= L_{RT} = L_{RS0} + L_{RR2} \cdot \cos\left(2\theta_{el} - \frac{\pi}{3}\right)
 \end{aligned} \quad (6.8)$$

mit $L_{RR0} = \frac{c_d + c_q}{2}$ $L_{RR2} = \frac{c_d - c_q}{2}$ und $L_{RS0} = \frac{c_d + c_q}{4}$

Wäre die magnetische Kopplung in beiden Achsrichtungen identisch ($c_d = c_q$), so entfiere der zweite Term in Gleichung (6.6) und damit die Abhängigkeit des Flusses ϕ_{RR} vom Winkel θ_{el} . Falls die Koppelfaktoren c_d und c_q unterschiedlich sind, z. B. durch ungleiche Luftspalte zwischen Stator und Läufer in der d- und q-Achse wie dies bei der Schenkelpolmaschine und zu einem gewissen Grad auch bei der Vollpolmaschine der Fall ist, so ist $L_{RR2} \neq 0$. Damit sind die Eigen- und Koppelinduktivitäten der Statorwicklungen von der Stellung des Läufers, also vom Drehwinkel θ_{el} abhängig und damit wegen

$$\theta_{el} = \theta_{el}(t) = \omega_r t + \theta_{el,0} \quad (6.9)$$

auch zeitabhängig:

$$L_{ij}, L_{ji} = f(t), \quad \text{mit } i, j = R, S, T \quad (6.10)$$

Die magnetische Kopplung zwischen den Wicklungen auf der d- und der q-Achse und der Statorwicklung der Phase R in Abhängigkeit des Winkels θ_{el} kann aus **Bild 6.2b** direkt abgelesen werden:

$$\begin{aligned} L_{fR}(\theta_{el}) &= L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el}) \\ L_{DdR}(\theta_{el}) &= L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el}) \\ L_{DqkR}(\theta_{el}) &= L_{DqkR} \cdot \cos(\theta_{el} + 90^\circ) = -L_{DqkR} \cdot \sin(\theta_{el}) \quad k = 1, 2 \end{aligned} \quad (6.11)$$

Die Koppelinduktivitäten zwischen der d- und q-Achse des Läufers und den Statorwicklungen der Phasen S und T ergeben sich daraus durch Berücksichtigung des räumlichen Phasenversetzes dieser Wicklungen gegenüber der Wicklung R um 120° und 240° .

Für die magnetischen Flüsse in den Dämpferwicklungen von d- und q-Achse sowie in der Erregerwicklung erhält man damit:

$$\begin{aligned} \Psi_f &= L_{ff} \cdot I_f + L_{fDd} \cdot I_{Dd} - [L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el})] \cdot I_R - \left[L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) \right] \cdot I_S - \left[L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \right] \cdot I_T \\ \Psi_{Dd} &= L_{fDd} \cdot I_f + L_{DdDd} \cdot I_{Dd} - [L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el})] \cdot I_R - \left[L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) \right] \cdot I_S - \left[L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \right] \cdot I_T \quad (6.12) \\ \Psi_{Dq1} &= L_{Dq1Dq1} \cdot I_{Dq1} + [L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el})] \cdot I_R + \left[L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) \right] \cdot I_S + \left[L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \right] \cdot I_T \\ \Psi_{Dq2} &= L_{Dq2Dq2} \cdot I_{Dq2} + [L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el})] \cdot I_R + \left[L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) \right] \cdot I_S + \left[L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \right] \cdot I_T \end{aligned}$$

oder

$$\begin{pmatrix} \Psi_f \\ \Psi_{Dd} \\ \Psi_{Dq1} \\ \Psi_{Dq2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{ff} & L_{fDd} & 0 & 0 \\ L_{Ddf} & L_{DdDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{Dq1Dq1} & L_{Dq1Dq2} \\ 0 & 0 & L_{Dq2Dq1} & L_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el}) & L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \\ L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el}) & L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \\ -L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el}) & -L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & -L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \\ -L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el}) & -L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & -L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

Aus den Gleichungen für die Induktivitäten ist ersichtlich, dass sie alle im allgemeinen Fall zeitabhängig sind. Eine Analyse des Synchrongenerators, insbesondere von dynamischen Vorgängen, z. B. Ausgleichsvorgängen des Turbine-Generator-Systems nach Belastungsänderungen, wird dadurch erheblich erschwert.

6.1.2 Spannungsgleichungen

Aus **Bild 6.2c** erhält man durch die Anwendung des Induktionsgesetzes zusammen mit der Maschenregel:

$$u_R = u_{ind,R} - I_R \cdot R = + \frac{d\Psi_R}{dt} - I_R \cdot R \quad . \quad (6.14)$$

Für die Spannungen an den 3 Statorwicklungen kann man also schreiben

$$\begin{pmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_S \\ \Psi_T \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} \quad . \quad (6.15)$$

Für die Erregerwicklung und die Dämpferwicklungen in d- und q-Achse erhält man aus dem Induktionsgesetz und der Maschenregel (**Bild 6.2c**):

$$\begin{pmatrix} u_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_f \\ \Psi_{Dd} \\ \Psi_{Dq1} \\ \Psi_{Dq2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{Dd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{Dq1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} \quad . \quad (6.16)$$

6.1.3 Anwendung der dq0-Transformation

Grundgedanke der von R. H. Park eingeführten dq0-Transformation (Park-Transformation) ist die Transformation des ruhenden RST-Systems in das rotierende System des Läufers. Dadurch sind die Koppelinduktivitäten in dq0-Komponenten nicht mehr von θ_{el} abhängig und bleiben konstant. Erst dies erlaubt die Anwendung üblicher Verfahren zur Netzwerkanalyse.

Gleichung (6.4) lautet in Vektorschreibweise:

$$\Psi_{RST} = -L_{RST} \cdot I_{RST} + L_{R,fDdDq} \cdot I_{fDdDq} \quad . \quad (6.17)$$

Wendet man hierauf die dq0-Transformation mit

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}^{-1} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

an, so erhält man

$$\mathbf{C} \cdot \Psi_{dq0} = -L_{RST} \cdot \mathbf{C} \cdot I_{dq0} + L_{R,fDdDq} \cdot I_{fDdDq} \quad . \quad (6.19)$$

Die Linksmultiplikation dieser Gleichung mit der Matrix \mathbf{C}^{-1} führt auf:

$$\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{C} \cdot \Psi_{dq0} = -\mathbf{C}^{-1} \cdot L_{RST} \cdot \mathbf{C} \cdot I_{dq0} + \mathbf{C}^{-1} \cdot L_{R,fDdDq} \cdot I_{fDdDq} \quad (6.20)$$

oder

$$\Psi_{dq0} = -[\mathbf{C}^{-1} \cdot L_{RST} \cdot \mathbf{C}] \cdot I_{dq0} + [\mathbf{C}^{-1} \cdot L_{R,fDdDq}] \cdot I_{fDdDq}$$

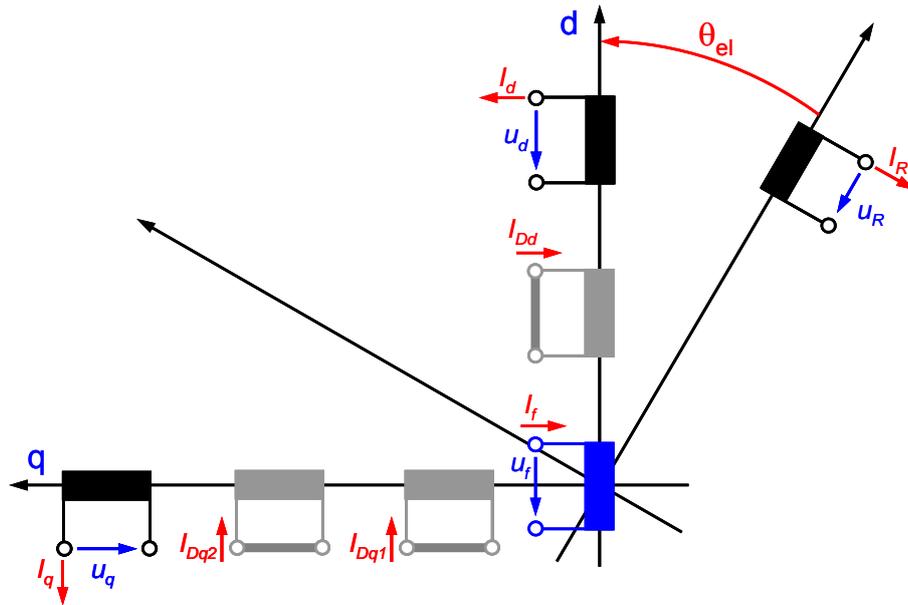


Bild 6.3 Transformation der feststehenden Statorwicklungen in das rotierende Läufer-system durch Anwendung der dq0-Transformation: Stator-, Dämpfer- und Läuferwicklung in dq0-Komponenten

Die Ausführung der Matrixmultiplikation führt auf 3 Gleichungen für die magnetischen Flüsse in der d- und q-Achse sowie im Nullsystem:

$$\begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_{Rf} & L_{RDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{RDq1} & L_{RDq2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

$$\text{mit} \quad L_d = L_{RR0} + L_{RS0} + \frac{3}{2} L_{RR2}$$

$$L_q = L_{RR0} + L_{RS0} - \frac{3}{2} L_{RR2}$$

$$L_0 = L_{RR0} - 2 \cdot L_{RS0}$$

Auch die Beziehung gemäß Gleichung (6.13) für die magnetischen Flüsse in der Erregerwicklung und den Dämpferwicklungen lassen sich mit Hilfe der dq0-Transformation vereinfachen:

$$\begin{pmatrix} L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el}) & L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & L_{fR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \\ L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el}) & L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & L_{DdR} \cdot \cos(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \\ -L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el}) & -L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & -L_{Dq1R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \\ -L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el}) & -L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & -L_{Dq2R} \cdot \sin(\theta_{el} - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} L_{fR} & 0 & 0 \\ L_{DdR} & 0 & 0 \\ 0 & L_{Dq1R} & 0 \\ 0 & L_{Dq2R} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

Damit erhält man:

$$\begin{pmatrix} \Psi_f \\ \Psi_{Dd} \\ \Psi_{Dq1} \\ \Psi_{Dq2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{ff} & L_{fDd} & 0 & 0 \\ L_{Ddf} & L_{DdDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{Dq1Dq1} & L_{Dq1Dq2} \\ 0 & 0 & L_{Dq2Dq1} & L_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} - \frac{3}{2} \begin{pmatrix} L_{fR} & 0 & 0 \\ L_{DdR} & 0 & 0 \\ 0 & L_{Dq1R} & 0 \\ 0 & L_{Dq2R} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix}. \quad (6.23)$$

Auch die Spannungsgleichungen des Statorsystems gemäß Gleichung (6.15) müssen durch die dq0-Transformation in das rotierende Läuferesystem überführt werden. Für die zeitliche Ableitung der Flüsse ergibt sich

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_S \\ \Psi_T \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \left[\underline{\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} \right] = \left(\frac{d}{dt} \underline{\mathbf{C}} \right) \cdot \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} + \underline{\mathbf{C}} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

und die Spannungsgleichungen lauten transformiert

$$\underline{\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{pmatrix} = \left(\frac{d}{dt} \underline{\mathbf{C}} \right) \cdot \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} + \underline{\mathbf{C}} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix}. \quad (6.25)$$

Die linksseitige Multiplikation mit der Matrix $\underline{\mathbf{C}}^{-1}$ liefert

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{pmatrix} = \left[\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \left(\frac{d}{dt} \underline{\mathbf{C}} \right) \right] \cdot \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix}. \quad (6.26)$$

Dies kann mit

$$\underline{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \left(\frac{d}{dt} \underline{\mathbf{C}} \right) = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta_{el} & \cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{el} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta_{el} & -\sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{el} + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \dot{\theta}_{el} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \theta_{el} & -\cos \theta_{el} & 0 \\ -\sin(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_{el} - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\sin(\theta_{el} + \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_{el} + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{pmatrix} = \dot{\theta}_{el} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

noch weiter vereinfacht werden:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{pmatrix} = \dot{\theta}_{el} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix}. \quad (6.28)$$

Das System der Spannungsgleichungen für die Erregerwicklung und die beiden Dämpferwicklungen liegt bereits in Komponenten des Läuferesystems (dq0-System) vor. Eine zusätzliche Anwendung der dq0-Transformation auf dieses Gleichungssystem ist daher nicht erforderlich.

Damit liegen die Beziehungen zwischen Spannungen, Strömen und magnetischen Flüssen für den Synchrongenerator mit den in **Bild 6.3** eingetragenen Pfeilungen in dq0-Komponenten fest.

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{pmatrix} &= \dot{\theta}_{el} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{pmatrix} &= - \begin{pmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_{Rf} & L_{RDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{RDq1} & L_{RDq2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} u_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_f \\ \Psi_{Dd} \\ \Psi_{Dq1} \\ \Psi_{Dq2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{Dd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{Dq1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \Psi_f \\ \Psi_{Dd} \\ \Psi_{Dq1} \\ \Psi_{Dq2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} L_{ff} & L_{fDd} & 0 & 0 \\ L_{Ddf} & L_{DdDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{Dq1Dq1} & L_{Dq1Dq2} \\ 0 & 0 & L_{Dq2Dq1} & L_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_f \\ I_{Dd} \\ I_{Dq1} \\ I_{Dq2} \end{pmatrix} - \frac{3}{2} \begin{pmatrix} L_{fR} & 0 & 0 \\ L_{DdR} & 0 & 0 \\ 0 & L_{Dq1R} & 0 \\ 0 & L_{Dq2R} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} \quad (6.29)
 \end{aligned}$$

6.1.4 Beschreibung des Synchrongenerators im pu-System

Die Normierung (pu, per unit) des Gleichungssystems (6.29) erlaubt schließlich die Beschreibung der Dynamik von Synchronmaschinen durch einfache Ersatzschaltungen, die sich wiederum durch ein regelungstechnisches Modell beschreiben lassen.

Stator

Zur Normierung der Gleichungen für den Stator werden die folgenden Bezugsgrößen definiert:

U_{Y0}	Spitzenwert der Bemessungs-Generatorklemmenspannung Phase-Erde	
I_{L0}	Spitzenwert des Bemessungs-Leiterstromes	
$S = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0}$	3-phasige Scheinleistung	(6.30)
$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$	synchrone elektrische Kreisfrequenz	
$\Omega_0 = \frac{\omega_0}{p}$	mechanische Kreisfrequenz im stationären Zustand	
$Z_0 = \frac{U_{Y0}}{I_{L0}} = \omega_0 \cdot L_0$	Bezugsimpedanz Z_0 , Bezugsinduktivität L_0	
$\Psi_0 = L_0 \cdot I_{L0} = \frac{U_{Y0}}{\omega_0}$	$\Psi_{f0} = \frac{U_{f0}}{\omega_0}$	$\Psi_{Dd0} = \frac{U_{Dd0}}{\omega_0}$
	$\Psi_{Dq0} = \frac{U_{Dq0}}{\omega_0}$	Bezugsflüsse

Die Normierung der Gleichungen sei am Beispiel der magnetischen Flüsse in der d- und q-Achse sowie der Spannung u_d gezeigt. Für den magnetischen Fluss Ψ_d gilt:

$$\Psi_d = -L_d \cdot I_d + L_{Rf} \cdot I_f + L_{RDd} \cdot I_{Dd}$$

$$\frac{\Psi_d}{\Psi_0} = -\frac{L_d \cdot I_{L0}}{\Psi_0} \cdot \left(\frac{I_d}{I_{L0}} \right) + \frac{L_{Rf} \cdot I_{f0}}{\Psi_0} \cdot \left(\frac{I_f}{I_{f0}} \right) + \frac{L_{RDd} \cdot I_{Dd0}}{\Psi_0} \cdot \left(\frac{I_{Dd}}{I_{Dd0}} \right) \quad (6.31)$$

$$\text{normiert: } \varphi_d = -x_d \cdot i_d + x_{Rf} \cdot i_f + x_{RDd} \cdot i_{Dd}$$

Für den magnetischen Fluss Ψ_q gilt:

$$\Psi_q = -L_q \cdot I_q + L_{RDq1} \cdot I_{Dd1} + L_{RDq2} \cdot I_{Dd2}$$

$$\frac{\Psi_q}{\Psi_0} = -\frac{L_q \cdot I_{L0}}{\Psi_0} \cdot \left(\frac{I_q}{I_{L0}} \right) + \frac{L_{RDq1} \cdot I_{Dq01}}{\Psi_0} \cdot \left(\frac{I_{Dd1}}{I_{Dq01}} \right) + \frac{L_{RDq2} \cdot I_{Dq02}}{\Psi_0} \cdot \left(\frac{I_{Dd}}{I_{Dq02}} \right) \quad (6.32)$$

$$\text{normiert: } \varphi_q = -x_q \cdot i_q + x_{RDq1} \cdot i_{Dq1} + x_{RDq2} \cdot i_{Dq2}$$

Die Normierung der Gleichung für u_d erfolgt durch Division mit der Bezugsspannung

$$u_d = -\dot{\theta}_{el} \cdot \phi_q + \frac{d}{dt} \Psi_d - R \cdot I_d$$

$$\frac{u_d}{U_{Y0}} = -\dot{\theta}_{el} \cdot \frac{\Psi_0}{U_{Y0}} \cdot \left(\frac{\Psi_q}{\Psi_0} \right) + \frac{\Psi_0}{U_{Y0}} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\Psi_d}{\Psi_0} \right) - \frac{R \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} \cdot \left(\frac{I_d}{I_{L0}} \right) \quad (6.33)$$

Um vollständig dimensionslose Gleichungen zu erhalten, ist auch die Normierung der Zeit t notwendig. Deshalb setzt man für die normierte Zeit t^*

$$t^* = \omega_0 \cdot t \quad \text{und damit} \quad \frac{1}{dt} = \omega_0 \cdot \frac{1}{dt^*} \quad (6.34)$$

Mit den Gleichungen (6.2) und (6.30) erhält man

$$\dot{\theta}_{el} \cdot \frac{\Psi_0}{U_{Y0}} = \dot{\theta}_{el}(t) \cdot \frac{\Psi_0}{U_{Y0}} = \frac{\omega_r(t)}{\omega_0} = \frac{\omega_r}{\omega_0} \quad (6.35)$$

Mit den beiden obigen Gleichungen ergibt sich die normierte Beziehung für die Spannung u_d zu

$$e_d = -\frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot \varphi_q + \frac{d}{dt^*} (\varphi_d) - r \cdot i_d \quad (6.36)$$

Läufer

Zur Normierung der Gleichungen für den Läufer werden die folgenden Bezugsgrößen definiert:

- Erregerwicklung: I_{f0} , U_{f0} , Ψ_{f0} mit $\psi_{f0} = U_{f0} / \omega_0$
- Dämpferwicklung d-Achse: I_{Dd0} , U_{Dd0} , Ψ_{Dd0} mit $\psi_{Dd0} = U_{Dd0} / \omega_0$
- Dämpferwicklung q-Achse: I_{Dq0} , U_{Dq0} , Ψ_{Dq0} mit $\psi_{Dq0} = U_{Dq0} / \omega_0$

Die Gleichung für den Erregerkreis (magnetischer Fluß ψ_f und Erregerspannung e_f) lauten:

$$\Psi_f = L_{ff} \cdot I_f + L_{fDd} \cdot I_{Dd} - \frac{3}{2} \cdot L_{fR} \cdot I_d$$

$$\frac{\Psi_f}{\Psi_{f0}} = \frac{L_{ff} \cdot I_{f0}}{\Psi_{f0}} \cdot \left(\frac{I_f}{I_{f0}} \right) + \frac{L_{fDd} \cdot I_{Dd0}}{\Psi_{f0}} \cdot \left(\frac{I_{Dd}}{I_{Dd0}} \right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{fR} \cdot I_{L0}}{\Psi_{f0}} \cdot \left(\frac{I_d}{I_{L0}} \right) \quad (6.37)$$

$$\text{normiert:} \quad \varphi_f = x_{ff} \cdot i_f + x_{fDd} \cdot i_{Dd} - x_{fR} \cdot i_d$$

sowie

$$u_f = \frac{d}{dt} \Psi_f + R_f \cdot I_f$$

$$\frac{u_f}{U_{f0}} = \frac{\Psi_{f0} \cdot \omega_0}{U_{f0}} \cdot \frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Psi_f}{\Psi_{f0}} \right) + \frac{R_f \cdot I_{f0}}{U_{f0}} \cdot \left(\frac{I_f}{I_{f0}} \right) \quad , \quad (6.38)$$

$$\text{normiert:} \quad e_f = \frac{d}{dt^*} (\varphi_f) + r_f \cdot i_f$$

Beispielhaft seien noch die Normierungsbeziehungen für den 1. Dämpferkreis der q-Achse angegeben:

$$\Psi_{Dq1} = L_{Dq1q1} \cdot I_{Dq1} + L_{Dq1Dq2} \cdot I_{Dq2} - \frac{3}{2} \cdot L_{Dq1R} \cdot I_q$$

$$\frac{\Psi_{Dq1}}{\Psi_{Dq10}} = \frac{L_{Dq1Dq1} \cdot I_{Dq10}}{\Psi_{Dq10}} \cdot \left(\frac{I_{Dq1}}{I_{Dq10}} \right) + \frac{L_{Dq1Dq2} \cdot I_{Dq20}}{\Psi_{Dq10}} \cdot \left(\frac{I_{Dq2}}{I_{Dq20}} \right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{Dq1R} \cdot I_{L0}}{\Psi_{Dq10}} \cdot \left(\frac{I_q}{I_{L0}} \right) \quad (6.39)$$

$$\text{normiert:} \quad \varphi_{Dq1} = x_{Dq1Dq1} \cdot i_{Dq1} + x_{Dq1Dq2} \cdot i_{Dq2} - x_{Dq1R} \cdot i_q$$

sowie

$$0 = \frac{d}{dt} \Psi_{Dq1} + R_{Dq1} \cdot I_{Dq1}$$

$$0 = \frac{\Psi_{Dq10} \cdot \omega_0}{U_{Dq10}} \cdot \frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Psi_{Dq1}}{\Psi_{Dq10}} \right) + \frac{R_{Dq1} \cdot I_{Dq10}}{U_{Dq10}} \cdot \left(\frac{I_{Dq1}}{I_{Dq10}} \right) \quad . \quad (6.40)$$

$$\text{normiert:} \quad 0 = \frac{d}{dt^*} (\varphi_{Dq1}) + r_{Dq1} \cdot i_{Dq1}$$

Insgesamt erhält man das folgende normierte Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} e_d \\ e_q \\ e_0 \end{pmatrix} = \frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} + \frac{d}{dt^*} \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x_d & 0 & 0 \\ 0 & x_q & 0 \\ 0 & 0 & x_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{Rf} & x_{RDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{RDq1} & x_{RDq2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{d}{dt^*} \begin{pmatrix} \varphi_f \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{Dd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{Dq1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_f \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{ff} & x_{fDd} & 0 & 0 \\ x_{Ddf} & x_{DdDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Dq1Dq1} & x_{Dq1Dq2} \\ 0 & 0 & x_{Dq2Dq1} & x_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{fR} & 0 & 0 \\ x_{DdR} & 0 & 0 \\ 0 & x_{Dq1R} & 0 \\ 0 & x_{Dq2R} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (6.41)$$

mit den normierten Induktivitäten

des Stators

$$\begin{aligned}
 d: \quad x_d &= \omega_0 \cdot L_d \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} & x_{Rf} &= \omega_0 \cdot L_{Rf} \cdot \frac{I_{f0}}{U_{Y0}} & x_{RDd} &= \omega_0 \cdot L_{RDd} \cdot \frac{I_{Dd0}}{U_{Y0}} \\
 q: \quad x_q &= \omega_0 \cdot L_q \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} & x_{RDq1} &= \omega_0 \cdot L_{RDq1} \cdot \frac{I_{Dq10}}{U_{Y0}} & x_{RDq2} &= \omega_0 \cdot L_{RDq2} \cdot \frac{I_{Dq20}}{U_{Y0}} \\
 0: \quad x_0 &= \omega_0 \cdot L_0 \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}}
 \end{aligned} \quad (6.42)$$

und des Läufers

$$\begin{aligned}
 f: \quad x_{ff} &= \omega_0 \cdot L_{ff} \cdot \frac{I_{f0}}{U_{f0}} & x_{fDd} &= \omega_0 \cdot L_{fDd} \cdot \frac{I_{Dd0}}{U_{f0}} & x_{fR} &= \omega_0 \cdot L_{fR} \cdot \frac{3}{2} \frac{I_{L0}}{U_{f0}} \\
 Dd: \quad x_{Ddf} &= \omega_0 \cdot L_{Ddf} \cdot \frac{I_{f0}}{U_{Dd0}} & x_{DdDd} &= \omega_0 \cdot L_{DdDd} \cdot \frac{I_{Dd0}}{U_{Dd0}} & x_{DdR} &= \omega_0 \cdot L_{DdR} \cdot \frac{3}{2} \frac{I_{L0}}{U_{Dd0}} \\
 Dq1: \quad x_{Dq1Dq1} &= \omega_0 \cdot L_{Dq1Dq1} \cdot \frac{I_{Dq10}}{U_{Dq10}} & x_{Dq1Dq2} &= \omega_0 \cdot L_{Dq1Dq2} \cdot \frac{I_{Dq20}}{U_{Dq10}} & x_{Dq1R} &= \omega_0 \cdot L_{Dq1R} \cdot \frac{3}{2} \frac{I_{L0}}{U_{Dq10}} \\
 Dq2: \quad x_{Dq2Dq1} &= \omega_0 \cdot L_{Dq2Dq1} \cdot \frac{I_{Dq10}}{U_{Dq20}} & x_{Dq2Dq2} &= \omega_0 \cdot L_{Dq2Dq2} \cdot \frac{I_{Dq20}}{U_{Dq20}} & x_{Dq2R} &= \omega_0 \cdot L_{Dq2R} \cdot \frac{3}{2} \frac{I_{L0}}{U_{Dq20}}
 \end{aligned} \quad (6.43)$$

Durch die Wahl ganz bestimmter Bezugsgrößen lässt sich das Gleichungssystem gemäß (6.41) noch weiter vereinfachen. Für die d-Achse erhält man:

d-Achse:

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{Rf} = x_{Rf} = x_{fR} \quad \text{führt wegen} \quad L_{Rf} = L_{fR} \\ \text{auf} \quad L_{Rf} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{f0}}{U_{Y0}} = \frac{3}{2} \cdot L_{fR} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{L0}}{U_{f0}} \quad \text{und damit} \quad S = U_{f0} \cdot I_{f0} = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0} \end{aligned} \quad (6.44)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{RDd} = x_{RDd} = x_{DdR} \quad \text{führt wegen} \quad L_{RDd} = L_{DdR} \\ \text{auf} \quad L_{RDd} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dd0}}{U_{Y0}} = \frac{3}{2} \cdot L_{DdR} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{L0}}{U_{Dd0}} \quad \text{und damit} \quad S = U_{Dd0} \cdot I_{Dd0} = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0} \end{aligned} \quad (6.45)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{fDd} = x_{Ddf} \quad \text{führt wegen} \quad L_{fDd} = L_{Ddf} \\ \text{auf} \quad L_{fDd} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dd0}}{U_{f0}} = L_{Ddf} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{f0}}{U_{Dd0}} \quad \text{und damit} \quad S = U_{Dd0} \cdot I_{Dd0} = U_{f0} \cdot I_{f0} \end{aligned} \quad (6.46)$$

Damit liegt noch keine eindeutige Festlegung der Bezugsgrößen vor, somit sind weitere Festlegungen möglich. Eine weitere deutliche Vereinfachung wird durch folgende Beziehung erreicht:

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{Rf} = x_{RDd} \\ \text{führt auf} \quad L_{Rf} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{f0}}{U_{Y0}} = L_{RDd} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dd0}}{U_{Y0}} \quad \text{und damit} \quad \frac{I_{f0}}{I_{Dd0}} = \frac{L_{RDd}}{L_{Rf}} \end{aligned} \quad (6.47)$$

Die Reaktanz x_{Rd} beschreibt die magnetische Kopplung zwischen der auf die d-Achse transformierten Statorwicklung und der Erreger- sowie der Dämpferwicklung. Die Reaktanzen x_d und x_{Rd} unterscheiden sich um die Streuinduktivität $x_{\sigma d}$ der auf die d-Achse transformierten Statorwicklung. Damit erhält man:

$$x_d := x_{Rd} + x_{\sigma d} \quad (6.48)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{Rd} = x_{Rf} = x_{RDd} \\ \text{führt auf} \quad \omega_0 \cdot L_{Rf} \cdot \frac{I_{f0}}{U_{Y0}} = x_{Rd} = x_d - x_{\sigma d} = \omega_0 \cdot (L_d - L_{\sigma d}) \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} \end{aligned} \quad (6.49)$$

$$\text{und} \quad \omega_0 \cdot L_{RDd} \cdot \frac{I_{Dd0}}{U_{Y0}} = x_{Rd} = x_d - x_{\sigma d} = \omega_0 \cdot (L_d - L_{\sigma d}) \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}}$$

und damit

$$I_{f0} = \frac{L_d - L_{\sigma d}}{L_{Rf}} \cdot I_{L0} \quad I_{Dd0} = \frac{L_d - L_{\sigma d}}{L_{RDd}} \cdot I_{L0} \quad (6.50)$$

Aus der für alle Wicklungen identischen Bezugsleistung S

$$S = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0} = U_{f0} \cdot I_{f0} = U_{Dd0} \cdot I_{Dd0} \quad (6.51)$$

erhält man die Bezugsspannungen:

$$U_{f0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{Rf}}{L_d - L_{\sigma d}} \cdot U_{Y0} \quad U_{Dd0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDd}}{L_d - L_{\sigma d}} \cdot U_{Y0} \quad (6.52)$$

q-Achse:

Im Fall der q-Achse ergeben sich erhebliche Vereinfachungen mit:

$$\bullet \quad X_{RDq1} = X_{RDq1} = X_{Dq1R} \quad \text{führt wegen} \quad L_{RDq1} = L_{Dq1R} \quad , \quad (6.53)$$

$$\text{auf} \quad L_{RDq1} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq10}}{U_{Y0}} = \frac{3}{2} \cdot L_{Dq1R} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{L0}}{U_{Dq10}} \quad \text{und damit} \quad S = U_{Dq10} \cdot I_{Dq10} = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0}$$

$$\bullet \quad X_{RDq2} = X_{RDq2} = X_{Dq2R} \quad \text{führt wegen} \quad L_{RDq2} = L_{Dq2R} \quad , \quad (6.54)$$

$$\text{auf} \quad L_{RDq2} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq20}}{U_{Y0}} = \frac{3}{2} \cdot L_{Dq2R} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{L0}}{U_{Dq20}} \quad \text{und damit} \quad S = U_{Dq20} \cdot I_{Dq20} = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0}$$

$$\bullet \quad X_{DqDq} = X_{Dq1D2} = X_{Dq2Dq1} \quad \text{führt wegen} \quad L_{Dq1Dq2} = L_{Dq2Dq1} \quad . \quad (6.55)$$

$$\text{auf} \quad L_{Dq2Dq1} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq10}}{U_{Dq20}} = L_{Dq1Dq2} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq20}}{U_{Dq10}} \quad \text{und damit} \quad U_{Dq10} \cdot I_{Dq10} = U_{Dq20} \cdot I_{Dq20}$$

Eine weitere deutliche Vereinfachung wird durch folgende Beziehungen erreicht:

$$\bullet \quad X_{RDq} = X_{RDq1} = X_{RDq2} \quad , \quad (6.56)$$

$$\text{führt auf} \quad L_{RDq1} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq10}}{U_{Y0}} = L_{RDq2} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq20}}{U_{Y0}} \quad \text{und damit} \quad \frac{I_{Dq10}}{I_{Dq20}} = \frac{L_{RDq2}}{L_{RDq1}}$$

$$\bullet \quad X_{RDq} = X_{DqDq} \quad , \quad (6.57)$$

$$\text{führt auf} \quad L_{RDq1} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq10}}{U_{Y0}} = L_{Dq2Dq1} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq10}}{U_{Dq20}} \quad \text{und damit} \quad U_{Dq20} = \frac{L_{Dq2Dq1}}{L_{RDq1}} \cdot U_{Y0}$$

$$\text{und} \quad L_{RDq2} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq20}}{U_{Y0}} = L_{Dq1Dq2} \cdot \frac{\omega_0 \cdot I_{Dq20}}{U_{Dq10}} \quad \text{und damit} \quad U_{Dq10} = \frac{L_{Dq1Dq2}}{L_{RDq2}} \cdot U_{Y0}$$

und damit

$$U_{Dq10} = \frac{L_{Dq1Dq2}}{L_{RDq2}} \cdot U_{Y0} \quad U_{Dq20} = \frac{L_{Dq2Dq1}}{L_{RDq1}} \cdot U_{Y0} \quad . \quad (6.58)$$

Damit liegen auch sämtliche Normierungsgrößen U_{Dq10} , U_{Dq20} , I_{Dq10} und I_{Dq20} über die gemeinsame Bezugsleistung der Wicklungen der q-Achse

$$S = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0} = U_{Dq10} \cdot I_{Dq10} = U_{Dq20} \cdot I_{Dq20} \quad (6.59)$$

fest:

$$I_{Dq10} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq2}}{L_{Dq1Dq2}} \cdot I_{L0} \quad I_{Dq20} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq1}}{L_{Dq2Dq1}} \cdot I_{L0} \quad . \quad (6.60)$$

Legt man nun noch den Zusammenhang:

$$X_{Rq} := X_{RDq} = X_{Dq1R} = X_{RDq1} = X_{Dq2R} = X_{RDq2} = X_{Dq1Dq2} = X_{Dq2Dq1} \quad . \quad (6.61)$$

für die q-Achse fest und definiert ferner

$$X_q := X_{Rq} + X_{\sigma q} \quad , \quad (6.62)$$

so führt dies zu

$$x_{RDq1} = \omega_0 \cdot L_{RDq1} \cdot \frac{I_{Dq10}}{U_{Y0}} = x_{Rq} = x_q - x_{\sigma q} = \omega_0 \cdot L_q \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} - \omega_0 \cdot L_{\sigma q} \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} \quad (6.63)$$

$$x_{RDq2} = \omega_0 \cdot L_{RDq2} \cdot \frac{I_{Dq20}}{U_{Y0}} = x_{Rq} = x_q - x_{\sigma q} = \omega_0 \cdot L_q \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} - \omega_0 \cdot L_{\sigma q} \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}}$$

und damit

$$I_{Dq10} = \frac{U_{Y0}}{\omega_0 \cdot L_{RDq1}} (x_q - x_{\sigma q}) = \frac{L_q - L_{\sigma q}}{L_{RDq1}} \cdot I_{L0} \quad (6.64)$$

$$I_{Dq20} = \frac{U_{Y0}}{\omega_0 \cdot L_{RDq2}} (x_q - x_{\sigma q}) = \frac{L_q - L_{\sigma q}}{L_{RDq2}} \cdot I_{L0}$$

Die Reaktanz x_{Rq} beschreibt die magnetische Kopplung zwischen der auf die q-Achse transformierten Statorwicklung und den beiden Dämpferwicklungen. Die Reaktanzen x_q und x_{Rq} unterscheiden sich um die Streuinduktivität $x_{\sigma q}$ der auf die q-Achse transformierten Statorwicklung.

Aus den Gleichungen (6.60) und (6.64) ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen den Maschinenparametern und der Streuinduktivität $L_{\sigma q}$:

$$L_{\sigma q} = L_q \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq1} \cdot L_{RDq2}}{L_{DqDq} \cdot L_q} \right) \quad \text{mit} \quad L_{DqDq} = L_{Dq1Dq2} = L_{Dq2Dq1} \quad (6.65)$$

Insgesamt erhält man schließlich ein Gleichungssystem in normierter Form, das den Ausgangspunkt für sämtliche weiteren Untersuchungen und Modellierungen von Synchronmaschinen darstellt:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} e_d \\ e_q \\ e_0 \end{pmatrix} &= \frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} + \frac{d}{dt^*} \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} &= - \begin{pmatrix} x_d & 0 & 0 \\ 0 & x_q & 0 \\ 0 & 0 & x_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{Rd} & x_{Rd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Rq} & x_{Rq} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \frac{d}{dt^*} \begin{pmatrix} \varphi_f \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{Dd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{Dq1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \varphi_f \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x_{ff} & x_{fDd} & 0 & 0 \\ x_{Ddf} & x_{DdDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Dq1Dq1} & x_{Rq} \\ 0 & 0 & x_{Rq} & x_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{Rd} & 0 & 0 \\ x_{Rd} & 0 & 0 \\ 0 & x_{Rq} & 0 \\ 0 & x_{Rq} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (6.66) \end{aligned}$$

mit den Normierungsgrößen:

d-Achse:

$$\begin{aligned} I_{f0} &= \frac{L_d - L_{\sigma d}}{L_{Rf}} \cdot I_{L0} & U_{f0} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{Rf}}{L_d - L_{\sigma d}} \cdot U_{Y0} \\ I_{Dd0} &= \frac{L_d - L_{\sigma d}}{L_{RDd}} \cdot I_{L0} & U_{Dd0} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDd}}{L_d - L_{\sigma d}} \cdot U_{Y0} \end{aligned} \quad (6.67)$$

q-Achse:

$$\begin{aligned} I_{Dq10} &= \frac{L_q - L_{\sigma q}}{L_{RDq1}} \cdot I_{L0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq2}}{L_{DqDq}} \cdot I_{L0} & U_{Dq10} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq1}}{L_q - L_{\sigma q}} \cdot U_{Y0} = \frac{L_{DqDq}}{L_{RDq2}} \cdot U_{Y0} \\ I_{Dq20} &= \frac{L_q - L_{\sigma q}}{L_{RDq2}} \cdot I_{L0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq1}}{L_{DqDq}} \cdot I_{L0} & U_{Dq20} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq2}}{L_q - L_{\sigma q}} \cdot U_{Y0} = \frac{L_{DqDq}}{L_{RDq1}} \cdot U_{Y0} \end{aligned}$$

mit $L_{DqDq} = L_{Dq1Dq2} = L_{Dq2Dq1}$

Deutlich einfachere Verhältnisse ergeben sich, wenn nur eine Dämpferwicklung in der q-Achse berücksichtigt wird. Die Aufteilung der Reaktanz x_d in eine Streureaktanz $x_{\sigma q}$ und eine Hauptreaktanz x_{Rq} führt auf.

$$I_{Dq0} = \frac{L_q - L_{\sigma q}}{L_{RDq}} \cdot I_{L0} \quad U_{Dq0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_{RDq}}{L_q - L_{\sigma q}} \cdot U_{Y0} \quad (6.68)$$

6.1.5 Ersatzschaltbilder für die d- und q-Achse

Zur Ableitung der Ersatzschaltbilder in der d- und q-Achse wird von den Flussgleichungen gemäß (6.66) ausgegangen. Um eine bessere Übersicht zu erhalten, werden zunächst die magnetischen Flüsse φ_d , φ_f und φ_{Dd} in Abhängigkeit von jeweils nur einem der Ströme i_d , i_{Dd} und i_f bestimmt, während die beiden anderen Ströme Null sind (**Bild 6.4a**). Der Strom i_d ist in umgekehrter Richtung im Vergleich zu den beiden anderen Strömen i_{Dd} und i_f gefeilt. Dadurch ändert sich die Richtung des magnetischen Flusses - oder anders dargestellt: man erhält ein negatives Vorzeichen für den Beitrag des Stromes i_d zum Gesamtfluß. Im letzten Schritt erfolgt die Überlagerung der magnetischen Flüsse, die infolge der Einzelströme entstehen. Dabei wird von einer vollständigen Linearität des Systems ausgegangen.

Gemäß den Flussgleichungen (6.66) ergeben sich nur aufgrund des Stromes i_d unter Beachtung der Rechten-Hand-Regel die Flüsse $\varphi_d = -x_d \cdot i_d$, $\varphi_f = -x_{Rd} \cdot i_d$ und $\varphi_{Dd} = -x_{Rd} \cdot i_d$. Diese Bedingung ist erfüllbar, wenn in der d-Wicklung die Aufspaltung $\varphi_d = -x_{Rd} \cdot i_d - x_{\sigma d} \cdot i_d$ vorgenommen wird, so dass der Streufluß $-x_{\sigma d} \cdot i_d$ nur in der d-Wicklung wirksam ist.

Nur aufgrund des Stromes i_f ergeben sich unter Beachtung der Rechten-Hand-Regel die Flüsse $\varphi_d = x_{Rd} \cdot i_f$, $\varphi_f = x_{ff} \cdot i_f$ und $\varphi_{Dd} = x_{Ddf} \cdot i_f$. Soll der Fluss $x_{Rd} \cdot i_f$ in derselben Richtung, wie der Fluss $-x_{Rd} \cdot i_d$ in allen Wicklungen wirksam sein, so müssen die anderen Flüsse entsprechend „korrigiert“ werden, d. h. für den Fluss in der D-Wicklung ergibt sich $\varphi_{Dd} = (x_{Ddf} \cdot i_f - x_{Rd} \cdot i_f) + x_{Rd} \cdot i_f$ und für den Fluss in der f-Wicklung erhält man: $\varphi_{Dd} = (x_{ff} \cdot i_f - x_{Ddf} \cdot i_f) + (x_{Ddf} \cdot i_f - x_{Rd} \cdot i_f) + x_{Rd} \cdot i_f$. Dies bedeutet, dass eine Flusskopplung $(x_{Ddf} \cdot i_f - x_{Rd} \cdot i_f) = (x_{Ddf} - x_{Rd}) \cdot i_f$ zwischen der Dämpferwicklung (D) und der Erregerwicklung (f) aufgrund des Stromes i_f existiert, die nicht die (auf die d-Achse transformierte) Statorwicklung umfasst.

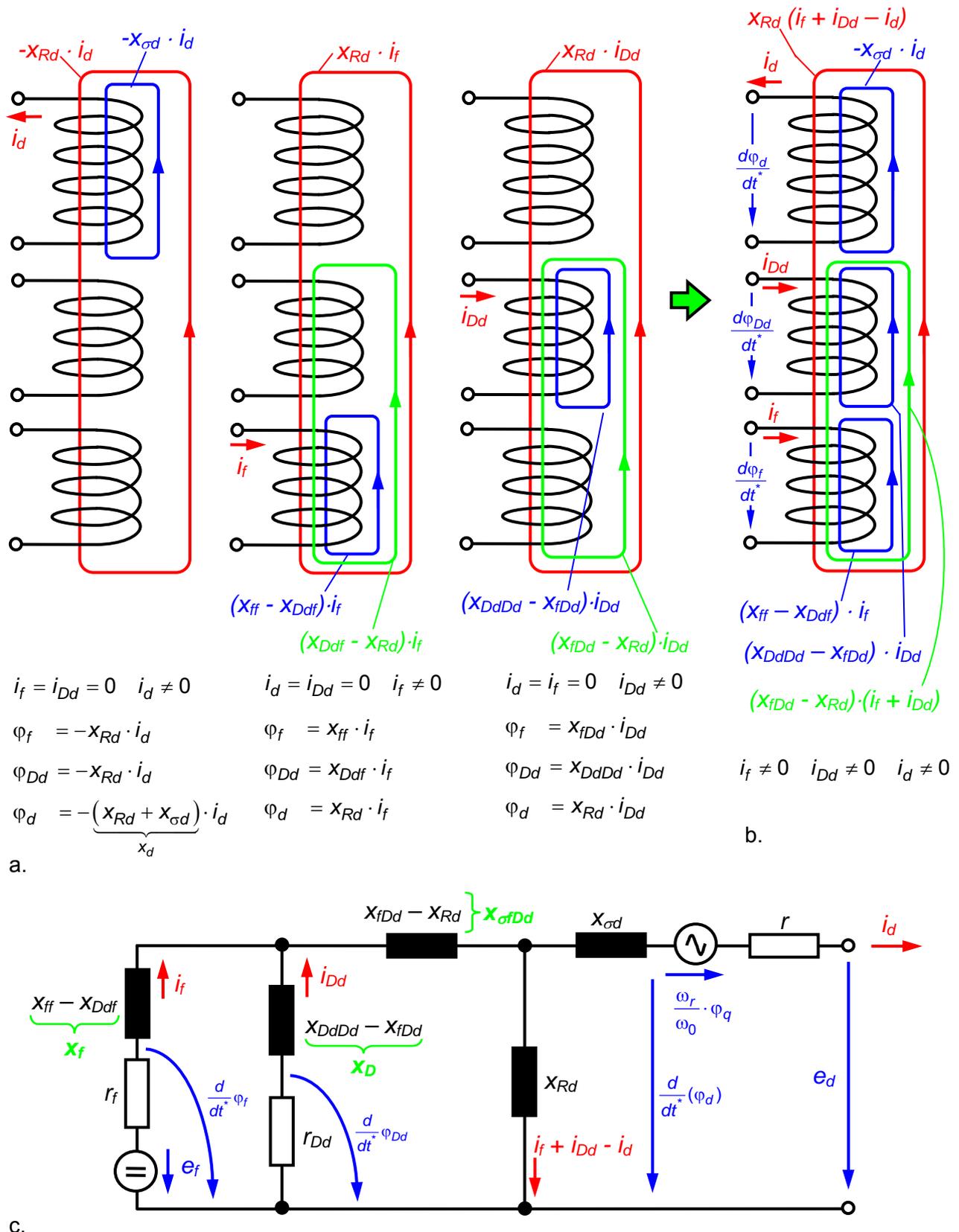


Bild 6.4 Ableitung des Ersatzschaltbildes für die d-Achse aus den Flussgleichungen; für die d-Achse wird eine einzige Dämpferwicklung angesetzt

- magnetische Flüsse, falls jeweils einer der Ströme i_d , i_{Dd} und $i_f \neq 0$ ist
- Überlagerung aller magnetischen Flüsse
- Ersatzschaltbild der d-Achse

Nur aufgrund des Stromes i_{Dd} ergeben sich unter Beachtung der Rechten-Hand-Regel die Flüsse $\varphi_d = x_{Rd} \cdot i_{Dd}$, $\varphi_f = x_{fDd} \cdot i_{Dd}$ und $\varphi_{Dd} = x_{DdDd} \cdot i_{Dd}$. Soll der Fluss $x_{Rd} \cdot i_f$ in derselben Richtung, wie der Fluss $-x_{Rd} \cdot i_d$ in allen Wicklungen wirksam sein, so müssen auch hier die anderen Flüsse entsprechend „korrigiert“ werden, d. h. für den Fluss in der Erregerwicklung (f) ergibt sich $\varphi_f = (x_{fDd} \cdot i_{Dd} - x_{Rd} \cdot i_f) + x_{Rd} \cdot i_{Dd}$ und für den Fluss in der Dämpferwicklung (D) erhält man: $\varphi_{Dd} = (x_{DdDd} \cdot i_{Dd} - x_{fDd} \cdot i_{Dd}) + (x_{fDd} \cdot i_{Dd} - x_{Rd} \cdot i_{Dd}) + x_{Rd} \cdot i_{Dd}$. Dies bedeutet, dass eine Flusskopplung $(x_{fDd} \cdot i_{Dd} - x_{Rd} \cdot i_{Dd}) = (x_{fDd} - x_{Rd}) \cdot i_{Dd}$ zwischen der Dämpferwicklung (D) und der Erregerwicklung (f) aufgrund des Stromes i_{Dd} existiert, die nicht die (auf die d-Achse transformierte) Statorwicklung umfasst.

Die Überlagerung der Flüsse aufgrund der Einzelströme ergibt die in **Bild 6.4b** gezeigte Gesamtdarstellung:

- ein gemeinsamer Fluss in allen Wicklungen: $x_{Rd} \cdot (i_f + i_{Dd} - i_d)$,
- ein Fluss, der die Dämpfer- und die Erregerwicklung umfasst, nicht jedoch die Statorwicklung: $(x_{fDd} - x_{Rd}) \cdot (i_f + i_{Dd})$, wobei $x_{fDd} = x_{Ddf}$ gilt,
- drei Einzelflüsse: $-x_{\sigma d} \cdot i_d$ in der auf die d-Achse transformierten Statorwicklung
 $(x_{DdDd} - x_{fDd}) \cdot i_{Dd}$ in der Dämpferwicklung (D)
 $(x_{ff} - x_{Ddf}) \cdot i_f$ in der Erregerwicklung (f)

Die Streureaktanzen x_{fDd} zwischen Erreger- und Dämpferwicklung einerseits und x_{Rd} zwischen der auf die d-Achse transformierten Statorwicklung und der Erreger- und der Dämpferwicklung andererseits sind nicht zwangsläufig identisch. Die Differenz der beiden Reaktanzen x_{fDd} und x_{Rd} wird als Streureaktanz $x_{\sigma fDd}$ bezeichnet:

$$x_{\sigma fDd} = x_{fDd} - x_{Rd} \quad (6.69)$$

Entsprechend den obigen Überlegungen berücksichtigt diese Streureaktanz $x_{\sigma fDd}$ den magnetischen Streufluss aufgrund der Ströme i_f und i_{Dd} , der die jeweils andere Wicklung durchsetzt, nicht jedoch die auf die d-Achse transformierte Statorwicklung.

Die Streureaktanz $x_{\sigma fDd}$ ist positiv für Turbogeneratoren, für Schenkelpolgeneratoren ist $x_{\sigma fDd}$ sehr oft negativ. Eine positive Streureaktanz $x_{\sigma fDd}$ bedeutet, dass die magnetische Kopplung zwischen Dämpfer- und Erregerwicklung besser ist, als die Kopplung zwischen den Rotorwicklungen und der Statorwicklung. Die negative Streureaktanz $x_{\sigma fDd}$ bei Schenkelpolgeneratoren rührt daher, dass die Erregerwicklung mit der Statorwicklung durch Flussanteile an den Polschuhkanten besser gekoppelt ist, als mit der Dämpferwicklung.

Bild 6.4c zeigt die aus den Spannungs- und Flussgleichungen gemäß (6.66) ableitbare elektrischer Ersatzschaltung für die d-Achse.

Analoge Überlegungen wie für die d-Achse führen zu der in **Bild 6.5a** gezeigten Darstellung für die magnetischen Flüsse aufgrund der Ströme in der auf die q-Achse transformierten Statorwicklung (i_q) und in den beiden Dämpferwicklungen (i_{Dq1} und i_{Dq2}).

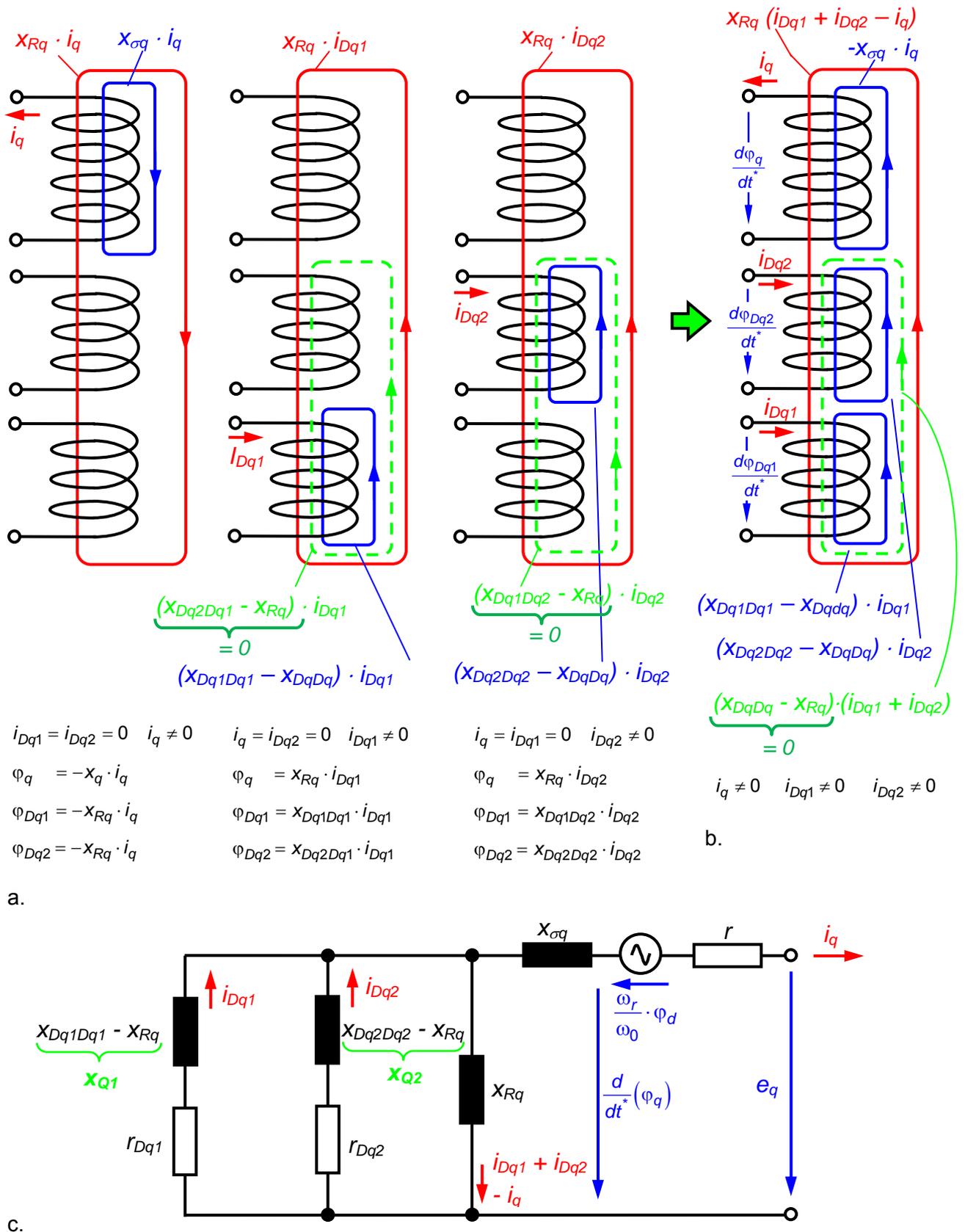


Bild 6.5 Ableitung des Ersatzschaltbildes für die q-Achse aus den Flußgleichungen
 a. magnetische Flüsse, falls jeweils einer der Ströme i_q , i_{Dq1} und i_{Dq2} ungleich 0 ist
 b. Überlagerung aller magnetischen Flüsse
 c. Ersatzschaltbild der q-Achse mit 2 Dämpferwicklungen

Die Überlagerung der magnetischen Flüsse aufgrund der einzelnen Ströme führt zu der in **Bild 6.5b** gezeigten Darstellung. Es ergeben sich die folgenden Flüsse:

- ein gemeinsamer Fluss in allen Wicklungen: $x_{Rq} \cdot (i_{Dq1} + i_{Dq2} - i_q)$,
- ein Fluss, der die Dämpfer- und die Erregerwicklung umfasst, nicht jedoch die Statorwicklung: $(x_{DqDq} - x_{Rq}) \cdot (i_{Dq1} + i_{Dq2})$,
- drei Einzelflüsse: $-x_{\sigma q} \cdot i_q$ in der auf die q-Achse transformierten Statorwicklung
 $(x_{Dq1Dq1} - x_{DqDq}) \cdot i_{Dq1}$ in der Dämpferwicklung 1 (Dq1)
 $(x_{Dq2Dq2} - x_{DqDq}) \cdot i_{Dq2}$ in der Dämpferwicklung 2 (Dq2)

Im Unterschied zur d-Achse gilt bei der q-Achse gemäß Gleichung (6.61):

$$x_{Rq} := x_{Dq1Dq2} = x_{Dq2Dq1} = x_{DqDq} \quad (6.70)$$

und daher

$$x_{Dq1Dq2} - x_{Rq} = 0 \quad x_{Dq2Dq1} - x_{Rq} = 0 \quad x_{DqDq} - x_{Rq} = 0 \quad (6.71)$$

Damit existiert der in **Bild 6.5a/b** gezeigte magnetische Fluss zwischen den beiden Dämpferwicklungen nicht, wodurch auch keine der Streureaktanz $x_{\sigma fDd}$ entsprechenden Reaktanz im Ersatzschaltbild der q-Achse auftritt.

Zur weiteren Vereinfachung der Ersatzschaltungen der d- und q-Achse können die bezogenen Reaktanzen noch zu einer einzigen Reaktanz in den Querzweigen zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned} x_f &= x_{ff} - x_{Ddf} & x_D &= x_{DdDd} - x_{fDd} \\ x_{Q1} &= x_{Dq1Dq1} - x_{Rq} & x_{Q2} &= x_{Dq2Dq2} - x_{Rq} \end{aligned} \quad (6.72)$$

6.2 Mechanische Dynamik von Synchrongeneratoren

Bei geerdetem Sternpunkt und vollständig symmetrischer Belastung des Generators oder bei nicht geerdetem Sternpunkt gilt

$$I_0 = 0 \quad (6.73)$$

Aus den Ersatzschaltungen der d- und q-Achse ergibt sich die von der Maschine abgegebene elektrische Klemmenleistung am Stator unter Annahme $i_0 = 0$ zu:

$$p_{el} = e_d \cdot i_d + e_q \cdot i_q \quad (6.74)$$

Aus Gleichung (6.66) erhält man aus (6.74) für die elektrische Leistung

$$p_{el} = \underbrace{\frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot [\varphi_d \cdot i_q - \varphi_q \cdot i_d]}_{\text{Leistung, die über den Luftspalt übertragen wird}} + \underbrace{i_d \frac{d}{dt} \varphi_d + i_q \frac{d}{dt} \varphi_q}_{\text{Änderung der magnetischen Energie im Stator}} - \underbrace{r \cdot [i_d^2 + i_q^2]}_{\text{ohmsche Verluste im Stator}} \quad (6.75)$$

Die mechanische Leistung, die dem Generator zugeführt wird, ist das Produkt aus dem inneren Moment M_i und der mechanischen Drehzahl. Diese Leistung wird über den Luftspalt übertragen, daraus folgt

$$\frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot [\varphi_d \cdot i_q - \varphi_q \cdot i_d] = \frac{p \cdot \Omega}{\omega_0} \cdot [\varphi_d \cdot i_q - \varphi_q \cdot i_d] = m_i \cdot \frac{\Omega}{\Omega_0} \quad (6.76)$$

Daraus folgt für das Drehmoment M_i der Maschine

$$m_i = \varphi_d \cdot i_q - \varphi_q \cdot i_d \quad (6.77)$$

Im stationären Betriebszustand herrscht ein Gleichgewicht zwischen der mechanischen Antriebsleistung der Welle des Generators und der elektrischen Klemmenleistung zuzüglich der elektrischen und mechanischen Verluste. Im Falle eines Ungleichgewichts zwischen diesen Leistungen entsteht eine Leistungsdifferenz, die aus der Energie der rotierenden Massen des Synchrongenerators zuzüglich der Turbinen gespeist wird. Die kinetische Energie dieser rotierenden Massen ändert sich und damit sowohl die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\Omega = \Omega(t)$ als auch die elektrische Winkelgeschwindigkeit $\omega_r = \omega_r(t)$.

Der elektrische Drehwinkel $\theta_{el,0}$ zur Zeit $t = 0$ ist definiert als Winkel zwischen dem feststehenden Stator (Bezug Phase R) und der d-Achse des Läufers. Wie sich später noch zeigen wird, lässt sich die Polradspannung durch $e_P = x_{Rd} \cdot i_f$ beschreiben und hat die Richtung der q-Achse. Der Polradwinkel ϑ besteht zwischen der Bezugsphase R und der Polradspannung, d. h. der q-Achse. Das d/q-Achsenkreuz rotiert mit der Kreisfrequenz ω_r ; Schwankungen dieser Kreisfrequenz machen sich in einem zeitabhängigen Polradwinkel $\vartheta = \vartheta(t)$ bemerkbar. Die Lage der d-Achse lässt sich durch die Beziehung (**Bild 6.6**)

$$\begin{aligned} \theta_{el}(t) &= \omega_r \cdot t + \theta_{el,0} = (\omega_0 + \Delta\omega) \cdot t + \theta_{el,0} = \omega_0 \cdot t + \Delta\omega \cdot t + \theta_{el,0} \\ &= \omega_0 \cdot t + \underbrace{\frac{\Delta\omega \cdot t}{\Delta\vartheta(t)}}_{\theta_{el,0}} + \underbrace{\vartheta(t=0) - \frac{\pi}{2}}_{\theta_{el,0}} = \omega_0 \cdot t - \frac{\pi}{2} + \vartheta(t) \end{aligned} \quad (6.78)$$

beschreiben.

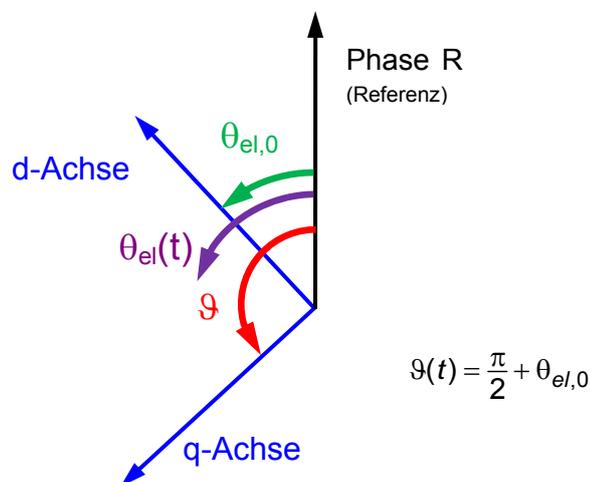


Bild 6.6 Zusammenhang zwischen elektrischem Drehwinkel θ_{el} und Polradwinkel ϑ

Daraus folgt:

$$\frac{d}{dt} \theta_{el}(t) = \frac{d}{dt} ((\omega_0 + \Delta\omega) \cdot t + \theta_{el,0}) = \Delta\omega = \frac{d}{dt} \vartheta(t) \quad . \quad (6.79)$$

und damit:

$$\frac{d}{dt^*} \theta_{el} = \frac{d}{dt^*} \vartheta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad \text{und} \quad \frac{\omega_r}{\omega_0} = 1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad . \quad (6.80)$$

Zu jedem Zeitpunkt – also auch im instationären Zustand – gilt das Leistungsgleichgewicht gemäß **Bild 6.7**

$$P_{mech} - P_G = P_{mech} - (P_{el} + P_V) = \frac{dW_{kin}}{dt} \quad , \quad (6.81)$$

wobei P_V die elektrischen und die mechanischen Verluste im Generator darstellt. Die mechanischen Verluste werden hier vernachlässigt; die elektrischen Verluste sind die ohmschen Verluste in den Statorwicklungen und in den Dämpferwicklungen. Die Erregerwicklung wird extern gespeist, ihre Verluste einziehen dem System Turbine-Generator keine Leistung und spielen daher in dieser Betrachtung keine Rolle.

Die kinetische Energie W_{kin} der rotierenden Massen ergibt sich aus deren Massenträgheitsmoment J und der mechanischen Drehzahl Ω

$$\begin{aligned} W_{kin} &= \frac{1}{2} J \cdot \Omega^2 = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2 = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(\frac{\omega_0 + \Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 \approx \frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \end{aligned} \quad . \quad (6.82)$$

Sehr häufig beschreibt man den Einfluss der Dämpferwicklungen durch einen Leistungsterm, der proportional zur Änderung der Winkelgeschwindigkeit ist. Aus dem Leistungsgleichgewicht gemäß (6.81) folgt damit

$$P_{mech} - P_G = J \frac{\Omega_0^2}{\omega_0} \cdot \frac{d\Delta\omega}{dt} + D \cdot \Delta\omega \quad . \quad (6.83)$$

Im stationären Betrieb ist die rechte Seite der Gleichung identisch Null.

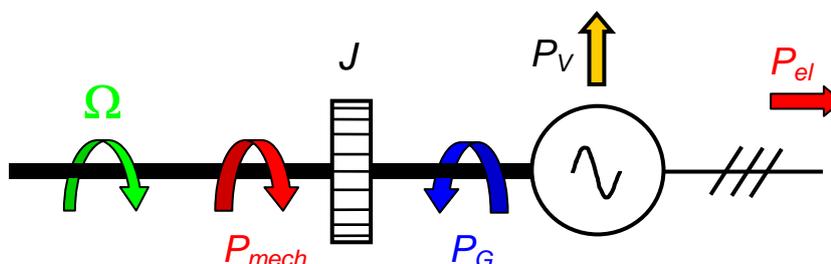


Bild 6.7 Anordnung zur Betrachtung der Bewegungsdynamik des Synchrongenerators

Die Normierung dieser Gleichung führt auf:

$$\frac{J}{S} \Omega_0^2 \cdot \omega_0 \cdot \frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) + \frac{D \cdot \omega_0}{S} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = \frac{P_{mech}}{S} - \frac{P_G(\vartheta)}{S} \quad (6.84)$$

oder

$$\frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = \frac{1}{2H\omega_0} \left[p_T - p_G(\vartheta) - K_D \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \right]$$

$$\text{mit} \quad H = \frac{\frac{1}{2} J \Omega_0^2}{S} = \frac{W_{kin}}{S} \quad (6.85)$$

$$\text{und} \quad K_D = \frac{D \cdot \omega_0}{S}$$

Die Größe H stellt eine Zeitkonstante als Quotient der kinetischen Energie der rotierenden Masse (Läufer und Turbine) $W_{kin,0}$ bei synchroner Drehzahl und der elektrischen Scheinleistung S des Generators dar. Sie bewegt sich in einem sehr engen Wertebereich von typischerweise $H = 1\text{s} \dots 10\text{s}$. K_D stellt eine Dämpfungskonstante dar.

Eine andere Vorgehensweise ist, ausgehend von (6.81) die auftretenden Verluste direkt zu berechnen und anstelle des Dämpfungsterms zu verwenden. Für die normierten Verluste in den Statorwicklungen folgt für $i_0 = 0$:

$$p_{V,stat} = r \cdot \left[i_d^2 + i_q^2 \right] \quad (6.86)$$

hinzu kommen die Verluste in der Dämpferwicklung der d-Achse und den N_D Dämpferwicklungen der q-Achse:

$$p_{V,rot} = r_{Dd} \cdot i_{Dd}^2 + \sum_{k=1}^{N_D} r_{Dq,k} \cdot i_{Dq,k}^2 \quad (6.87)$$

Die Generatorleistung p_G ergibt sich aus der elektrischen Klemmenleistung p_{el} und den Verlusten p_V , mit dem Ansatz einer Dämpferwicklung in d- und q-Achse, zu:

$$p_G = p_{el} + p_V = \underbrace{e_d \cdot i_d + e_q \cdot i_q}_{p_{el}} + \underbrace{r \cdot (i_d^2 + i_q^2)}_{p_{V,stat}} + \underbrace{r_{Dd} \cdot i_{Dd}^2 + r_{Dq} \cdot i_{Dq}^2}_{p_{V,rot}} \quad (6.88)$$

6.3 Modell 9. Ordnung der Synchronmaschine

Der folgende Gleichungssatz beschreibt eine Synchronmaschine mit einer Dämpferwicklung in der d-Achse und zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse. Die Generatorleistung wurde dabei als Summe der Leistung an den Klemmen und der Verluste in der Stator- und der Dämpferwicklung angesetzt. In diesem Modell sind Effekte durch Erreichen der Sättigungsinduktion des Eisens von ca. 2 T nicht berücksichtigt.

$$\begin{pmatrix} e_d \\ e_q \\ e_0 \end{pmatrix} = \frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} + \frac{d}{dt^*} \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x_d & 0 & 0 \\ 0 & x_q & 0 \\ 0 & 0 & x_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{Rd} & x_{Rd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Rq} & x_{Rq} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{d}{dt^*} \begin{pmatrix} \varphi_f \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{Dd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{Dq1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_f \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{ff} & x_{fDd} & 0 & 0 \\ x_{Ddf} & x_{DdDd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Dq1Dq1} & x_{Rq} \\ 0 & 0 & x_{Rq} & x_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_f \\ i_{Dd} \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{Rd} & 0 & 0 \\ x_{Rd} & 0 & 0 \\ 0 & x_{Rq} & 0 \\ 0 & x_{Rq} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (6.89)$$

$$\frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = \frac{1}{2H\omega_0} \cdot \left[p_{mech} - \left[(e_d \cdot i_d + e_q \cdot i_q) + r \cdot (i_d^2 + i_q^2) + r_{Dd} \cdot i_{Dd}^2 + r_{Dq} \cdot i_{Dq}^2 \right] \right]$$

$$\frac{d\theta_{el}}{dt^*} = \frac{d\vartheta}{dt^*} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad \text{und} \quad \frac{\omega_r}{\omega_0} = 1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

Bei der numerischen Berechnung dieser Gleichungen muss eine Differenziation unbedingt vermieden werden. Daher werden bei gegebenen Spannungen die Flüsse durch Integration berechnet und aus den Flüssen die Ströme. Hierzu müssen die Gleichungen für die Flüsse invertiert werden.

$$\begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_d & x_{Rd} & x_{Rd} \\ -x_{Rd} & x_{DdDd} & x_{Ddf} \\ -x_{Rd} & x_{fDd} & x_{ff} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_{Dd} \\ i_f \end{pmatrix} = \mathbf{X}_{Direct} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_{Dd} \\ i_f \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_q & x_{Rq} & x_{Rq} \\ -x_{Rq} & x_{Dq1Dq1} & x_{Rq} \\ -x_{Rq} & x_{Rq} & x_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_q \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} = \mathbf{X}_{Quad} \cdot \begin{pmatrix} i_q \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} \quad (6.90)$$

Die Inversion selbst kann durch eine entsprechende mathematische Software durchgeführt werden. Man erhält:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_{Dd} \\ i_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -X_d & X_{Rd} & X_{Rd} \\ -X_{Rd} & X_{DdDd} & X_{Ddf} \\ -X_{Rd} & X_{fDd} & X_{ff} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_f \end{pmatrix} = (\mathbf{X}_{Direct})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_{Dd} \\ \varphi_f \end{pmatrix} \quad (6.91)$$

$$\begin{pmatrix} i_q \\ i_{Dq1} \\ i_{Dq2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -X_q & X_{Rq} & X_{Rq} \\ -X_{Rq} & X_{Dq1Dq1} & X_{Rq} \\ -X_{Rq} & X_{Rq} & X_{Dq2Dq2} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix} = (\mathbf{X}_{Quad})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{Dq1} \\ \varphi_{Dq2} \end{pmatrix}$$

Zur Beschreibung von Turbogeneratoren verwendet man oft auch nur eine Dämpferwicklung in der q-Achse (**Bild 6.8**). Das führt auf:

$$\begin{pmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{Dq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -X_q & X_{Rq} \\ -X_{Rq} & X_{DqDq} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_q \\ i_{Dq} \end{pmatrix} \quad (6.92)$$

mit der Inversion

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_q \\ i_{Dq} \end{pmatrix} &= \frac{1}{X_{DqDq} \cdot X_q - X_{Rq}^2} \cdot \begin{pmatrix} -X_{DqDq} & X_{Rq} \\ -X_{Rq} & X_q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{Dq} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{(X_Q + X_{Rq}) \cdot X_q - X_{Rq}^2} \cdot \begin{pmatrix} -(X_Q + X_{Rq}) & X_{Rq} \\ -X_{Rq} & X_q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{Dq} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.93)$$

Im nächsten Schritt werden die Spannungsgleichungen nach den zeitlichen Ableitungen der magnetischen Flüsse aufgelöst um die jeweils rechten Seiten der Gleichungen integrieren zu können. Dies führt auf

d-Achse

$$\frac{d}{dt^*}(\varphi_d) = +\frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot \varphi_d + r \cdot i_d + e_d$$

$$\frac{d}{dt^*}(\varphi_{Dd}) = -r_{Dd} \cdot i_{Dd}$$

$$\frac{d}{dt^*}(\varphi_f) = -r_f \cdot i_f + e_f$$

q-Achse

$$\frac{d}{dt^*}(\varphi_q) = -\frac{\omega_r}{\omega_0} \cdot \varphi_q + r \cdot i_q + e_q$$

$$\frac{d}{dt^*}(\varphi_{Dq}) = -r_{Dq} \cdot i_{Dq} \quad (6.94)$$

Null-Achse

$$\frac{d}{dt^*}(\varphi_0) = +r \cdot i_0 + e_0$$

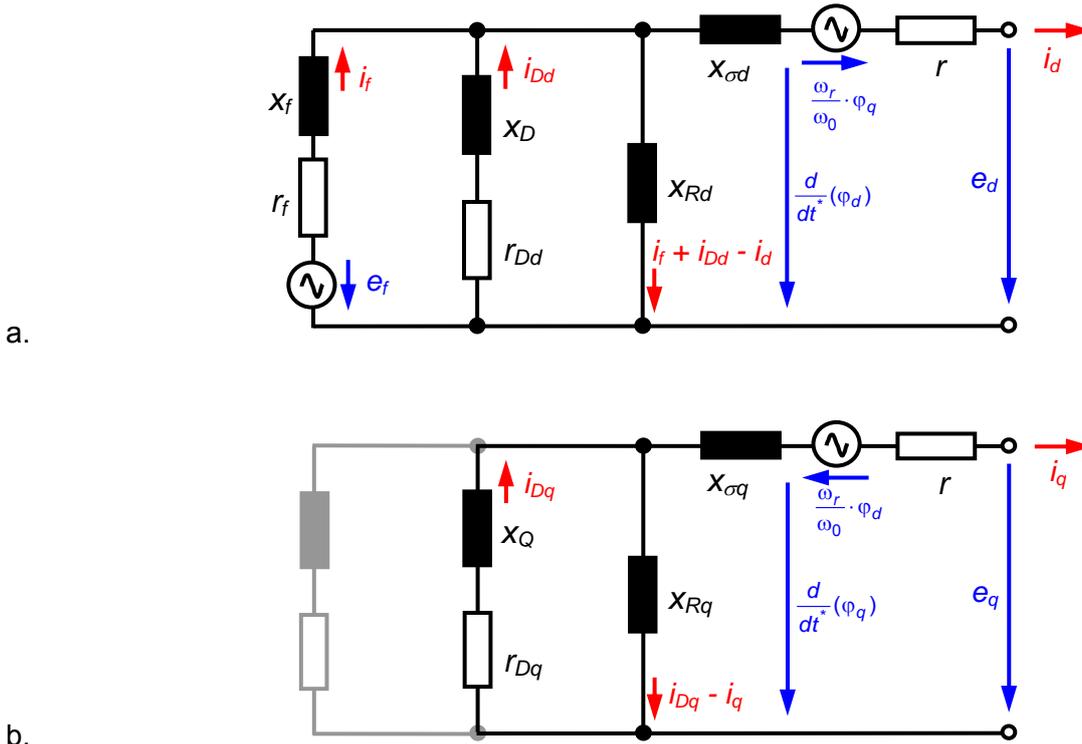


Bild 6.8 Ersatzschaltbilder zur Herleitung der Gleichungen für das Modell des Synchrongenerators: d-Achse (a.) und q-Achse (b.)

6.4 Anschluss eines Synchrongenerators an ein starres Netz

Der Synchrongenerator soll eine bestimmte Wirkleistung P_{el} , nämlich $x\%$ der Nennleistung P_N bei einem Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$, in das Netz einspeisen. Dabei sollen Veränderungen der Netzspannung, des Stromes und des Leistungsfaktors berücksichtigt werden.

Eingangsgrößen des Modells sind:

- die notwendige Erregerspannung U_f (normiert e_f) an der Erregerwicklung
- die an der Generatorwelle anstehende mechanische Leistung P_{mech} (normiert p_{mech}).

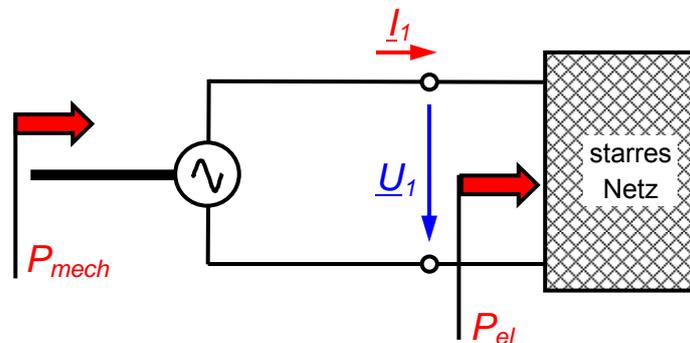


Bild 6.9 Anschluß des Synchrongenerators an ein starres Netz

Für die Wirkleistungen gilt mit den Spitzenwerten der Leiterströme I_1 und I_{L0} und der Klemmenspannung des Generators U_Y und deren Bezugswert U_{Y0} :

$$P_{el} = \frac{3}{2} \cdot U_Y \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) \quad \text{und} \quad P_N = \frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0} \cdot \cos(\varphi_0) \quad (6.95)$$

Der Faktor x ergibt sich zu:

$$x = \frac{P_{el}}{P_N} = \frac{\frac{3}{2} \cdot U_Y \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)}{\frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0} \cdot \cos(\varphi_0)} = \underbrace{\left(\frac{U_Y}{U_{Y0}} \right)}_{e_N} \cdot \underbrace{\left(\frac{I_1}{I_{L0}} \right)}_y \cdot \underbrace{\left(\frac{\cos(\varphi)}{\cos(\varphi_0)} \right)}_z = e_N \cdot y \cdot z \quad (6.96)$$

In das Netz soll *stationär* die Wirkleistung P_{el} eingespeist werden. *Im stationären Betrieb* muss die mechanische Leistung P_{mech} , die an der Welle aufgebracht wird, der Summe aus der elektrischen Leistung P_{el} zuzüglich aller Verluste P_V entsprechen. Die Verluste ergeben sich aus dem Widerstand R der Statorwicklungen; in den Dämpferwicklungen fließen im stationären Betrieb keine Ströme. Für die mechanische Leistung, die an der Welle aufgebracht werden muss, erhält man mit diesen Überlegungen:

$$P_{mech} = P_G = P_{el} + P_V = \frac{3}{2} \cdot U_Y \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) + \frac{3}{2} \cdot R \cdot I_1^2 \quad (6.97)$$

Die Normierung dieser Beziehung führt auf

$$\frac{P_{mech}}{S} = \frac{P_{el}}{S} + \frac{P_V}{S} = \frac{\frac{3}{2} \cdot U_Y \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)}{\frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0}} + \frac{\frac{3}{2} \cdot R \cdot I_1^2}{\frac{3}{2} \cdot U_{Y0} \cdot I_{L0}} = \left(\frac{U_Y}{U_{Y0}} \right) \left(\frac{I_1}{I_{L0}} \right) \cdot \cos(\varphi) + \frac{R \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} \left(\frac{I_1}{I_{L0}} \right)^2 \quad (6.98)$$

$$p_{mech} = p_{el} + p_V = e_N \cdot y \cdot \cos(\varphi) + r \cdot y^2$$

Die Anwendung der dq0-Transformation auf das symmetrische Drehspannungssystem des Netzes mit U_Y als Spitzenwert der Spannungen liefert:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{pmatrix} &= \mathbf{C}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{pmatrix} = U_Y \cdot \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_0 t - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (6.99) \\ &= U_Y \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta - \omega_0 t) \\ -\sin(\theta - \omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix} = U_Y \cdot \begin{pmatrix} \cos(\vartheta - \frac{\pi}{2}) \\ -\sin(\vartheta - \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{pmatrix} = U_Y \cdot \begin{pmatrix} -\sin(-\vartheta) \\ \cos(-\vartheta) \\ 0 \end{pmatrix} = U_Y \cdot \begin{pmatrix} \sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Für die normierten Netzspannungen ergibt sich:

$$e_{d,N} = \frac{U_Y}{U_{Y0}} \cdot \sin(\vartheta) = e_N \cdot \sin(\vartheta) \quad e_{q,N} = \frac{U_Y}{U_{Y0}} \cdot \cos(\vartheta) = e_N \cdot \cos(\vartheta) \quad \text{mit} \quad e_N = \frac{U_Y}{U_{Y0}} \quad (6.100)$$

Analog erhält man für den um den Winkel φ nacheilenden Strom die Korrespondenz:

$$\begin{pmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{pmatrix} = I_1 \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t - \varphi) \\ \cos\left(\omega_0 t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega_0 t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = I_1 \cdot \begin{pmatrix} \sin(\vartheta + \varphi) \\ \cos(\vartheta + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.101)$$

Für die Ströme i_d und i_q ergibt sich analog zu Gleichung (6.100):

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{I_1}{I_{L0}} \cdot \sin(\vartheta + \varphi) = y \cdot \sin(\vartheta + \varphi) \\ i_q &= \frac{I_1}{I_{L0}} \cdot \cos(\vartheta + \varphi) = y \cdot \cos(\vartheta + \varphi) \end{aligned} \quad (6.102)$$

Zur Berechnung der Ströme i_d und i_q sowie der Spannungen e_d und e_q muss der Polradwinkel ϑ im stationären Zustand bestimmt werden. Aus dem Gleichungssystem (6.89), das die Synchronmaschine beschreibt, erhält man im stationären Zustand ($d/dt^*(\dots) = 0$ und $\omega_r = \omega_0$):

$$\begin{aligned} e_q &= -x_d \cdot i_d + x_{Rd} \cdot i_f - r \cdot i_q \\ e_d &= x_q \cdot i_q - r \cdot i_d \\ e_f &= r_f \cdot i_f \end{aligned} \quad (6.103)$$

Setzt man in die Gleichung für die Spannung e_d die Gleichungen (6.100) und (6.102) ein, so erhält man daraus:

$$e_N \sin(\vartheta) = x_q \cdot y \cdot \cos(\vartheta + \varphi) - r \cdot y \cdot \sin(\vartheta + \varphi) \quad (6.104)$$

und damit:

$$\tan(\vartheta) = \frac{x_q \cdot \cos(\varphi) - r \cdot \sin(\varphi)}{\frac{e_N}{y} + x_q \cdot \sin(\varphi) + r \cdot \cos(\varphi)} \quad (6.105)$$

Für die Erregerspannung erhält man schließlich:

$$e_f = \frac{r_f}{x_{Rd}} \cdot (e_q + x_d \cdot i_d + r \cdot i_q) \quad (6.106)$$

Von Interesse ist noch die elektrische Leistung an den Klemmen des Generators:

$$p_{el} = e_d \cdot i_d + e_q \cdot i_q$$

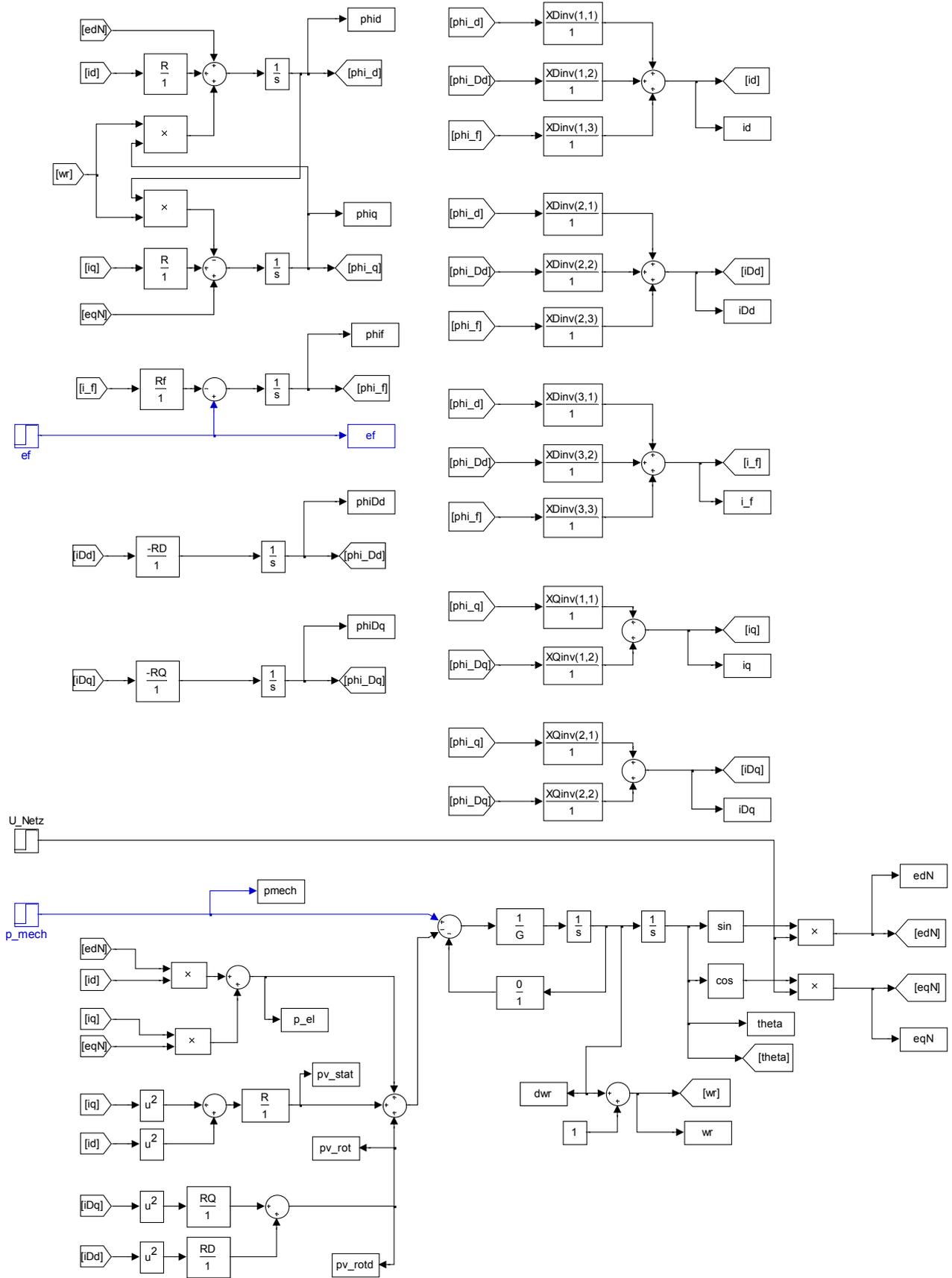


Bild 6.10 Regelungstechnisches Modell (MATLAB-Simulink) für die Kopplung eines Synchrongenerators an ein starres Netz

6.5 Dynamische Simulation eines Synchrongenerators - Beispiel

6.5.1 Daten eines 705-MVA-Synchrongenerators

Im Folgenden wird ein 705-MVA-Generator mit den folgenden Daten betrachtet:

Scheinleistung	S_N	705	MVA
Wirkleistung	P_N	564	MW
Bemessungsspannung	U_N	21	kV
Leistungsfaktor	$\cos \phi$	0,8	—
Wirkungsgrad	η	98,904	% \pm 10%
Frequenz	f_N	50	Hz
Regelbereich	\pm	5,0	%
Leerlauf-Erregerstrom bei UN	I_{f0}	1713	A
Bemessungsdrehzahl	n	3000	min^{-1}
Anlaufzeitkonstante	T_a	0,66	s
Widerstand der Ständerwicklung	R_a (20°C)	0,000617	Ohm
Gleichstromzeitkonstante	T_g	0,510	s
Ständerstreureaktanz	X_{ad}/X_N	0,1708	p.u.

Widerstand Feldwicklung (längs)	r_f	0,000716	p.u.
Streureaktanz der Feldwicklung (längs)	x_f	0,115	p.u.
Widerstand der Dämpferwicklung (längs)	r_{Dd}	0,00949	p.u.
Streureaktanz der Dämpferwicklung (längs)	x_D	0,0346	p.u.
Hauptfeldreaktanz (längs)	x_{Rd}	1,81	p.u.
Kopplungsreaktanz Feld - Dämpfer (längs)	x_{cfDd}	-0,00451	p.u.
Widerstand der Feldwicklung (quer)	r_{fq}	0,0108	p.u.
Streureaktanz der Feldwicklung (quer)	x_{fq}	0,474	p.u.
Widerstand der Dämpferwicklung (quer)	r_{Dq}	0,00555	p.u.
Streureaktanz der Dämpferwicklung (quer)	x_Q	0,0208	p.u.
Hauptfeldreaktanz (quer)	x_{Rq}	1,76	p.u.
Kopplungsreaktanz Feld - Dämpfer (quer)	x_{cq}	-0,0500	p.u.

Synchron-Längsreaktanz unsat	x_d	1,98	p.u.
Synchron-Querreaktanz unsat	x_q	1,93	p.u.
Transiente-Längsreaktanz unsat	x_d'	0,281	p.u.
Transiente-Querreaktanz unsat	x_q'	0,437	p.u.
Subtransiente-Längsreaktanz unsat	x_d''	0,223	p.u.
Subtransiente-Querreaktanz unsat	x_q''	0,222	p.u.
Transiente-Leerlauf-Zeitkonstante der Längsachse	T_{d0}'	9,099	s
Transiente-Leerlauf-Zeitkonstante der Querachse	T_{q0}'	1,011	s
Subtransiente-Leerlauf-Zeitkonstante der Längsachse	T_{d0}''	0,045	s
Subtransiente-Leerlauf-Zeitkonstante der Querachse	T_{q0}''	0,070	s
Reaktanz im Nullsystem	x_0	0,1001	p.u.
Sternpunktterdung (Widerstand/Reaktanz bzw. isoliert)	R_n/X_n		Ω
Massenträgheitsmoment des Generators	J	4781	kgm^2

Bild 6.11 Daten eines 705-MVA-Synchrongenerators, die hier nicht relevanten Daten sind grau dargestellt

6.5.2 Berechnung eines Ausgleichsvorgangs

Beispielhaft sollen 2 Betriebszustände bestimmt werden:

- Leerlauf mit $x = 0$ und $e_N = 1$
- Betrieb mit $x = 0,5$ und $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ sowie $e_N = 1$

Leerlauf mit $x = 0$ und $e_N = 1$

Es wird keine Leistung ans Netz abgegeben ($x = 0$). Daher ist auch $y = 0$. Daraus ergibt sich, dass auch der Polradwinkel $\vartheta = 0$ ist. Sowohl aus $\underline{i}_1 = 0$ als auch aus $y = 0$ folgt, dass die Ströme i_d und i_q ebenfalls gleich Null sind ($i_d = 0$ und $i_q = 0$). Für die Spannungen e_d und e_q erhält man wegen $i_d = 0$ und $i_q = 0$: $e_d = e_N \sin(0) = 0$ und $e_q = e_N \cos(0) = 1$. Somit erhält man für die Erregerspannung und die mechanische Leistung:

$$e_f = \frac{r_f}{x_{Rd}} \cdot (e_q + x_d \cdot i_d + r \cdot i_q) \Big|_{i_d=i_q=0} = e_q \cdot \frac{r_f}{x_{Rd}} = 1 \cdot \frac{r_f}{x_{Rd}} = \frac{0,000716}{1,81} = 3,9558 \cdot 10^{-4} \quad (6.107)$$

$$p_{mech} = e_N \cdot y \cdot \cos(\varphi) + r \cdot y^2 \Big|_{y=0} = 0$$

Betrieb mit $x = 0,5$ und $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ sowie $e_N = 1$

In der Praxis, d. h. im Rahmen von Kraftwerksfahrplänen oder bei primärgeregelten Kraftwerken, erfolgt die Verringerung oder Erhöhung der Turbinenleistung nicht sprunghaft, sondern stets mit einer Zeitkonstanten. Die sprunghafte Anregung dient der Veranschaulichung der dynamischen Systemeigenschaften. Mit den Daten gemäß **Bild 6.11** und einem angenommenen gesamten Massenträgheitsmoment des Turbosatzes von $J = 20000 \text{ kgm}^2$ erhält man:

$$e_N = 1 \quad z = 1 \quad y = \frac{x}{e_N \cdot z} = \frac{0,5}{1 \cdot 1} = 0,5$$

$$\vartheta = 26,04^\circ$$

$$i_d = 0,44517 \quad i_q = 0,22765$$

$$e_d = 0,43909 \quad e_q = 0,89844$$

$$e_f = 0,00070414 \quad i_f = 0,98343 \quad e_p = 1,78$$

$$p_{mech} = 0,40015 \quad p_{el} = 0,4$$

$$J = 4781 \text{ kgm}^2 \quad H_{Gen} = \frac{\frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2}{S} = \frac{2,3593 \cdot 10^8 \text{ Nm}}{705 \text{ MVA s}^2} = 334,7 \text{ ms} \quad 2 H_{Gen} \omega_0 = G = 210,27$$

$$J = 20000 \text{ kgm}^2 \quad H_{ges} = \frac{\frac{1}{2} J \cdot \Omega_0^2}{S} = \frac{0,98696 \cdot 10^9 \text{ Nm}}{705 \text{ MVA s}^2} = 1,4 \text{ s} \quad 2 H_{ges} \omega_0 = G = 879,65$$

Bild 6.12 zeigt deutlich, dass der Sollwert $e_N \cdot y \cdot \cos(\varphi) = 0,4$ für die elektrische Einspeiseleistung durch die tatsächliche Leistung p_{el} an den Klemmen des Generators nach einem Einschwingvorgang exakt erreicht wird.

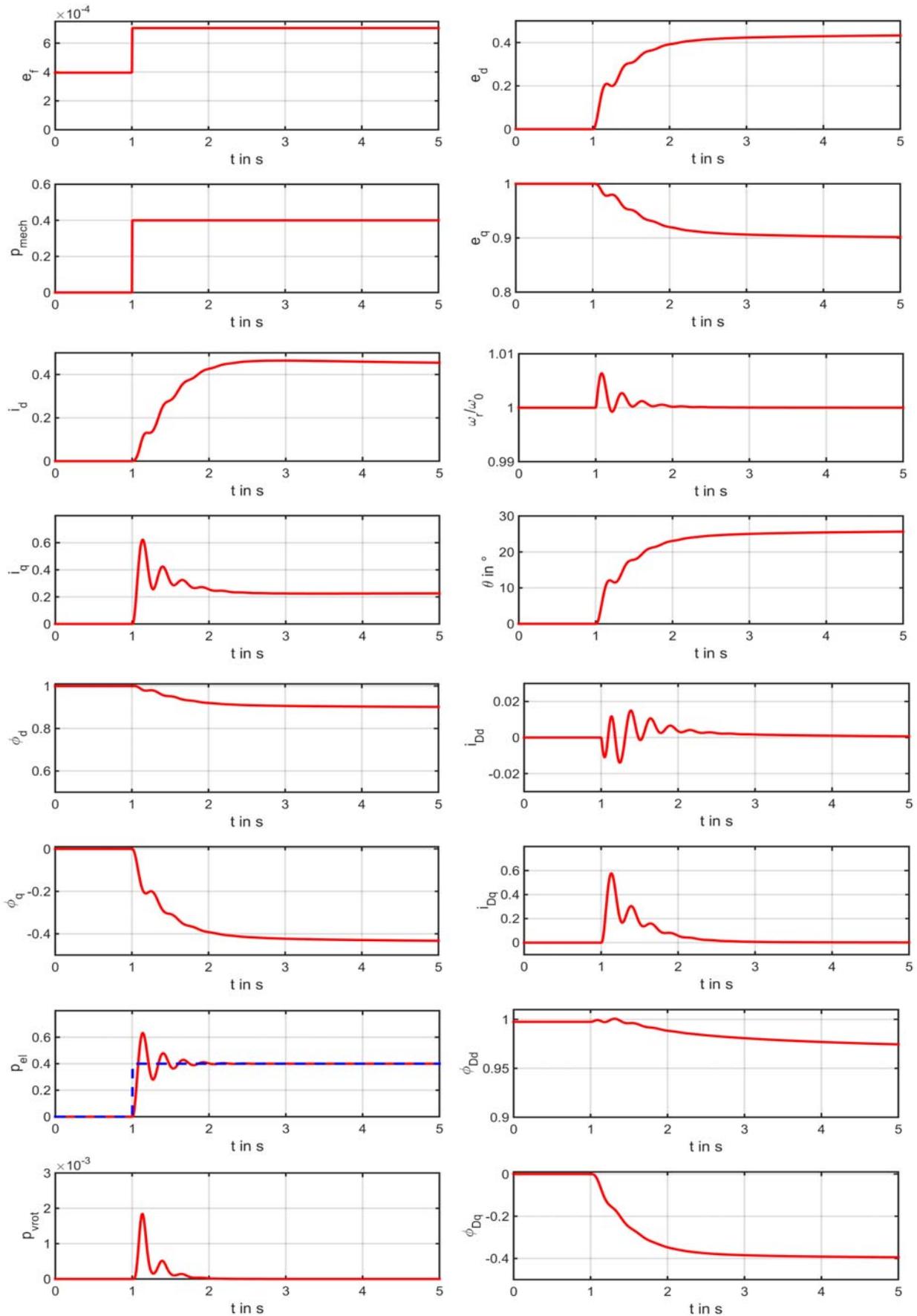


Bild 6.12 Zeitverläufe einiger Größen des Modells gemäß (6.89) für den Fall des Betriebs mit $x = 0,5$ ausgehend vom Leerlauf mit $x = 0$ bei $\cos(\varphi) = 0,8$ und $e_N = 1$ und $H = 1,4$ s

6.6 Heffron-Phillips-Modell für Stabilitätsuntersuchungen

6.6.1 Allgemeiner Ansatz zur Linearisierung

Ganz allgemein lassen sich technische Systeme oft durch ein System von Differenzialgleichungen der Form

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (6.108)$$

darstellen. Hierbei ist \mathbf{x} der Vektor der N Zustandsvariablen und \mathbf{u} der Vektor der M Eingangsgrößen. Im stationären Zustand verschwinden die zeitlichen Ableitungen und es ist:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}_0 = f(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = 0 \quad (6.109)$$

Betrachtet man kleine Abweichungen vom stationären Zustand ($\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}$ und $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}$), so erhält man

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}) &= \frac{d}{dt} \Delta \mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}) \\ &\approx f(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_N} \Delta u_N \end{aligned} \quad (6.110)$$

Hierbei wird die Funktion $f(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u})$ in eine Taylor-Reihe entwickelt, die nach dem linearen Glied abgebrochen wird. Daraus ergibt sich unmittelbar die allgemeine Linearisierungsbeziehung:

$$\frac{d}{dt} \Delta x_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_N} \Delta u_N. \quad (6.111)$$

6.6.2 Entwicklung des Heffron-Phillips-Modells

Ausgangspunkt ist die Betrachtung eines Generators, der über einen Transformator und eine elektrisch kurze Leitung an ein starres Netz (engl. Infinite bus) angeschlossen ist. Transformator und Leitung wirken mit dem Widerstand R_E und der Reaktanz X_E (**Bild 6.13**). Grundlage für das sogenannte Heffron-Phillips-Modell sind die folgenden Annahmen:

- transiente Vorgänge in Dämpferwicklungen werden vernachlässigt,
- ohmscher Widerstand der Statorwicklungen wird vernachlässigt,
- Sättigungseffekte werden nicht betrachtet,
- transformatorische Spannungsterme werden gegenüber den induzierten Spannungen vernachlässigt.

Aus Gleichung (6.89) ergibt sich daraus mit $x_{\text{ofDd}} = 0$, d. h. $x_{fDd} = x_{Rd}$ gemäß Gleichung (6.69):

$$\begin{aligned} e_d &= -\varphi_q & e_q &= \varphi_d & e_f &= \frac{d}{dt} \varphi_f + r_f \cdot i_f \\ \varphi_d &= -X_d \cdot i_d + X_{Rd} \cdot i_f & \varphi_q &= -X_q \cdot i_q \\ \varphi_f &= -X_{Rd} \cdot i_d + X_{ff} \cdot i_f = -X_{Rd} \cdot i_d + (X_f + X_{Rd}) \cdot i_f \end{aligned} \quad (6.112)$$

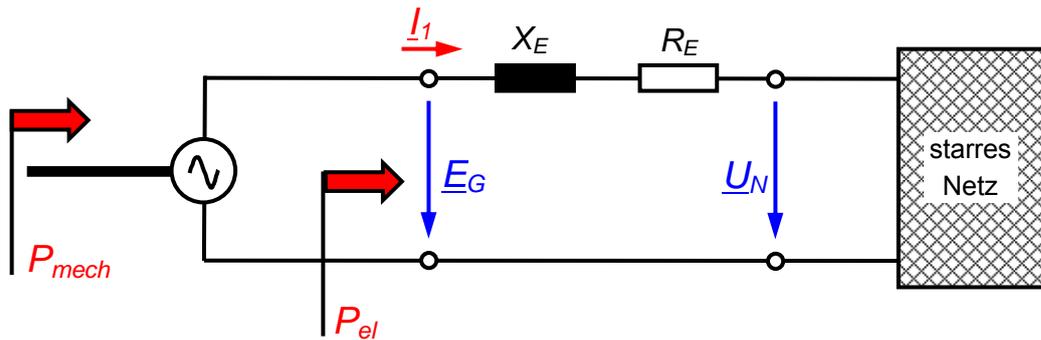


Bild 6.13 Anschluß des Synchrongenerators an ein starres Netz

Aus **Bild 6.13** ergibt sich direkt:

$$\underline{E}_G = \underline{U}_N + (R_E + jX_E) \cdot \underline{I}_1 = E_d + jE_q = U_d + jU_q + (R_E + jX_E) \cdot (I_d + jI_q) \quad , \quad (6.113)$$

normiert ergibt sich daraus

$$\frac{E_d}{U_{Y0}} + j \frac{E_q}{U_{Y0}} = \frac{U_d}{U_{Y0}} + j \frac{U_q}{U_{Y0}} + \left(\frac{R_E \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} + j \frac{X_E \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} \right) \cdot \left(\frac{I_d}{I_{L0}} + j \frac{I_q}{I_{L0}} \right) \quad (6.114)$$

und getrennt nach Real- und Imaginärteil:

$$\begin{aligned} e_d &= u_d + r_E \cdot i_d - x_E \cdot i_q & e_q &= u_q + r_E \cdot i_q + x_E \cdot i_d \\ \text{mit } u_d &= u_0 \cdot \sin(\vartheta) & u_q &= u_0 \cdot \cos(\vartheta) \quad \text{und } u_0 = \frac{U_N}{U_{Y0}} \end{aligned} \quad (6.115)$$

Die Linearisierung der Bewegungsgleichung (6.85) durch den allgemeinen Linearisierungsansatz (6.111) führt auf:

$$\frac{d}{dt^*} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = \frac{1}{2H\omega_0} \left[\Delta p_T - \Delta p_{el} - K_D \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \right] \quad (6.116)$$

Die Gleichung (6.80) modifiziert sich durch die Linearisierung zu:

$$\frac{d}{dt^*} \Delta\vartheta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (6.117)$$

Bild 6.14 zeigt die Umsetzung der beiden Bewegungsgleichungen in ein regelungstechnisches Strukturbild.

Die Änderung der Turbinenleistung Δp_T kann als Störgröße aufgefasst werden. Im nächsten Schritt muss die Änderung der vom Generator abgegebenen Leistung bestimmt werden. Ausgangspunkt ist Gleichung (6.75). Gemäß den Voraussetzungen vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$p_{el} = \varphi_d \cdot i_q - \varphi_q \cdot i_d \quad (6.118)$$

Die Linearisierung dieser Gleichung führt auf

$$\Delta p_{el} = \varphi_{d0} \cdot \Delta i_q + i_{q0} \cdot \Delta \varphi_d - (\varphi_{q0} \cdot \Delta i_d + i_{d0} \cdot \Delta \varphi_q) \quad (6.119)$$

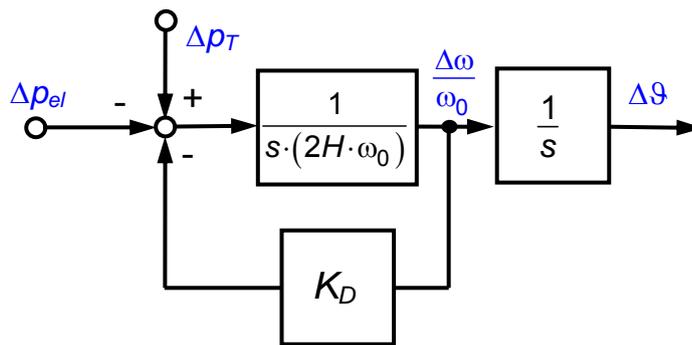


Bild 6.14 Umsetzung der Bewegungsgleichungen (6.116) und (6.117) in ein regelungstechnisches Strukturbild

Aus Gleichung (6.112) folgt:

$$e_q = \varphi_d = \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \cdot \varphi_f - \left(x_{\sigma d} + \frac{x_{Rd} \cdot x_f}{x_{Rd} + x_f} \right) \cdot i_d \quad (6.120)$$

$$e_d = -\varphi_q = x_q \cdot i_q$$

Damit können in Gleichung (6.115) die Größen e_d und e_q eliminiert werden und man erhält für die Ströme i_d und i_q

$$i_d = \frac{u_0 \cdot (-r_E \sin \vartheta - x_{Tq} \cos \vartheta) + \left(\frac{x_{Rd} \cdot x_{Tq}}{x_{Rd} + x_f} \right) \cdot \varphi_f}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}}$$

$$i_q = \frac{u_0 \cdot (x_{Td} \sin \vartheta - r_E \cos \vartheta) + \left(\frac{x_{Rd} \cdot r_E}{x_{Rd} + x_f} \right) \cdot \varphi_f}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \quad (6.121)$$

mit

$$x_{Tq} = x_q + x_E \quad x_{Td} = x_E + x_{\sigma d} + \underbrace{\frac{x_{Rd} \cdot x_f}{x_{Rd} + x_f}}_{x_d} = x_E + x_d'$$

In **Bild 6.15** ist die physikalische Interpretation der Gesamtreaktanz aus $x_{\sigma d}$ und der Parallelschaltung von x_{Rd} und x_f dargestellt. Diese Gesamtreaktanz wirkt nachdem bei einem Ausgleichsvorgang die Dämpferwicklung der d-Achse unwirksam geworden ist. Übrig bleibt die transiente Reaktanz x_d' . Sie stellt eine wichtige Größe dar und wird im Prüfprotokoll eines Synchrongenerators angegeben.

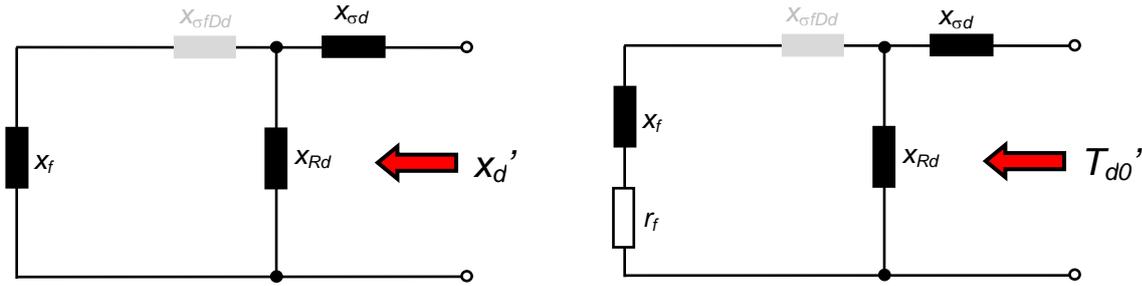


Bild 6.15 Physikalische Interpretation der transienten Reaktanz x_d' und der transienten Leerlaufzeitkonstanten T_{d0}'

Nun können die in Gleichung (6.119) erforderlichen Größen $\Delta\varphi_d$, $\Delta\varphi_q$, Δi_d und Δi_q durch Linearisierung der Gleichungen (6.120) und (6.121) bestimmt werden.

$$\Delta\varphi_d = \frac{X_{Rd}}{X_{Rd} + X_f} \cdot \Delta\varphi_f - \left(X_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f}{X_{Rd} + X_f} \right) \cdot \Delta i_d \quad (6.122)$$

$$\Delta\varphi_q = -X_q \cdot \Delta i_q$$

$$\Delta i_d = \frac{u_0 \cdot (-r_E \cos \vartheta_0 + X_{Tq} \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta\vartheta + \frac{\left(\frac{X_{Rd} \cdot X_{Tq}}{X_{Rd} + X_f} \right)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta\varphi_f = m_1 \cdot \Delta\vartheta + m_2 \cdot \Delta\varphi_f \quad (6.123)$$

$$\Delta i_q = \frac{u_0 \cdot (X_{Td} \cos \vartheta_0 + r_E \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta\vartheta + \frac{\left(\frac{X_{Rd} \cdot r_E}{X_{Rd} + X_f} \right)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta\varphi_f = n_1 \cdot \Delta\vartheta + n_2 \cdot \Delta\varphi_f$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (6.122) und (6.123) in Gleichung (6.119) erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \Delta p_{el} = & \left[n_1 (\varphi_{d0} + i_{d0} \cdot X_q) - m_1 \left(\varphi_{q0} + i_{q0} \left(X_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f}{X_{Rd} + X_f} \right) \right) \right] \cdot \Delta\vartheta \\ & + \left[n_2 (\varphi_{d0} + i_{d0} \cdot X_q) - m_2 \left(\varphi_{q0} + i_{q0} \left(X_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f}{X_{Rd} + X_f} \right) \right) + i_{q0} \frac{X_{Rd}}{X_{Rd} + X_f} \right] \cdot \Delta\varphi_f \end{aligned} \quad (6.124)$$

Für die stationären Größen sich noch Vereinfachungen möglich:

$$\varphi_{d0} + i_{d0} \cdot X_q = e_{q0} + i_{d0} \cdot X_q := E_{q0}$$

$$\varphi_{q0} + i_{q0} \left(X_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f}{X_{Rd} + X_f} \right) = -X_q \cdot i_{q0} + i_{q0} \cdot X_d' = -(X_q - X_d') \cdot i_{q0} \quad (6.125)$$

Damit vereinfacht sich die Linearisierung der Leistungsgleichung etwas:

$$\Delta p_{el} = K_1 \cdot \Delta \vartheta + K_2^* \cdot \Delta \varphi_f \quad (6.126)$$

mit

$$K_1 = \frac{E_{q0} u_0 (x_{Td} \cos \vartheta_0 + r_E \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} + \frac{i_{q0} u_0 (x_{Tq} \sin \vartheta_0 - r_E \cos \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} (x_q - x'_d) \quad (6.127)$$

$$K_2^* = \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \left(\frac{E_{q0} \cdot r_E + i_{q0} \cdot (r_E^2 + (x_q + x_E)^2)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right)$$

Das Strukturbild gemäß **Bild 6.14** kann damit erweitert werden.

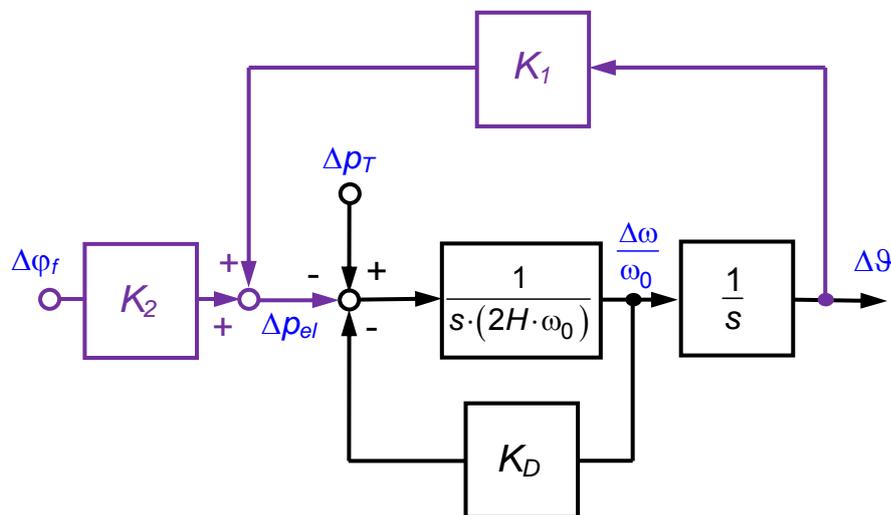


Bild 6.16 Umsetzung der Bewegungsgleichungen (6.116) und (6.117) sowie der linearisierten Leistungsgleichung (6.126) in ein regelungstechnisches Strukturbild

Im nächsten Schritt müssen die Gleichungen abgeleitet werden, aus denen sich der Fluss φ_f in der Erregerwicklung ergibt. Aus den Gleichungen (6.112) folgt:

$$\frac{d}{dt^*} \varphi_f = e_f - r_f \cdot i_f \quad \text{und} \quad i_f = \frac{\varphi_f + x_{Rd} \cdot i_d}{x_f + x_{Rd}} ; \quad (6.128)$$

durch Einsetzen der beiden Gleichungen erhält man

$$\frac{d}{dt^*} \varphi_f = e_f - \frac{r_f}{x_f + x_{Rd}} \cdot \varphi_f - \frac{r_f \cdot x_{Rd}}{x_f + x_{Rd}} \cdot i_d \quad (6.129)$$

Die Linearisierung dieser Gleichung führt auf:

$$\frac{d}{dt^*} \Delta \varphi_f = \Delta e_f - \frac{r_f}{x_f + x_{Rd}} \cdot \Delta \varphi_f - \frac{r_f \cdot x_{Rd}}{x_f + x_{Rd}} \cdot \Delta i_d \quad (6.130)$$

Der Ausdruck für Δi_d ist mit Gleichung (6.123) bereits bekannt. Damit kann die Gleichung (6.130) einer Laplacetransformation unterzogen werden und man erhält:

$$\Delta \varphi_f(s) = \frac{K_3^*}{1 + sT_3^*} \left[\Delta e_f(s) - K_4^* \cdot \Delta \vartheta(s) \right] \quad (6.131)$$

mit

$$K_3^* = T_3 = \frac{x_f + x_{Rd}}{r_f \cdot (1 + x_{Rd} \cdot m_2)} = \frac{x_f + x_{Rd}}{r_f \cdot \left(1 + \frac{x_{Tq}}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \cdot \frac{x_{Rd}^2}{x_{Rd} + x_f} \right)} = \frac{x_f + x_{Rd}}{r_f \cdot \left(1 + \frac{x_{Tq} (x_d - x_d')}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right)}$$

$$\text{und } K_4^* = \frac{r_f \cdot x_{Rd}}{x_f + x_{Rd}} \cdot m_1 = \frac{r_f \cdot x_{Rd}}{x_f + x_{Rd}} \cdot \frac{u_0 \cdot (-r_E \cos \vartheta_0 + x_{Tq} \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \quad (6.132)$$

$$= \frac{r_f}{x_{Rd}} \cdot \frac{u_0 (x_d - x_d') \cdot (x_{Tq} \sin \vartheta_0 - r_E \cos \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}}$$

Hierbei ist s der normierte Laplace-Operator mit $s = p/\omega_0$. Der Term $x_{ff}/r_f = (x_f + x_{Rd})/r_f$ entspricht der transienten Leerlaufzeitkonstanten T_{d0}' (**Bild 6.15**). Damit erhält man

$$T_3 = \frac{x_f + x_{Rd}}{r_f \cdot \left(1 + \frac{x_{Tq} (x_d - x_d')}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right)} = T_{d0}' \frac{1}{1 + \frac{x_{Tq} (x_d - x_d')}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}}} \quad (6.133)$$

In der Literatur findet man anstelle der Größen Δe_f und $\Delta \varphi_f$ häufig die Größen ΔE_f und $\Delta E_q'$. Im Folgenden sollen daher die Größen ΔE_f und $\Delta E_q'$ mit den folgenden Definitionen verwendet werden:

$$\Delta E_f := \frac{x_{Rd}}{r_f} \cdot \Delta e_f(s) \quad (6.134)$$

Mit

$$\varphi_f \cdot \frac{x_{Rd}}{x_{ff}} = -x_{Rd} i_d \cdot \frac{x_{Rd}}{x_{ff}} + x_{ff} i_f \cdot \frac{x_{Rd}}{x_{ff}} = -x_{Rd} i_d \cdot \frac{x_{Rd}}{x_{ff}} + \underbrace{i_f x_{Rd}}_{e_P} = -i_d \cdot \frac{x_{Rd}^2}{x_{Rd} + x_f} + e_P := E_q' \quad (6.135)$$

erhält man

$$E_q' = \varphi_f \cdot \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} = -i_d \cdot \frac{x_{Rd}^2}{x_{Rd} + x_f} + e_P \quad (6.136)$$

wobei

$$e_P = x_{Rd} \cdot i_f \quad (6.137)$$

die sogenannte Polradspannung ist.

Gleichung (6.126) modifiziert sich dann zu

$$\Delta p_{el} = K_1 \cdot \Delta \vartheta + K_2^* \cdot \Delta \varphi_f = K_1 \cdot \Delta \vartheta + K_2^* \cdot \frac{x_{Rd} + x_f}{x_{Rd}} \cdot \left(\frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \Delta \varphi_f \right) = K_1 \cdot \Delta \vartheta + K_2 \cdot \Delta E'_q \quad (6.138)$$

mit

$$K_2 = \frac{E_{q0} \cdot r_E + i_{q0} \cdot \left(r_E^2 + (x_q + x_E)^2 \right)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \quad (6.139)$$

Gleichung (6.131) modifiziert sich bei Verwendung von $\Delta E'_q$ und $\Delta E'_q$ anstelle von Δe_f und $\Delta \varphi_f$ zu:

$$\Delta E'_q(s) = \Delta \varphi_f(s) \cdot \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} = \frac{K_3}{1 + sT_3} [\Delta E_f(s) - K_4 \cdot \Delta \vartheta(s)] \quad (6.140)$$

mit

$$K_3 = \frac{1}{1 + \frac{x_{Tq} \cdot (x_d - x'_d)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}}} \quad K_4 = \frac{u_0 (x_d - x'_d) \cdot (x_{Tq} \sin \vartheta_0 - r_E \cos \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \quad (6.141)$$

und

$$T_3 = T'_{d0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{x_{Tq} (x_d - x'_d)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}}} = T'_{d0} \cdot K_3$$

Das Strukturbild gemäß **Bild 6.14** kann damit erweitert werden:

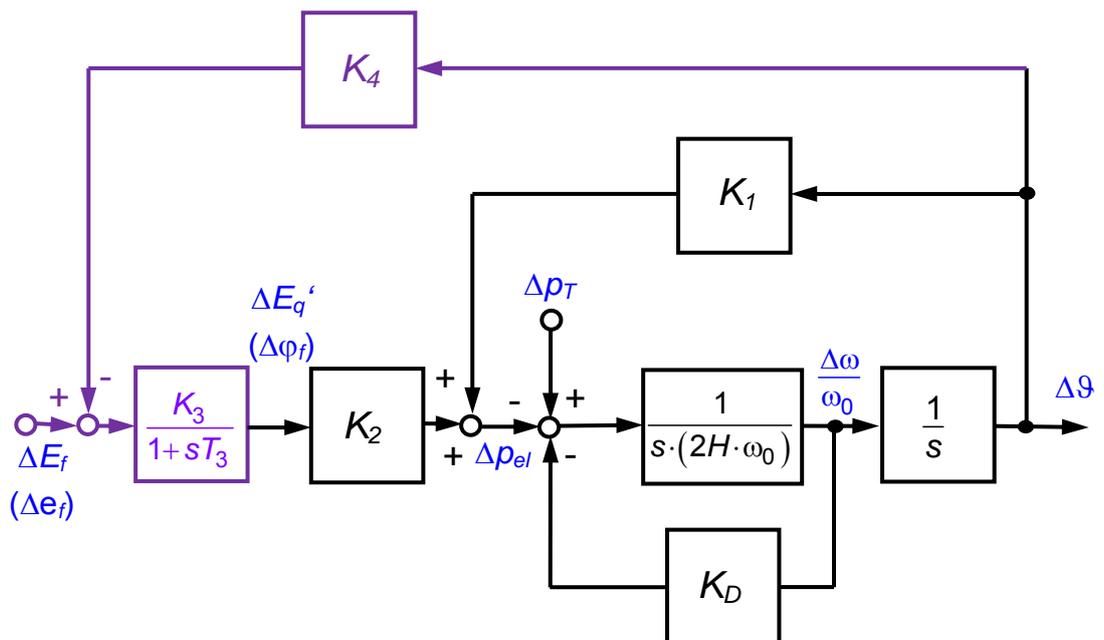


Bild 6.17 Umsetzung der Bewegungsgleichungen (6.116) und (6.117), der linearisierten Leistungsgleichung (6.126) und des Erregerflusses in ein regelungstechnisches Strukturbild

Eingangsgröße einer Erregerspannungsregelung ist die Klemmenspannung des Generators. Diese ist jedoch keine Zustandsvariable. Zustandsvariablen sind $\Delta\omega$, $\Delta\vartheta$ und $\Delta\varphi_f$. Daher muss die Klemmenspannung durch Zustandsvariablen ausgedrückt werden. Für die Klemmenspannung gilt mit (6.113) und (6.114)

$$\frac{\underline{E}_G}{U_{Y0}} = \frac{E_d}{U_{Y0}} + j \frac{E_q}{U_{Y0}} = \underline{e}_G = e_d + je_q \quad \text{und} \quad e_G^2 = e_d^2 + e_q^2 \quad (6.142)$$

Die Linearisierung der zweiten Gleichung führt auf

$$\begin{aligned} (e_{G0} + \Delta e_G)^2 &= (e_{d0} + \Delta e_d)^2 + (e_{q0} + \Delta e_q)^2 \\ &= e_{d0}^2 + 2e_{d0} \cdot \Delta e_d + (\Delta e_d)^2 + e_{q0}^2 + 2e_{q0} \cdot \Delta e_q + (\Delta e_q)^2 = e_{G0}^2 + 2e_{G0} \cdot \Delta e_G + (\Delta e_G)^2 \end{aligned} \quad (6.143)$$

Mit Gleichung (6.142) folgt

$$e_{G0} \cdot \Delta e_G = e_{d0} \cdot \Delta e_d + e_{q0} \cdot \Delta e_q \quad (6.144)$$

und damit

$$\Delta e_G = \frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot \Delta e_d + \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot \Delta e_q \quad (6.145)$$

Die Gleichungen für Δe_d und Δe_q sind bekannt. Aus Gleichung (6.120) erhält man unter Verwendung von Gleichung (6.123):

$$\Delta e_q = \Delta\varphi_d = \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \cdot \Delta\varphi_f - \underbrace{\left(x_{\sigma d} + \frac{x_{Rd} \cdot x_f}{x_{Rd} + x_f} \right)}_{x_d} \cdot (m_1 \cdot \Delta\vartheta + m_2 \cdot \Delta\varphi_f) \quad (6.146)$$

$$\Delta e_d = -\Delta\varphi_q = x_q \cdot (n_1 \cdot \Delta\vartheta + n_2 \cdot \Delta\varphi_f)$$

Insgesamt führt das auf

$$\begin{aligned} \Delta e_G &= \frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot \Delta e_d + \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot \Delta e_q \\ &= \left[\frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot x_q \cdot n_1 - \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot x_d \cdot m_1 \right] \cdot \Delta\vartheta + \left[\frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot x_q \cdot n_2 - \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot \left(x_d \cdot m_2 - \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \right) \right] \cdot \Delta\varphi_f \\ &= K_5 \cdot \Delta\vartheta + K_6^* \cdot \Delta\varphi_f \end{aligned} \quad (6.147)$$

mit

$$\begin{aligned} K_5 &= \frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot x_q \cdot \left(\frac{u_0 \cdot (x_{Td} \cos \vartheta_0 + r_E \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right) - \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot x_d \cdot \left(\frac{u_0 \cdot (-r_E \cos \vartheta_0 + x_{Tq} \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right) \\ K_6^* &= \frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot x_q \cdot \left(\frac{\left(\frac{x_{Rd} \cdot r_E}{x_{Rd} + x_f} \right)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right) - \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot \left(x_d \cdot \left(\frac{\left(\frac{x_{Rd} \cdot x_{Tq}}{x_{Rd} + x_f} \right)}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \right) - \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \right) \end{aligned} \quad (6.148)$$

Die Konstanten K_5 und K_6^* beschreiben die Änderung der Klemmenspannung Δe_G bei Änderung des Polradwinkels $\Delta \vartheta$ und des magnetischen Flusses $\Delta \varphi_f$ der Erregerwicklung. Diese Klemmenspannungsänderung wird messtechnisch erfasst. Die Meßwerterfassung wird üblicherweise mit einem PT₁-Verhalten (Zeitkonstante T_m) modelliert; an ihrem Ausgang erhält man die gemessene Klemmenspannungsänderung $\Delta e_{G,m}$. Mit einem Erregersystem $G_{ES}(s)$ wird nun die Erregerspannung so geändert, dass die vorgegebene Referenz-Klemmenspannungsänderung $\Delta e_{G,ref}$ der tatsächlichen Änderung der Klemmenspannung Δe_G entspricht. Das Erregersystem besteht aus dem Regler, meist als PI-Regler ausgeführt und dem Erregerstromrichter, der z. B. eine 6-pulsige Thyristor-Vollbrücke sein kann. Im einfachsten Fall kann man für den Erregerstromrichter ein PT₁-Verhalten ansetzen ($K_A/(1+sT_A)$). Das Strukturbild gemäß **Bild 6.14** kann damit noch einmal erweitert werden.

Bei Verwendung der Größe $\Delta E_q'$ anstelle von $\Delta \varphi_f$ ergibt sich:

$$\Delta e_G = K_5 \cdot \Delta \vartheta + K_6^* \cdot \Delta \varphi_f = K_5 \cdot \Delta \vartheta + K_6^* \cdot \frac{X_{Rd} + X_f}{X_{Rd}} \cdot \left(\frac{X_{Rd}}{X_{Rd} + X_f} \Delta \varphi_f \right) = K_5 \cdot \Delta \vartheta + K_6 \cdot \Delta E_q' \quad (6.149)$$

mit K_6 gemäß Gleichung (6.148)

$$K_6 = \frac{1}{r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}} \left[\frac{e_{d0}}{e_{G0}} \cdot x_q \cdot r_E + \frac{e_{q0}}{e_{G0}} \cdot \left(r_E^2 + x_E \cdot (x_E + x_q) \right) \right] \quad (6.150)$$

Die Bezeichnung $K_1 \dots K_6$ für die Konstanten findet man so auch üblicherweise in der Literatur.

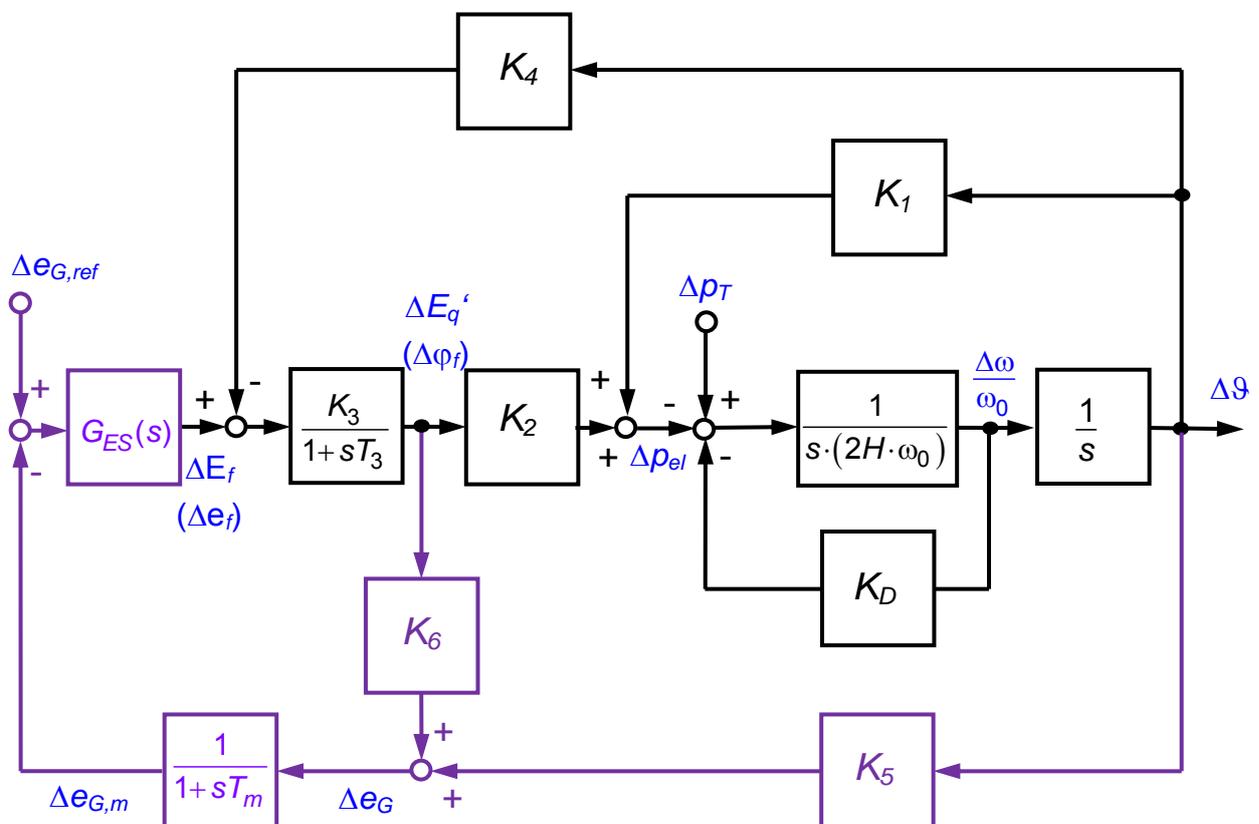


Bild 6.18 Heffron-Phillips-Modell eines Synchrongenerators mit Erregerspannungsregelung

6.6.3 Heffron-Philipps-Modell bei variabler Leitungsimpedanz

Zur Berechnung der Auswirkungen einer variablen Leitungsimpedanz durch den Einfluß von FACTS (Flexible AC Transmission System) soll wieder ein Generator betrachtet werden, der über einen Transformator (Reaktanz X_T) und eine elektrisch kurze Leitung (Reaktanz X_E), an ein starres Netz (engl. Infinite bus) angeschlossen ist (**Bild 6.13**). In dem ohmschen Widerstand R_E sind alle Verluste zusammengefasst. Da er wesentlich kleiner ist, als die Reaktanzen, wird er als konstant angesehen. Das FACTS (z. B. ein TCSC) erzeugt eine variable kapazitive Reaktanz X_{FACTS} . Die insgesamt wirksame Gesamtimpedanz ergibt sich dann zu

$$X_E = X_T + X_L - X_{FACTS} \quad \text{und} \quad \Delta X_E = -\Delta X_{FACTS}$$

mit (6.151)

$$X_E = X_E \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} \quad X_T = X_T \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} \quad X_L = X_L \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}} \quad X_{FACTS} = X_{FACTS} \cdot \frac{I_{L0}}{U_{Y0}}$$

Anstelle der Gleichung (6.123) tritt bei variabler Reaktanz X_E

$$\begin{aligned} \Delta i_d &= \frac{u_0 \cdot (X_{Tq} \sin \vartheta_0 - r_E \cos \vartheta_0)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta \vartheta + \frac{\left(\frac{X_{Rd} \cdot X_{Tq}}{X_{Rd} + X_f} \right)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta \varphi_f \\ &+ \frac{\left[\left(\frac{X_{Rd}}{X_{Rd} + X_f} \right) \varphi_{f0} - u_0 \cdot \cos \vartheta_0 \right] (r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}) - \left[\left(\frac{X_{Rd} \cdot X_{Tq}}{X_{Rd} + X_f} \right) \varphi_{f0} - u_0 \cdot (r_E \sin \vartheta_0 + X_{Tq} \cos \vartheta_0) \right] (X_{Td} + X_{Tq})}{(r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq})^2} \cdot \Delta X_E \\ &= m_1 \cdot \Delta \vartheta + m_2 \cdot \Delta \varphi_f + m_3 \cdot \Delta X_E \\ \Delta i_q &= \frac{u_0 \cdot (X_{Td} \cos \vartheta_0 + r_E \sin \vartheta_0)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta \vartheta + \frac{\left(\frac{X_{Rd} \cdot r_E}{X_{Rd} + X_f} \right)}{r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}} \cdot \Delta \varphi_f \\ &+ \frac{u_0 \cdot \sin \vartheta_0 [r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq}] - \left[u_0 \cdot (X_{Td} \sin \vartheta_0 - r_E \cos \vartheta_0) + \left(\frac{X_{Rd} \cdot r_E}{X_{Rd} + X_f} \right) \cdot \varphi_{f0} \right] (X_{Td} + X_{Tq})}{(r_E^2 + X_{Td} \cdot X_{Tq})^2} \cdot \Delta X_E \\ &= n_1 \cdot \Delta \vartheta + n_2 \cdot \Delta \varphi_f + n_3 \cdot \Delta X_E \end{aligned} \quad (6.152)$$

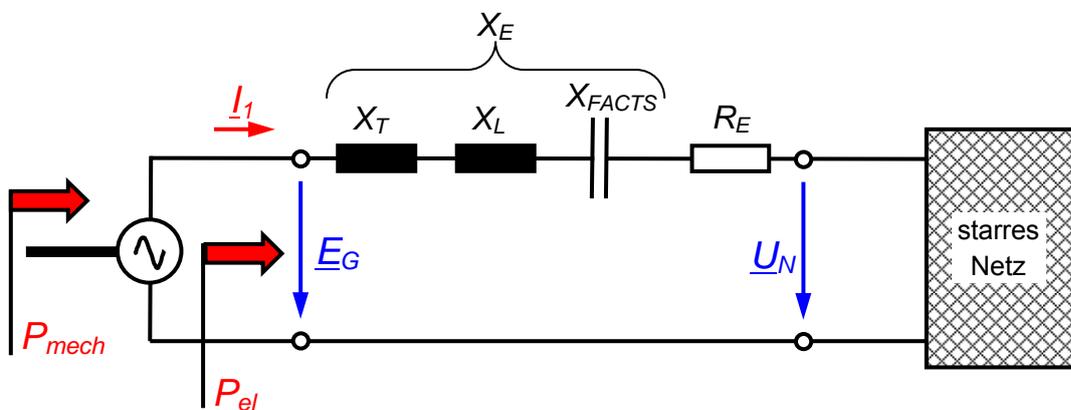


Bild 6.19 Anschluß eines Synchrongenerators an ein starres Netz über einen Transformator, eine Leitung und ein FACTS

Durch Einsetzen der Gleichungen (6.122) und (6.152) in Gleichung (6.119) erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \Delta p_{el} = & \left[n_1 (\varphi_{d0} + i_{d0} \cdot x_q) - m_1 \left(\varphi_{q0} + i_{q0} \left(x_{\sigma d} + \frac{x_{Rd} \cdot x_f}{x_{Rd} + x_f} \right) \right) \right] \cdot \Delta \vartheta \\ & + \left[n_2 (\varphi_{d0} + i_{d0} \cdot x_q) - m_2 \left(\varphi_{q0} + i_{q0} \left(x_{\sigma d} + \frac{x_{Rd} \cdot x_f}{x_{Rd} + x_f} \right) \right) + i_{q0} \frac{x_{Rd}}{x_{Rd} + x_f} \right] \cdot \Delta \varphi_f \cdot (6.153) \\ & + \left[n_3 (\varphi_{d0} + i_{d0} \cdot x_q) - m_3 \left(\varphi_{q0} + i_{q0} \left(x_{\sigma d} + \frac{x_{Rd} \cdot x_f}{x_{Rd} + x_f} \right) \right) \right] \cdot \Delta x_E \end{aligned}$$

In Anlehnung an (6.138) erhält man dann

$$\Delta p_{el} = K_1 \cdot \Delta \vartheta + K_2 \cdot \Delta E'_q + K_P \cdot \Delta x_E \quad (6.154)$$

und den Konstanten K_1 und K_2 gemäß den Gleichungen (6.127) und (6.139) und sowie

$$\begin{aligned} K_P = E_{q0} \cdot & \frac{u_0 \cdot \sin \vartheta_0 [r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}] - [u_0 \cdot (x_{Td} \sin \vartheta_0 - r_E \cos \vartheta_0) + E'_{q0}] (x_{Td} + x_{Tq})}{(r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq})^2} \cdot (6.155) \\ & + i_{q0} (x_q - x'_d) \frac{[E'_{q0} - u_0 \cdot \cos \vartheta_0] (r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}) - [E'_{q0} - u_0 \cdot (r_E \sin \vartheta_0 + x_{Tq} \cos \vartheta_0)] (x_{Td} + x_{Tq})}{(r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq})^2} \end{aligned}$$

Gemäß Gleichung (6.112) ist

$$i_{f0} = \frac{e_{q0} + x_d \cdot i_{d0}}{x_{Rd}} \quad (6.156)$$

und damit entsprechend der definition von E_q' durch Gleichung (6.136)

$$\begin{aligned} E'_{q0} = & -i_{d0} \cdot \frac{x_{Rd}^2}{x_{Rd} + x_f} + e_{p0} = -i_{d0} \cdot \frac{x_{Rd}^2}{x_{Rd} + x_f} + x_{Rd} \cdot i_{f0} \\ & = e_{q0} + i_{d0} \cdot x'_d \end{aligned} \quad (6.157)$$

Auch Gleichung (6.140) modifiziert sich:

$$\Delta E'_q(s) = \frac{K_3}{1 + sT_3} [\Delta E_f(s) - K_4 \cdot \Delta \vartheta(s) - K_q \cdot \Delta x_E(s)] \quad (6.158)$$

mit den Konstanten K_3 , T_3 und K_4 gemäß der Gleichung (6.141) sowie

$$K_q = (x_d - x'_d) \cdot \frac{[E'_{q0} - u_0 \cdot \cos \vartheta_0] (r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq}) - [E'_{q0} - u_0 \cdot (r_E \sin \vartheta_0 + x_{Tq} \cos \vartheta_0)] (x_{Td} + x_{Tq})}{(r_E^2 + x_{Td} \cdot x_{Tq})^2} \cdot (6.159)$$

6.6.4 Modellparameter für einen 705-MVA-Synchrongenerator

Der Generator speist über einen 705-MVA-Transformator und eine 50 km lange 400-kV-Freileitung in das als starr angenommene 400-kV-Netz ein. Die Daten des Transformators in der Nennstellung des Stufenschalters und die Leitungsdaten sind:

705-MVA-Transformator:

Nenn-Übersetzung: 420/21 kV

Leerlaufverluste: $P_0 = 134,5$ kW

Kurzschlussverluste: $P_{k,75} = 2187$ kW (bei 75 °C)¹

Rel. Kurzschlussimpedanz: $u_k = 16,95$ %

400-kV-Freileitung:

R_B' : 0,025 Ω /km

X_B' : 0,26 Ω /km

Damit erhält man bezogen auf die Spannungsebene von 21 kV:

$$X_T = u_k \cdot \frac{U_{2N}^2}{S_N} = 0,1695 \cdot \frac{(21 \text{ kV})^2}{705 \text{ MVA}} = 0,106 \text{ } \Omega$$

$$x_T = \frac{X_E \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} = \frac{0,106 \text{ } \Omega \cdot 19382 \text{ A} \cdot \sqrt{3}}{21000 \text{ V}} = 0,199$$

$$R_T = \frac{P_{k,75}}{I_2^2} \stackrel{I=I_{2N}}{=} \frac{P_{k,75}}{I_{2N}^2} = \frac{2187 \text{ kW}}{(19382 \text{ A})^2} = 5,82 \text{ m}\Omega$$

$$r_T = \frac{R_E \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} = \frac{5,82 \text{ m}\Omega \cdot 19382 \text{ A} \cdot \sqrt{3}}{21000 \text{ V}} = 0,0109$$

$$X_L = L \cdot X_B' \cdot \dot{u}^2 = 50 \text{ km} \cdot 0,26 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot \left(\frac{21}{400}\right)^2 = 0,036 \text{ } \Omega$$

$$x_L = \frac{X_E \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} = \frac{0,036 \text{ } \Omega \cdot 19382 \text{ A} \cdot \sqrt{3}}{21000 \text{ V}} = 0,0573$$

$$R_L = L \cdot R_B' \cdot \dot{u}^2 = 50 \text{ km} \cdot 0,025 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot \left(\frac{21}{400}\right)^2 = 3,45 \text{ m}\Omega$$

$$r_L = \frac{R_E \cdot I_{L0}}{U_{Y0}} = \frac{3,45 \text{ m}\Omega \cdot 19382 \text{ A} \cdot \sqrt{3}}{21000 \text{ V}} = 0,0055$$

und damit $r_E = 0,0164$ $x_E = 0,2563$

Der betrachtete Arbeitspunkt sei wieder der Betrieb mit $x = 0,5$ und $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ sowie $e_{G0} = 1$.

Parameter	e_{d0}	e_{q0}	e_{G0}	u_{d0}	u_{q0}	u_0	E_{q0}'	I_{L0}
Wert	0,43909	0,89844	1	0,49014	0,78061	0,92173	1,02354	27410,96 A
Parameter	i_{d0}	i_{q0}	E_{q0}	ϑ_{G0}	ϑ_0	T_{d0}' [s]	i_{f0}	U_{Y0}
Wert	0,44517	0,22765	1,75762	26,0458°	32,124°	9,099	0,56549	17146,43 V

Parameter	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	T_{d0}'	K_p	K_q
Wert	0,97771	0,95069	0,2403	1,531	0,080808	0,44051	2858,53	-3,0952	2,6679
Parameter		K_2^*	K_3^*	K_4^*		K_6^*	T_3	K_v	
Wert		0,8939	646,07	$5,536 \cdot 10^{-4}$		0,41419	686,92	-2,173	

Bild 6.21 Berechnete Parameter des in Abschnitt 6.5 beispielhaft betrachteten 705-MVA-Synchrongenerators für den Betriebspunkt $x = 0,5$, $\cos(\varphi) = \cos(\varphi_0) = 0,8$ und $e_{G0} = 1$

¹ Die Verluste des Transformators müssten genau genommen auf die Wicklungstemperatur des Transformators umgerechnet werden. Der Vereinfachung wegen wird jedoch auf diesen Schritt verzichtet.

6.7 Modellierung der Synchronmaschine im transienten und subtransienten Bereich

6.7.1 Beschreibung der Synchronmaschine durch Operatoren

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtung ist das allgemeine Gleichungssystem (6.89) der Synchronmaschine in normierter Darstellung. Dieses Gleichungssystem ist nichtlinear und damit nur numerisch lösbar. Die Operatorengleichungen gelten für konstante Drehzahl $\omega_r = \omega_0$ und sind dann bei Vernachlässigung der Sättigung linear. Bei der Laplacetransformation der zeitlichen Ableitung tritt neben der Laplacetransformierten auch der Anfangswert der Gleichung auf. Um die Beziehungen unabhängig von diesen Anfangswerten zu machen, werden nur Änderungen der Größen berücksichtigt. Aufgrund der Linearität des Gleichungssystems ist die Gültigkeit der folgenden Gleichungen jedoch nicht nur auf kleine Änderungen beschränkt. Aus Gleichung (6.89) folgt durch Anwendung der Laplacetransformation:

d-Achse:

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi_d(s) \\ \Delta\varphi_f(s) \\ \Delta\varphi_{Dd}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_d & x_{fDd} & x_{Rd} \\ -x_{Rd} & x_{ff} & x_{Ddf} \\ -x_{Rd} & x_{Rd} & x_{DdDd} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta i_d(s) \\ \Delta i_f(s) \\ \Delta i_{Dd}(s) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta e_f(s) \\ 0 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} \Delta\varphi_f(s) \\ \Delta\varphi_{Dd}(s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_f & 0 \\ 0 & r_{Dd} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta i_f(s) \\ \Delta i_{Dd}(s) \end{pmatrix}$$

zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse:

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi_q(s) \\ \Delta\varphi_{Dq1}(s) \\ \Delta\varphi_{Dq2}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_q & x_{Rq} & x_{Rq} \\ -x_{Rq} & x_{Dq1Dq1} & x_{Rq} \\ -x_{Rq} & x_{Rq} & x_{Dq2Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta i_q(s) \\ \Delta i_{Dq1}(s) \\ \Delta i_{Dq2}(s) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} \Delta\varphi_{Dq1}(s) \\ \Delta\varphi_{Dq2}(s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_{Dq1} & 0 \\ 0 & r_{Dq2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta i_{Dq1}(s) \\ \Delta i_{Dq2}(s) \end{pmatrix}$$

eine Dämpferwicklung in der q-Achse:

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi_q(s) \\ \Delta\varphi_{Dq}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_q & x_{Rq} \\ -x_{Rq} & x_{DqDq} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta i_q(s) \\ \Delta i_{Dq}(s) \end{pmatrix}$$

$$0 = s \cdot \Delta\varphi_{Dq}(s) + r_{Dd} \cdot \Delta i_{Dq}(s)$$

(6.162)

Das obige Gleichungssystem kann durch gegenseitiges Einsetzen in die Gestalt

$$\Delta\varphi_d(s) = G(s) \cdot \Delta e_f(s) - x_d(s) \cdot \Delta i_d(s)$$

(6.163)

$$\Delta\varphi_q(s) = -x_q(s) \cdot \Delta i_q(s)$$

gebracht werden. In dieser Darstellung der Gleichungen sind die nicht zugänglichen Ströme $\Delta i_{Dd}(s)$ und $\Delta i_{Dq}(s)$ in den Dämpferwicklungen sowie die magnetischen Flüsse im Läufer $\Delta\varphi_{Dd}(s)$,

$\Delta\varphi_{Dq}(s)$ und $\Delta\varphi_f(s)$ eliminiert. Unter der bereits erwähnten Voraussetzung $\omega_r = \omega_0$ wird die elektrische Dynamik der Maschine mit diesen Gleichungen vollständig beschrieben.

Man erhält folgende Ergebnisse für die Operatoren $G(s)$, $x_d(s)$ und $x_q(s)$:

d-Achse:

$$G(s) = \frac{x_{Rd} \cdot \left(1 + s \cdot \frac{x_D}{r_{Dd}}\right)}{r_f \cdot \left(1 + s \cdot \left(\frac{x_f + x_{Ddf}}{r_f} + \frac{x_D + x_{fDd}}{r_{Dd}}\right) + s^2 \cdot \left(\frac{x_f x_D + x_D x_{Ddf} + x_f x_{fDd}}{r_{Dd} \cdot r_f}\right)\right)}$$

$$x_d(s) = x_d \cdot \frac{1 + s \cdot \left(\frac{x_f + x_{Ddf}}{r_f} + \frac{x_D + x_{fDd}}{r_{Dd}}\right) + s^2 \cdot \left(\frac{x_f x_D + x_D x_{Ddf} + x_f x_{fDd}}{r_{Dd} \cdot r_f}\right) - \frac{x_{Rd}^2 \cdot x_D + x_f}{x_d \cdot r_{Dd} \cdot r_f}}{1 + s \cdot \left(\frac{x_f + x_{Ddf}}{r_f} + \frac{x_D + x_{fDd}}{r_{Dd}}\right) + s^2 \cdot \left(\frac{x_f x_D + x_D x_{Ddf} + x_f x_{fDd}}{r_{Dd} \cdot r_f}\right)}$$

zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse:

$$x_q(s) = x_q \cdot \frac{1 + s \cdot \left(\frac{x_{Q1} + x_{Rq} \frac{x_{\sigma q}}{x_q}}{r_{Dq1}} + \frac{x_{Q2} + x_{Rq} \frac{x_{\sigma q}}{x_q}}{r_{Dq2}}\right) + s^2 \cdot \left(\frac{x_{Q1} x_{Q2} + x_{Rq} (x_{Q1} + x_{Q2})}{r_{Dq1} \cdot r_{Dq2}} - \frac{x_{Rq}^2 \cdot x_{Q1} + x_{Q2}}{x_q \cdot r_{Dq1} \cdot r_{Dq2}}\right)}{1 + s \cdot \left(\frac{x_{Q1} + x_{Rq}}{r_{Dq1}} + \frac{x_{Q2} + x_{Rq}}{r_{Dq2}}\right) + s^2 \cdot \left(\frac{x_{Q1} x_{Q2} + x_{Rq} (x_{Q1} + x_{Q2})}{r_{Dq1} \cdot r_{Dq2}}\right)}$$

eine Dämpferwicklung in der q-Achse:

$$x_q(s) = x_q \cdot \frac{1 + s \cdot \left(\frac{x_Q + x_{Rq} \frac{x_{\sigma q}}{x_q}}{r_{Dq}}\right)}{1 + s \cdot \left(\frac{x_Q + x_{Rq}}{r_{Dq}}\right)} \quad (6.164)$$

Diese Gleichungen 2. Grades in s lassen sich durch die charakteristischen Zeitkonstanten T_d' , T_d'' , T_q' und T_q'' sowie T_{d0}' , T_{d0}'' , T_{q0}' und T_{q0}'' ausdrücken, die für das Ersatzschaltbild eine wesentliche Bedeutung haben und deshalb üblicherweise vom Hersteller der Generatoren angegeben werden. Sie haben auch eine physikalische Bedeutung, die aus den Ersatzschaltungen der d- und q-Achse hervorgeht (**Bild 6.22**):

d-Achse:

T_d' : transiente Kurzschlusszeitkonstante

T_{d0}' : transiente Leerlaufzeitkonstante

T_d'' : subtransiente Kurzschlusszeitkonstante

T_{d0}'' : subtransiente Leerlaufzeitkonstante

q-Achse:

T_q' : transiente Kurzschlusszeitkonstante

T_{q0}' : transiente Leerlaufzeitkonstante

T_q'' : subtransiente Kurzschlusszeitkonstante

T_{q0}'' : subtransiente Leerlaufzeitkonstante

Die charakteristischen Generatorzeitkonstanten T_d' , T_d'' , T_q' und T_q'' sind in der hier vorliegenden Darstellung dimensionslos, da sämtliche ohmschen Widerstände und Reaktanzen ebenfalls dimensionslos sind. Konsequenterweise ist dann auch der Laplace-Operator $s = j \cdot (\omega_r / \omega_0)$ dimensionslos.

Der Ansatz

d-Achse:

$$G(s) = G_0 \cdot \frac{1 + s \cdot T_{kd}}{(1 + s \cdot T_{d0}') \cdot (1 + s \cdot T_{d0}'')} \stackrel{T_{d0}' \gg T_{d0}''}{\approx} G_0 \cdot \frac{1 + s \cdot T_{kd}}{1 + s \cdot T_{d0}' + s^2 \cdot T_{d0}' \cdot T_{d0}''}$$

$$x_d(s) = x_d \cdot \frac{(1 + s \cdot T_d') \cdot (1 + s \cdot T_d'')} (1 + s \cdot T_{d0}') \cdot (1 + s \cdot T_{d0}'') \stackrel{T_{d0}' \gg T_{d0}''}{\approx} x_d \cdot \frac{1 + s \cdot T_d' + s^2 \cdot T_d' \cdot T_d''}{1 + s \cdot T_{d0}' + s^2 \cdot T_{d0}' \cdot T_{d0}''}$$

zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse:

$$x_q(s) = x_q \cdot \frac{(1 + s \cdot T_q') \cdot (1 + s \cdot T_q'')} (1 + s \cdot T_{q0}') \cdot (1 + s \cdot T_{q0}'') \approx x_q \cdot \frac{1 + s \cdot T_q' + s^2 \cdot T_q' \cdot T_q''}{1 + s \cdot T_{q0}' + s^2 \cdot T_{q0}' \cdot T_{q0}''}$$

eine Dämpferwicklung in der q-Achse:

$$x_q(s) = x_q \cdot \frac{1 + s \cdot T_q'}{1 + s \cdot T_{q0}'} \tag{6.165}$$

führt auf

d-Achse:

$$T_{kd} = \frac{x_D}{r_{Dd}}$$

$$T_{d0}' \approx T_{d0}' + T_{d0}'' = \frac{x_f + x_{Ddf}}{r_f} + \frac{x_D + x_{fDd}}{r_{Dd}}$$

$$T_{d0}'' = \frac{x_f x_D + x_D x_{Ddf} + x_f x_{fDd}}{r_{Dd}(x_f + x_{Ddf}) + r_f(x_D + x_{fDd})}$$

$$T_d' \approx T_d' + T_d'' = \frac{x_f + x_{Ddf} - \frac{x_{Rd}^2}{x_d}}{r_f} + \frac{x_D + x_{fDd} - \frac{x_{Rd}^2}{x_d}}{r_{Dd}}$$

$$T_d'' = \frac{x_f x_D + x_D x_{Ddf} + x_f x_{fDd} - \frac{x_{Rd}^2}{x_d} \cdot (x_D + x_f)}{r_{Dd} \left(x_f + x_{Ddf} - \frac{x_{Rd}^2}{x_d} \right) + r_f \left(x_D + x_{fDd} - \frac{x_{Rd}^2}{x_d} \right)}$$

zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse:

$$T_{q0}' \approx T_{q0}' + T_{q0}'' = \frac{x_{Q1} + x_{Rq}}{r_{Dq1}} + \frac{x_{Q2} + x_{Rq}}{r_{Dq2}}$$

$$T_{q0}'' = \frac{x_{Q1} x_{Q2} + x_{Rq}(x_{Q1} + x_{Q2})}{r_{Dq2}(x_{Q1} + x_{Rq}) + r_{Dq1}(x_{Q2} + x_{Rq})}$$

$$T_q' \approx T_q' + T_q'' = \frac{x_{Q1} + \frac{x_{Rq} \cdot x_{\sigma q}}{x_q}}{r_{Dq1}} + \frac{x_{Q2} + \frac{x_{Rq} \cdot x_{\sigma q}}{x_q}}{r_{Dq2}}$$

$$T_q'' = \frac{x_{Q1} x_{Q2} + x_{Rq}(x_{Q1} + x_{Q2}) - \frac{x_{Rq}^2}{x_q} (x_{Q1} + x_{Q2})}{r_{Dq2} \left(x_{Q1} + \frac{x_{Rq} \cdot x_{\sigma q}}{x_q} \right) + r_{Dq1} \left(x_{Q2} + \frac{x_{Rq} \cdot x_{\sigma q}}{x_q} \right)} \tag{6.166}$$

eine Dämpferwicklung in der q-Achse:

$$T_q' = \frac{1}{r_{Dq}} \left(x_Q + \frac{x_{Rq} \cdot x_{\sigma q}}{x_q} \right) \quad T_{q0}' = \frac{x_Q + x_{Rq}}{r_{Dq}}$$

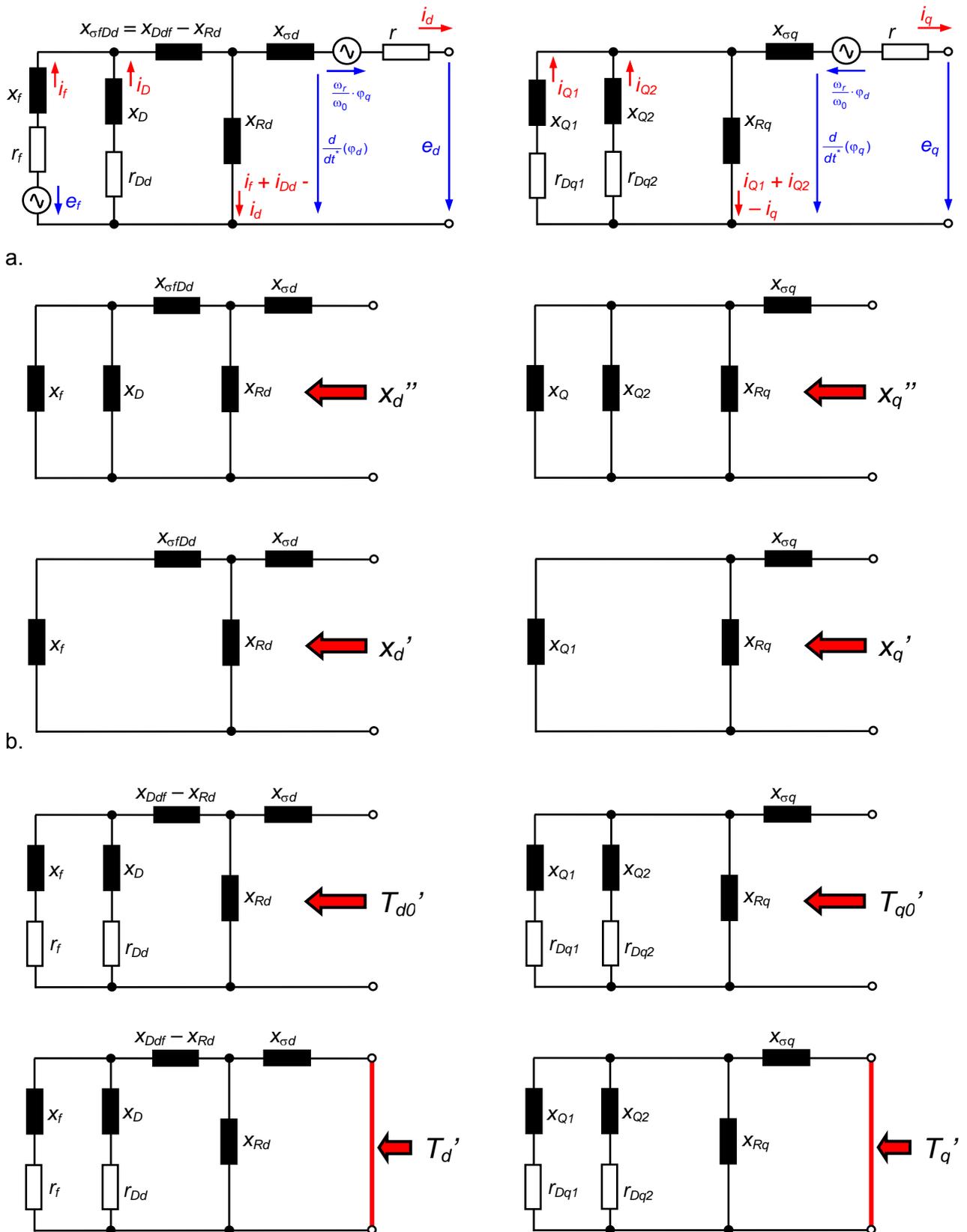


Bild 6.22 Physikalische Interpretation der subtransienten und transienten Reaktanzen sowie der transienten Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstanten
 a. vollständige Ersatzschaltbilder der d- und q-Achse
 b. subtransiente und transiente Reaktanzen
 c. transiente Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstanten

Die subtransienten Reaktanzen x_d'' und x_q'' sind sofort nach Änderung der Ströme $\Delta i_d(s)$ und $\Delta i_q(s)$ wirksam, d. h. im unmittelbaren Kurzzeitbereich nach Eintreten z. B. eines Klemmenkurzschlusses. Kleine Zeiten korrespondieren mit hohen Frequenzen, daher ergeben sich x_d'' und x_q'' aus $x_d(s)$ und $x_q(s)$ durch den Grenzübergang $s \rightarrow \infty$:

d-Achse:

$$\begin{aligned} x_d'' &= \lim_{s \rightarrow \infty} x_d(s) = x_d \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{(1+s \cdot T_d') \cdot (1+s \cdot T_d'')}{(1+s \cdot T_{d0}') \cdot (1+s \cdot T_{d0}'')} = x_d \cdot \frac{T_d' \cdot T_d''}{T_{d0}' \cdot T_{d0}''} \\ &= x_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f \cdot X_D + X_{Rd} \cdot X_f \cdot X_{fDd} + X_{Rd} \cdot X_D \cdot X_{Ddf} - X_{Rd}^2 \cdot (X_f + X_D)}{X_f \cdot X_D + X_f \cdot X_{fDd} + X_D \cdot X_{Ddf}} \end{aligned}$$

zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse:

$$\begin{aligned} x_q'' &= \lim_{s \rightarrow \infty} x_q(s) = x_q \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{(1+s \cdot T_q') \cdot (1+s \cdot T_q'')}{(1+s \cdot T_{q0}') \cdot (1+s \cdot T_{q0}'')} = x_q \cdot \frac{T_q' \cdot T_q''}{T_{q0}' \cdot T_{q0}''} \\ &= x_{\sigma q} + \frac{X_{Rq} \cdot X_{Q1} \cdot X_{Q2}}{X_{Q1} \cdot X_{Q2} + X_{Q1} \cdot X_{Rq} + X_{Q2} \cdot X_{Rq}} \end{aligned}$$

eine Dämpferwicklung in der q-Achse:

$$x_q'' \text{ existiert nicht} \quad (6.167)$$

Die Berechnung der transienten Reaktanzen x_d' und x_q' liefert:

d-Achse:

$$x_d' = \lim_{s \rightarrow \infty} x_d(s) = x_d \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1+s \cdot T_d'}{1+s \cdot T_{d0}'} \approx x_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot (X_f + X_{Ddf} - X_{Rd})}{(X_f + X_{Ddf})}$$

zwei Dämpferwicklungen in der q-Achse:

$$x_q' = \lim_{s \rightarrow \infty} x_q(s) = x_q \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1+s \cdot T_q'}{1+s \cdot T_{q0}'} \approx x_{\sigma q} + \frac{X_{Rq} \cdot X_{Q1}}{X_{Q1} + X_{Rq}} \quad (6.168)$$

eine Dämpferwicklung in der q-Achse:

$$x_q' = \lim_{s \rightarrow \infty} x_q(s) = x_q \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1+s \cdot T_q'}{1+s \cdot T_{q0}'} = x_{\sigma q} + \frac{X_{Rq} \cdot X_Q}{X_Q + X_{Rq}}$$

Die folgende Vereinfachung ist meist nur für gröbere oder überschlägige Berechnungen brauchbar. Vernachlässigt man die Streuinduktivität $x_{\sigma fDd}$, d. h. $x_{\sigma fDd} = 0$ und $x_{fDd} = x_{Ddf} = x_{Rd}$, so vereinfachen sich die subtransiente und die transiente Reaktanzen x_d'' und x_d' zu

$$x_d'' \approx x_{\sigma d} + \frac{1}{\frac{1}{X_{Rd}} + \frac{1}{X_f} + \frac{1}{X_Q}} = x_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f \cdot X_D}{X_f \cdot X_D + X_f \cdot X_{Rd} + X_D \cdot X_{Rd}} \stackrel{X_{Rd}, X_f \ll X_Q}{\approx} x_{\sigma d} + X_Q \quad (6.169)$$

$$x_d' \approx x_{\sigma d} + \frac{X_{Rd} \cdot X_f}{X_f + X_{Rd}}$$

6.7.2 Synchronmaschine im subtransienten und transienten Zustand

Zur Ableitung der Ersatzschaltungen im subtransienten und transienten Zeitbereich spielen nur die Wechselgrößen eine Rolle. Daher können die transformatorischen Spannungsanteile ($d/dt^2(\dots)$ in Gleichung (6.89)) vernachlässigt werden. Während des subtransienten Zeitbereichs, also direkt nach einer starken Laständerung sind die subtransienten Reaktanzen wirksam. Die Erregung ändert sich im betrachteten Zeitbereich nicht ($\Delta e_f(s) = 0$). Damit folgt aus Gleichung (6.162)

$$\Delta\varphi_d(s) = -x_d(s) \cdot \Delta i_d(s) = -x_d'' \cdot \Delta i_d(s) \quad (6.170)$$

$$\Delta\varphi_q(s) = -x_q(s) \cdot \Delta i_q(s) = -x_q'' \cdot \Delta i_q(s)$$

und im Zeitbereich

$$\Delta\varphi_d(t) = -x_d'' \cdot \Delta i_d(t) = -x_d'' \cdot (i_d - i_{d0}) \quad (6.171)$$

$$\Delta\varphi_q(t) = -x_q'' \cdot \Delta i_q(t) = -x_q'' \cdot (i_q - i_{q0})$$

Für die Spannungen gilt außerdem

$$e_d = -\varphi_q - r \cdot i_d = -(\varphi_{q0} + \Delta\varphi_q) - r \cdot i_d = \underbrace{[-\varphi_{q0} - x_q'' \cdot i_{q0}]}_{u_d''} + x_q'' \cdot i_q - r \cdot i_d = u_d'' + x_q'' \cdot i_q - r \cdot i_d \quad (6.172)$$

$$e_q = +\varphi_d - r \cdot i_q = +(\varphi_{d0} + \Delta\varphi_d) - r \cdot i_q = \underbrace{[+\varphi_{d0} + x_d'' \cdot i_{d0}]}_{u_q''} - x_d'' \cdot i_d - r \cdot i_q = u_q'' - x_d'' \cdot i_d - r \cdot i_q$$

Die Spannung u_d'' und u_q'' hängen von den Strömen i_{d0} und i_{q0} sowie den magnetischen Flüssen φ_{d0} und φ_{q0} vor der Laständerung ab und können während der subtransienten Phase als konstant angesehen werden. Aus folgt direkt

$$\begin{aligned} u_d'' = -\varphi_{q0} - x_q'' \cdot i_{q0} = e_{d0} + r \cdot i_{d0} - x_q'' \cdot i_{q0} & \quad \text{oder} & \quad e_{d0} = u_d'' - r \cdot i_{d0} + x_q'' \cdot i_{q0} \\ u_q'' = +\varphi_{d0} + x_d'' \cdot i_{d0} = e_{q0} + r \cdot i_{q0} + x_d'' \cdot i_{d0} & & \quad e_{q0} = u_q'' - r \cdot i_{q0} - x_d'' \cdot i_{d0} \end{aligned} \quad (6.173)$$

Da es sich bei sämtlichen Größen um Gleichgrößen handelt, können die beiden Gleichungen zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned} \underline{e}_{10} = e_{d0} + j \cdot e_{q0} &= (u_d'' + j \cdot u_q'') - r(i_{d0} + j \cdot i_{q0}) + x_q'' \cdot i_{q0} - x_d'' \cdot j \cdot i_{d0} \\ &= \underline{u}_P'' - r \cdot \underline{i}_{10} - j x_q'' \cdot j \cdot i_{q0} - x_d'' \cdot j \cdot i_{d0} + j x_d'' \cdot j \cdot i_{q0} - j x_d'' \cdot j \cdot i_{q0} \\ &= \underline{u}_P'' - r \cdot \underline{i}_{10} - j x_d'' \cdot (i_{d0} + j i_{q0}) + j (x_d'' - x_q'') \cdot j i_{q0} \end{aligned} \quad (6.174)$$

Mit der vereinfachenden Annahme, dass die subtransienten Reaktanzen x_d'' und x_q'' identisch sind, kann die subtransiente Quellenspannung gemäß Gleichung (6.177) aus der Klemmenspannung \underline{u}_{10} und dem Strom \underline{i}_{10} unmittelbar vor der Laständerung bestimmt werden:

$$\underline{u}_P'' = \underline{e}_{10} + (r + j x_d'') \cdot \underline{i}_{10} \quad \text{oder entnormiert} \quad \underline{U}_P'' = \underline{u}_{10} + (R + j \cdot X_d'') \cdot \underline{i}_{10} \quad (6.175)$$

Ausgehend von Gleichung (6.172) kommt man mit denselben Erweiterungen wie sie in Gleichung (6.174) verwendet wurden zu

$$\underline{e}_1 = \underline{u}_P'' - jX_d'' \cdot \underline{i}_1 - r \cdot \underline{i}_1 + j(X_d'' - X_q'') \cdot j i_q \quad (6.176)$$

Die Entnormierung und die Vernachlässigung der magnetischen Unsymmetrie, d. h. $X_d'' = X_q''$, führt schließlich auf (**Bild 6.23**)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_P'' - jX_d'' \cdot \underline{i}_1 - R \cdot \underline{i}_1 \quad (6.177)$$

Der magnetische Fluss in der Dämpferwicklung der d-Achse klingt am schnellsten ab. Die Ersatzschaltung mit der konstanten subtransienten Spannung U_P'' gilt deshalb nur für eine sehr kurze Zeit nach Eintritt des Lastsprunges. Anschließend ist die transiente Reaktanz X_d' wirksam und man erhält mit denselben Überlegungen wie im subtransienten Fall:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_P' - jX_d' \cdot \underline{i}_1 - R \cdot \underline{i}_1 \quad (6.178)$$

mit der transienten Quellenspannung

$$\underline{U}_P' = \underline{U}_{10} + (R + j \cdot X_d') \cdot \underline{i}_{10} \quad (6.179)$$

In **Bild 6.23** ist das Zeigerdiagramm für den subtransienten und transienten Zustand von Synchrongeneratoren dargestellt.

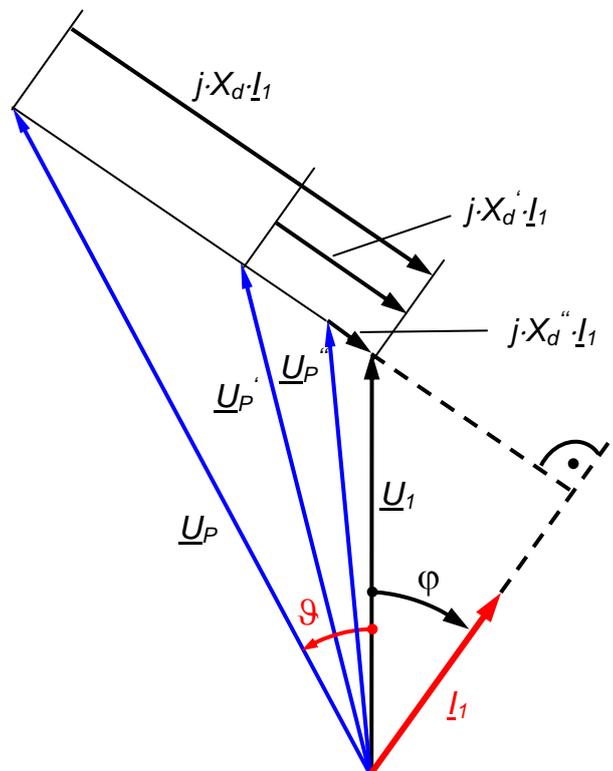


Bild 6.23 Zeigerdiagramm der Polradspannungen im subtransienten und transienten Zustand (R in der Darstellung vernachlässigt)

6.8 Stationärer Betrieb des Synchrongenerators

Im Folgenden sollen aus den allgemein geltenden Gleichungen der Synchronmaschine gemäß (6.29) das Ersatzschaltbild der Synchronmaschine für den stationären Betrieb und die dabei geltenden Gleichungen abgeleitet werden. Im stationären Betrieb eines Synchrongenerators gelten folgende Bedingungen:

- Der Läufer rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Deshalb ist

$$\theta_{el} = \theta_{el}(t) = \omega_0 \cdot t + \theta_{el,0} \quad \text{und} \quad \dot{\theta}_{el} = \omega_r = \omega_0 \quad \theta_{el,0} = \theta_0 \quad . \quad (6.180)$$

- Wegen der konstanten Drehzahl gibt es keine Relativbewegung zwischen dem resultierenden Magnetfeld im Luftspalt und dem Läufer. In den Dämpferwicklungen werden daher keine Ströme induziert, d. h.

$$i_{Dd} = 0 \quad \text{und} \quad i_{Dq} = 0 \quad , \quad (6.181)$$

außerdem existieren keine zeitabhängigen magnetischen Flüsse in den Dämpferwicklungen.

- Die Erregerwicklung wird von einem konstanten Gleichstrom gespeist, der in die Erregerwicklung hinein fließt. Mit der Pfeilung des Erregerstromes gemäß **Bild 6.3b** ist

$$i_f = \text{const.} \quad . \quad (6.182)$$

Die Gleichungen gemäß (6.29) modifizieren sich durch die obigen Bedingungen im stationären Zustand zu

$$\begin{aligned} \varphi_d &= -x_d \cdot i_d + x_{Rd} \cdot i_f & e_d &= -\varphi_q - r \cdot i_d = x_q \cdot i_q - r \cdot i_d \\ \varphi_q &= -x_q \cdot i_q & e_q &= +\varphi_d - r \cdot i_q = -x_d \cdot i_d + x_{Rd} \cdot i_f - r \cdot i_q \\ \varphi_f &= x_{ff} \cdot i_f - x_{Rd} \cdot i_d & e_f &= r_f \cdot i_f \\ \varphi_{Dd} &= x_{Ddf} \cdot i_f - x_{Rd} \cdot i_d \\ \varphi_{Dq1} &= -x_{Rq} \cdot i_q \\ \varphi_{Dq2} &= -x_{Rq} \cdot i_q \end{aligned} \quad . \quad (6.183)$$

Aus den Spannungen e_d und e_q lassen sich nun durch Rücktransformation in das RST-System die Spannungen e_R , e_S und e_T berechnen:

$$\begin{pmatrix} e_R \\ e_S \\ e_T \end{pmatrix} = \mathbf{C} \cdot \begin{pmatrix} e_d \\ e_q \\ e_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_q \cdot i_q - r \cdot i_d \\ -x_d \cdot i_d + x_{Rd} \cdot i_f - r \cdot i_q \\ 0 \end{pmatrix} \quad . \quad (6.184)$$

Für die Spannung u_R , die hier stellvertretend für die anderen beiden Statorspannungen betrachtet werden kann, ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$e_R = [x_q \cdot i_q - r \cdot i_d] \cos(\omega_0 t + \theta_0) + [x_d \cdot i_d - x_{Rd} \cdot i_f + r \cdot i_q] \sin(\omega_0 t + \theta_0) \quad . \quad (6.185)$$

Dies kann mit $x(t) = \operatorname{Re}\{\underline{x}\}$ noch weiter umgeformt werden:

$$\begin{aligned} e_R &= \left[x_q \cdot i_q - r \cdot i_d \right] \cos(\omega_0 t + \theta_0) + \left[x_d \cdot i_d - x_{Rd} \cdot i_f + r \cdot i_q \right] \sin(\omega_0 t + \theta_0) \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \left[x_q \cdot i_q - r \cdot i_d \right] \cdot e^{j(\omega_0 t + \theta_0)} + (-j) \left[x_d \cdot i_d - x_{Rd} \cdot i_f + r \cdot i_q \right] \cdot e^{j(\omega_0 t + \theta_0)} \right\} \quad (6.186) \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \left(x_q \cdot i_q - r \cdot i_d - j x_d \cdot i_d + j x_{Rd} \cdot i_f - j r \cdot i_q \right) \cdot e^{j(\omega_0 t + \theta_0)} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{e}_R \cdot e^{j(\omega_0 t + \theta_0)} \right\} \end{aligned}$$

Die komplexe Spannung \underline{e}_R beinhaltet Spannungsabfälle an den Reaktanzen x_q , x_d , x_{Rd} und r . Aus diesem Grund ist die Erweiterung der Reaktanz x_q um die imaginäre Einheit j zu jx_q , sinnvoll:

$$\underline{e}_R = -jx_q \cdot j\dot{i}_q - jx_d \cdot \dot{i}_d + jx_{Rd} \cdot \dot{i}_f - r \cdot (\dot{i}_d + j\dot{i}_q) \quad (6.187)$$

Es ist unmittelbar einsichtig, dass $\dot{i}_d = i_d$ und $\dot{i}_q = j\dot{i}_q$ orthogonal sind, d. h. \dot{i}_d und \dot{i}_q stehen senkrecht zueinander (**Bild 6.24a**):

$$\dot{i}_d + j\dot{i}_q = \dot{i}_d + \dot{i}_q \quad (6.188)$$

Eingesetzt in obige Gleichung erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \underline{e}_1 = \underline{e}_R &= -jx_q \cdot \dot{i}_q - jx_d \cdot \dot{i}_d + jx_{Rd} \cdot \dot{i}_f - r \cdot (\dot{i}_d + j\dot{i}_q) \\ &= jx_{Rd} \cdot \dot{i}_f - (jx_q \cdot \dot{i}_q + jx_d \cdot \dot{i}_d + r \cdot \dot{i}_1) \quad (6.189) \\ &= \underline{e}_P - (jx_q \cdot \dot{i}_q + jx_d \cdot \dot{i}_d + r \cdot \dot{i}_1) \end{aligned}$$

Die Terme $jx_d \cdot \dot{i}_d$ und $jx_q \cdot \dot{i}_q$ bezeichnen einen in mathematisch positive Richtung gedrehten Spannungsabfall der jeweiligen Ströme an den Reaktanzen. Sowohl \underline{e}_P als auch \dot{i}_q sind rein imaginär und zeigen daher in dieselbe Richtung. \underline{e}_P ist die *Polradspannung*, d. h. die in der Statorspule induzierte Spannung infolge des magnetischen Drehfeldes.

Die Gleichung (6.189) kann noch etwas umgeschrieben werden, was die Erstellung eines Zeigerdiagramms erleichtert:

$$\underline{e}_P = \underline{e}_1 + (jx_q \cdot \dot{i}_q + jx_d \cdot \dot{i}_d + r \cdot \dot{i}_1) \quad (6.190)$$

Die Entnormierung führt auf eine Gleichung mit physikalischen Größen, I_f ist der Erregerstrom und U_{y0} der Effektivwert der Statorspannung gegen Erde.

$$\underline{e}_P \cdot U_{y0} = \underline{e}_1 \cdot U_{y0} + (j\omega_0 L_q \cdot \dot{i}_q + j\omega_0 L_d \cdot \dot{i}_d + R \cdot \dot{i}_1) \quad \text{und} \quad \underline{e}_P \cdot U_{y0} = j\omega_0 L_{Rf} \cdot I_f \quad (6.191)$$

Bild 6.24b zeigt das zugehörige Zeigerdiagramm. Gleichung (6.191) kann modifiziert werden:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_P - jX_q \cdot \dot{i}_q - jX_d \cdot \dot{i}_d - R \cdot \dot{i}_1 + (-jX_q \cdot \dot{i}_d + jX_q \cdot \dot{i}_d) \\ &= \underline{U}_P - jX_q \cdot \dot{i}_1 - j(X_d - X_q) \cdot \dot{i}_d - R \cdot \dot{i}_1 \quad (6.192) \end{aligned}$$

Für Turbogeneratoren erhält man mit

$$X_d \approx X_q \quad (6.193)$$

eine weitere Vereinfachung:

$$\underline{U}_1 = -jX_d \cdot \dot{i}_1 - R \cdot \dot{i}_1 + \underline{U}_P \quad (6.194)$$

Insgesamt lässt sich die Funktionsweise eines Synchrongenerators wie folgt beschreiben:

Das Magnetfeld des Läufers induziert in der Statorwicklung eine Spannung. Das statorseitige Ersatzschaltbild des Synchrongenerators besteht daher aus einer Spannungsquelle und in Serie dazu der Reaktanz X_d . Der größte Teil des Magnetfeldes – der Hauptfluß – tritt durch den Luftspalt. Dieser Teil des Magnetfeldes wird im Ersatzschaltbild durch die Hauptinduktivität L_H modelliert. Ein kleiner Teil der magnetischen Feldlinien schließt sich jedoch über Luftwege. Diese so genannten Streuflüsse werden durch eine Streuinduktivität $L_{\sigma 1}$ der Statorwicklung berücksichtigt. Zusammen erhält man die Induktivität $L_d = X_d/\omega$. Zusätzlich wirkt noch der Wicklungswiderstand R der Statorwicklung. In der Läuferwicklung wird durch das Magnetfeld im Luftspalt zwischen Läufer und Stator keine Spannung induziert. Demnach ist im Läuferkreis nur der ohmsche Widerstand R_f der Läuferwicklung und deren Induktivität L_f wirksam.

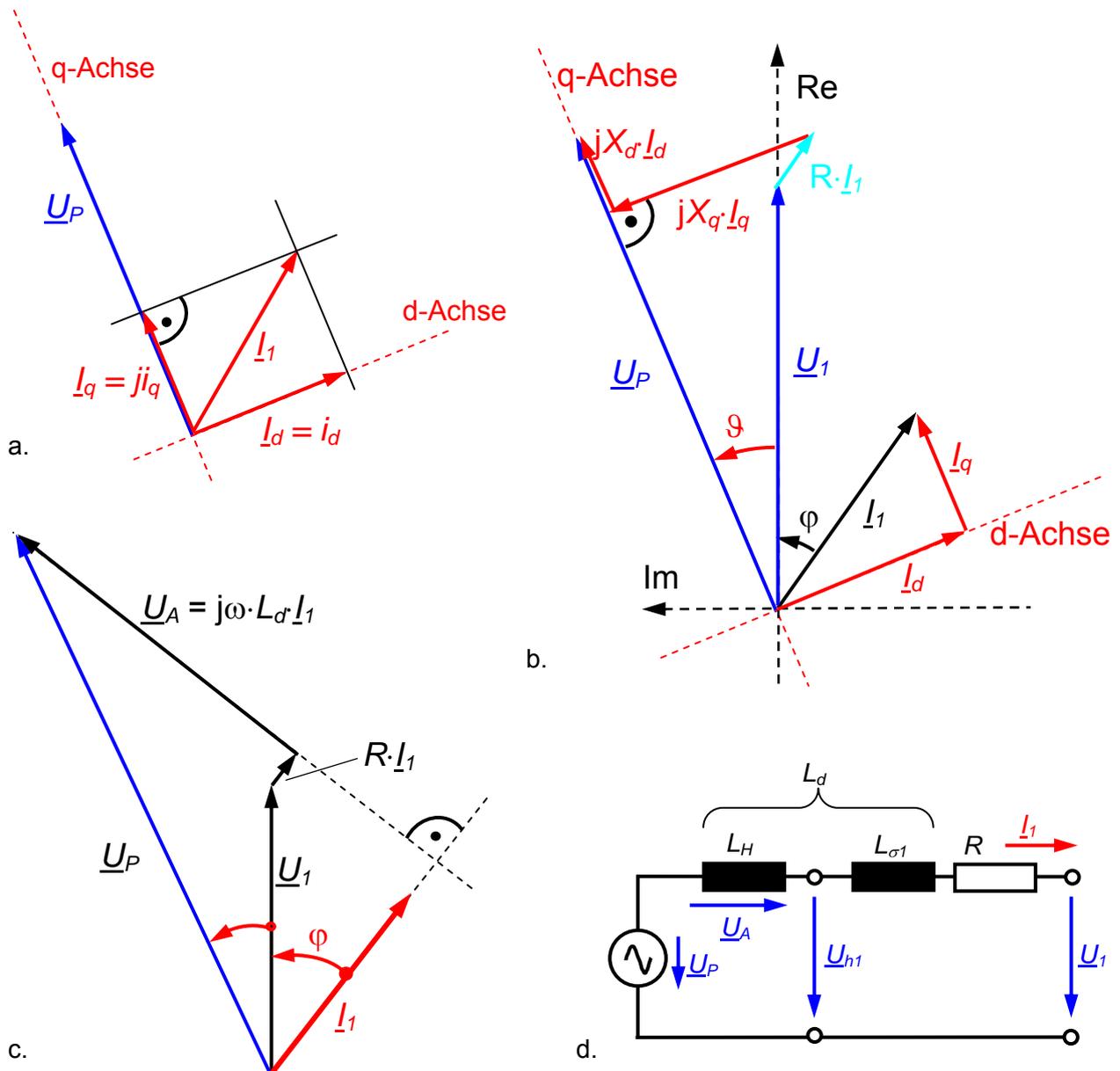


Bild 6.24 a. Zusammenhang zwischen d- und q-Achse und der komplexen Ebene
 b. Zeigerdiagramm eines Synchrongenerators mit $R \neq 0$ und $X_q \neq X_d$
 c. Zeigerdiagramm des Vollpolsynchrongenerators mit $R \neq 0$ und $X_q = X_d$
 d. Ersatzschaltbild des Vollpolsynchrongenerators mit $R \neq 0$ und $X_q = X_d$

Zusammenfassend kann das Ersatzschaltbild gemäß **Bild 6.24d** folgendermaßen interpretiert werden:

- Das vom rotierenden Läufer erzeugte Magnetfeld induziert in der Statorwicklung die Polradspannung u_p .
- Die Statorströme erzeugen an der Induktivität L_d der Statorwicklung eine Spannung, die sogenannte "Ankerrückwirkung".
- Die Synchronmaschine kann als Wechselspannungsquelle interpretiert werden, die über einen Gleichstromkreis gesteuert wird.

6.8.1 Längs- und Querreaktanz bei Schenkel- und Vollpolgenerator

Im Gegensatz zu dem magnetisch nahezu rotationssymmetrisch aufgebauten Läufer des Vollpolgenerators besitzt ein Schenkelpolgenerator stark unterschiedliche Reaktanzen in Pollänge und Polachse längs des Umfangs. **Bild 6.25** zeigt eine Spulengruppe der Statorwicklung und verschiedene Stellungen des Polrades am Beispiel einer Schenkelpolmaschine mit $p = 1$. Bei gleicher Richtung von Läuferachse und Achse der betrachteten Statorspule ist der Luftspalt minimal. Deshalb ist dann wegen

$$X = \omega L \sim \frac{1}{\delta} \quad (6.195)$$

die zugehörige Reaktanz X der Statorspule maximal. Dieser Maximalwert ist die *synchrone Längsreaktanz* X_d . Steht die Läuferachse dagegen senkrecht zur Achse der Statorspule, so ist der Luftspalt maximal groß und damit die wirksame Reaktanz X minimal. Dieser Minimalwert wird als *synchrone Querreaktanz* X_q bezeichnet. Üblicherweise liegen folgende Größenverhältnisse für die Längs- und Querreaktanz vor:

$$X_q < X_d \quad \text{und} \quad X_q = \begin{cases} 0,9 \cdot X_d & \text{für Vollpolgeneratoren} \\ 0,5 \dots 0,7 \cdot X_d & \text{für Schenkelpolgeneratoren} \end{cases} \quad (6.196)$$

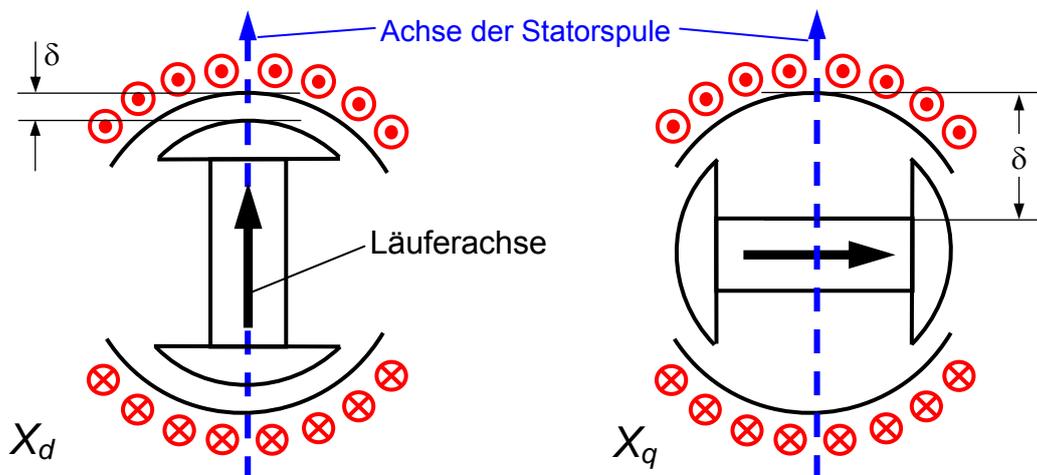


Bild 6.25 Unterschiedlicher Luftspalt δ bei der Schenkelpolmaschine, abhängig von der Stellung von der Läuferachse zur Bezugsachse der Statorwicklung (= Achse einer Statorspule)

6.8.2 Leistung und Drehmoment von Synchrongeneratoren

Dem **Bild 6.24b** können aus geometrischen Betrachtungen die folgenden Beziehungen entnommen werden:

$$\underline{U}_1 \cdot \cos \vartheta \cdot e^{j\vartheta} = \underline{U}_P - j \cdot X_d \cdot \underline{I}_d \quad (6.197)$$

$$j \cdot \underline{U}_1 \cdot \sin \vartheta \cdot e^{j\vartheta} = j \cdot X_q \cdot \underline{I}_q$$

Diese Gleichungen werden nach \underline{I}_d und \underline{I}_q aufgelöst. Für den Strom \underline{I}_1 erhält man mit

$$e^{j\vartheta} = \cos \vartheta + j \cdot \sin \vartheta \quad (6.198)$$

den folgenden Ausdruck:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_d + \underline{I}_q = \frac{\underline{U}_1}{2} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) - j \left[\frac{\underline{U}_P - \underline{U}_1 \cdot \cos^2 \vartheta}{X_d} - \frac{\underline{U}_1 \cdot \sin^2 \vartheta}{X_q} \right] \quad (6.199)$$

Die Spannung \underline{U}_1 liege in der reellen Achse; die Spannung \underline{U}_P ist gegenüber \underline{U}_1 um den Winkel ϑ in mathematisch positiver Richtung (gegen den Uhrzeigersinn) gedreht, d. h. es ist

$$\underline{U}_1 = U_1 \quad \underline{U}_P = U_P \cdot e^{j\vartheta} = U_P \cdot (\cos \vartheta + j \sin \vartheta) \quad (6.200)$$

Damit folgt für den Strom \underline{I}_1 aus Gleichung (6.199):

$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{2} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) + \frac{U_P \cdot \sin \vartheta}{X_d} + j \left[\frac{U_1 \cdot \sin^2 \vartheta}{X_q} - \frac{U_P \cdot \cos \vartheta - U_1 \cdot \cos^2 \vartheta}{X_d} \right] \quad (6.201)$$

Die statorseitig abgegebene Scheinleistung lässt sich aus dem Statorstrom \underline{I}_1 gemäß (6.201) und mit (6.200) durch folgende Beziehung berechnen (**Bild 6.26a**):

$$\begin{aligned} S_1 &= P_1 + jQ_1 = 3 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \\ &= 3 \cdot U_1 \left\{ \frac{U_1}{2} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) + \frac{U_P \cdot \sin \vartheta}{X_d} \right\} - j \cdot 3 \cdot U_1 \left[\frac{U_1 \cdot \sin^2 \vartheta}{X_q} - \frac{U_P \cdot \cos \vartheta - U_1 \cdot \cos^2 \vartheta}{X_d} \right] \quad (6.202) \\ &= 3 \cdot U_1 \left\{ \frac{U_1}{2} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) + \frac{U_P \cdot \sin \vartheta}{X_d} \right\} + j \cdot 3 \cdot U_1 \left[\frac{U_P \cdot \cos \vartheta - U_1 \cdot \cos^2 \vartheta}{X_d} - \frac{U_1 \cdot \sin^2 \vartheta}{X_q} \right] \end{aligned}$$

Im Generatorbetrieb ist die an den Stator клемmen abgegebene elektrische Leistung P_1 gleich der zugeführten mechanischen Leistung P_{mech} abzüglich der Verluste P_V :

$$P_1 = P_{mech} - P_V = (M \cdot \Omega) - P_V = \left(M \cdot \frac{\omega_S}{p} \right) - P_V \quad (6.203)$$

Bei Vernachlässigung der Verluste ($P_V = 0$, d. h. insbesondere $R_1 = 0$) erhält man aus (6.203) mit (6.202) für die Wirkleistung P_1 und die Blindleistung Q_1 :

$$\begin{aligned} P_1 &= M \cdot \Omega = M \cdot \frac{\omega_S}{p} = 3 \cdot U_1 \cdot \left[\frac{U_1}{2} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) + \frac{U_P \cdot \sin \vartheta}{X_d} \right] \quad (6.204) \\ Q_1 &= 3 \cdot U_1 \cdot \left[\frac{U_P \cdot \cos \vartheta - U_1 \cdot \cos^2 \vartheta}{X_d} - \frac{U_1 \cdot \sin^2 \vartheta}{X_q} \right] \end{aligned}$$

Im Generatorbetrieb ist P_1 wegen der in dieser Vorlesung eingeführten Pfeilung des Stromes I_1 und wegen $X_q < X_d$ positiv ($P_1 > 0$). Im Motorbetrieb ist P_1 dann negativ. Die Blindleistung Q_1 ist positiv ($Q_1 > 0$), falls der Generator induktive Blindleistung abgibt, d. h. kapazitive Blindleistung aufnimmt und damit im übererregten Zustand arbeitet. Umgekehrt wird im Falle einer kapazitiven Belastung des Synchrongenerators, d. h. im untererregten Betrieb, die Blindleistung Q_1 negativ ($Q_1 < 0$). Es ist zu beachten, dass in der Literatur die Blindleistung bisweilen auch mit umgekehrtem Vorzeichen wie in **Bild 6.26a** definiert wird.

Für das Drehmoment M erhält man

$$M = \underbrace{\left(3 \cdot \frac{p}{\omega_S}\right) \cdot \frac{U_P \cdot U_1 \cdot \sin \vartheta}{X_d}}_{\text{Drehmoment des Vollpolgenerators}} + \underbrace{\left(3 \cdot \frac{p}{\omega_S}\right) \cdot \frac{U_1^2}{2} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)}_{\text{Reaktionsmoment des Schenkelpolgenerators}} \quad (6.205)$$

$$= \underbrace{\left(3 \cdot \frac{p}{\omega_S}\right) \cdot \frac{U_P \cdot U_1}{X_d}}_{M_k} \cdot \left[\sin \vartheta + \frac{1}{2} \frac{U_1}{U_P} \left(\frac{X_d}{X_q} - 1\right) \cdot \sin 2\vartheta \right]$$

M_k wird als „Kippmoment“ bezeichnet (**Bild 6.26**). Die Synchronmaschine arbeitet nur bis zum maximalen Drehmoment (Kippmoment M_k) statisch stabil. Der Polradwinkel ϑ_k , bei dem das Kippmoment erreicht wird, ergibt sich aus

$$\frac{\partial M}{\partial \vartheta} = M_k \cdot \left[\cos \vartheta_k + \frac{U_1}{U_P} \left(\frac{X_d}{X_q} - 1\right) \cdot \cos 2\vartheta_k \right] \stackrel{!}{=} 0 \quad (6.206)$$

Mit dieser Forderung erhält man nach einigen Umformungen ($\sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta = 1$, $\cos 2\vartheta = \cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta$) für den Bereich der statischen Stabilität:

$$-\vartheta_k \leq \vartheta \leq +\vartheta_k \quad \text{mit} \quad \vartheta_k = \arccos \left(-\frac{1}{4\alpha} + \sqrt{\left(\frac{1}{4\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}} \right) \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{U_1}{U_P} \left(\frac{X_d}{X_q} - 1\right) \quad (6.207)$$

Man kann dem Generator eine maximale elektrische Leistung $P_{1,k}$ an den Klemmen abfordern, die dem „Kippmoment“ M_k entspricht. Wird die Generatorbelastung weiter gesteigert, so wird der Läufer unter die synchrone Drehzahl ω_S/p abgebremst. Der Generator fällt dann „außer Tritt“.

Für Vollpolgeneratoren gilt wegen $X_d \approx X_q$ für die Wirk- und die Blindleistung sowie für das an der Welle anstehende (Generatorbetrieb) bzw. abgegebene Drehmoment M (Motorbetrieb) sowie für den Bereich der statischen Stabilität

$$P_1 = 3 \frac{U_1 U_P}{X_d} \sin \vartheta \quad Q_1 = 3 \left[\frac{U_1 U_P \cos \vartheta}{X_d} - \frac{U_1^2}{X_d} \right] \quad M = \left(3 \frac{p}{\omega_S}\right) \frac{U_P U_1}{X_d} \sin \vartheta \quad -\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq +\frac{\pi}{2} \quad (6.208)$$

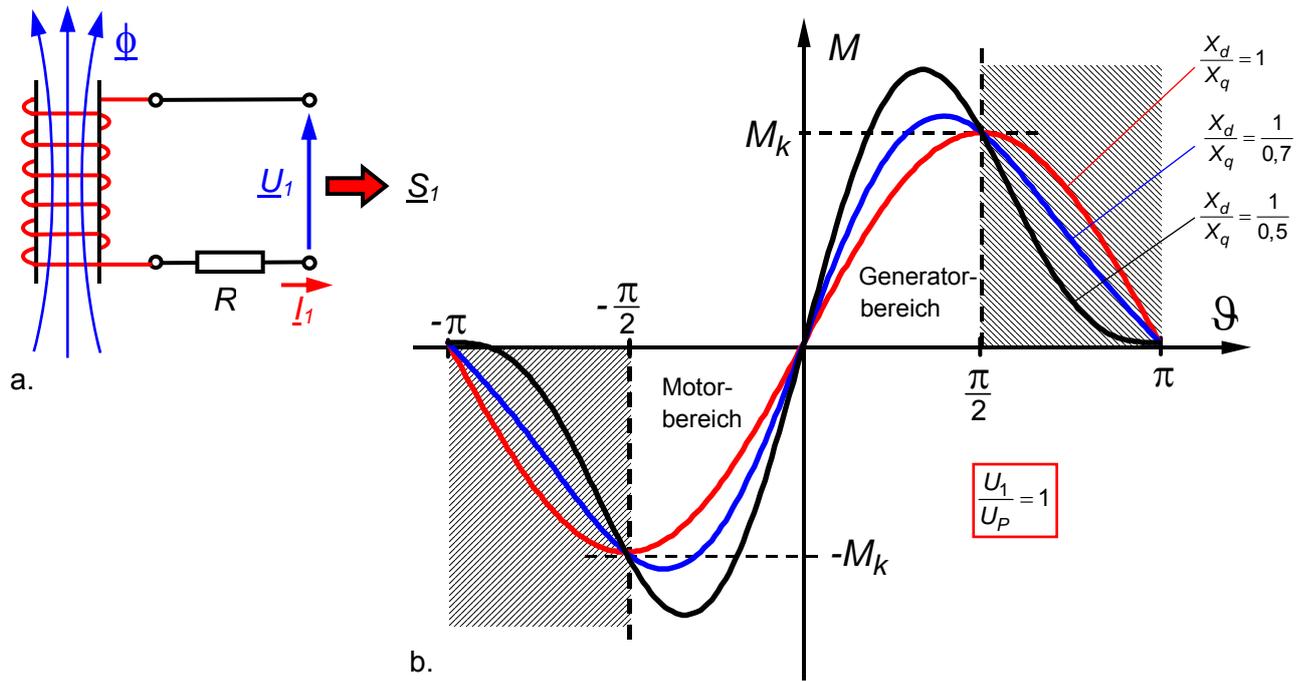


Bild 6.26 a. Spannung und Strom an einer Statorspule
b. Kennlinie des Drehmomentes M einer Synchronmaschine für $U_1/U_P = 1$